

**Berichte des Instituts für Atmosphäre
und Umwelt
der Universität Frankfurt/Main**

Nr.2

Silke Trömel

Statistische Modellierung von Klimazeitreihen

2005

Im Eigenverlag des Instituts
Postfach 11 19 32
60054 Frankfurt/Main

Vorwort des Projektleiters

Das Problem der Klimaänderungen, sowohl hinsichtlich der Beobachtungen als auch der Zukunftsprojektionen, wird meist anhand der Trends der Mittelwerte beschrieben und diskutiert. In neuerer Zeit finden darüber hinaus aber auch Extremereignisse mehr und mehr Aufmerksamkeit, weil mit ihnen besonders gravierende Auswirkungen ökologischer und sozioökonomischer Art verbunden sind, aber auch, aus rein wissenschaftlichem Interesse.

In einem dankenswerterweise vom Bundesministerium für Bildung und Wissenschaft (BMBF) im Rahmen des Deutschen Klimaforschungsprogramms (DEKLIM) geförderten Projekts (Nr. 01LD0032) haben wir in Kooperation mit dem beim Deutschen Wetterdienst angesiedelten Weltzentrum für Niederschlagsklimatologie (WZN) seit 2001 ein Vorhaben durchgeführt (und werden es noch bis 2006 fortsetzen), in dem einerseits eine globale Beobachtungsdatenbasis des Niederschlags und auch anderer Klimaelemente wie der Temperatur seit 1900 bzw. unter Stationsverdichtung seit 1950, global und regional (Europa, Deutschland), bereitgestellt und andererseits eine statistische Zeitreihenanalyse durchgeführt wird, mit dem Ziel, alle in diesen Zeitreihen enthaltenen relevanten Strukturen zu erfassen und zu beschreiben. Mit dieser Zielsetzung hat sich Frau Dr. Silke Trömel beschäftigt, verbunden mit einer Promotion, und ich freue mich sehr, dass wir ihre Dissertation hier in der Reihe unserer Institutsberichte veröffentlichen können, wobei unser Institut seit dem 1.1.2005 im Zusammenhang mit einer Umorganisation nun den Namen „Institut für Atmosphäre und Umwelt“ trägt.

Frau Dr. Trömel kommt das große Verdienst zu, in ihrer sehr engagierten, innovativen und meines Erachtens auch sehr erfolgreichen Arbeit das Problem gelöst zu haben, in Form von stetigen Zeitfunktionen die Veränderung der Verteilungsparameter der an die jeweils betrachteten Klimazeitreihen angepassten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Probability Density Function, PDF) beschreiben zu können. Somit kann für beliebige Verteilungen, was u.a. für die nicht normalverteilten Niederschlagsdaten wichtig ist, für jeden beliebigen Zeitpunkt die PDF angegeben werden. Und daraus abgeleitet lassen sich, jeweils unter Verwendung aller Daten, auch Zeitreihenstrukturen wie Trends, polynomiale sowie zyklische Komponenten und eben auch das Extremwertverhalten beschreiben. Insbesondere lässt sich nun für jeden beliebigen relativ hohen bzw. tiefen Schwellenwert - in Orientierung an solche Schwellen sind Extremwerte definiert - die Über- bzw. Unterschreitungswahrscheinlichkeit in ihrer zeitlichen Entwicklung angeben, und diese wie gesagt für jede beliebige PDF und somit ohne dass, wie so oft, Normalverteilung vorausgesetzt bzw. die Methode der kleinsten Quadrate angewandt wird.

Zur Zeit findet diese Methodik weitere Anwendung auf globale wie regionale Klimadatensätze und lässt daher weitere wichtige Einblicke in das Klimageschehen erwarten. In Kurzform ist die Methodik von Frau Dr. Trömel bereits veröffentlicht (Meteorol. Z., 14, 417-427) und somit der internationalen Fachwelt zugänglich. Weitere Publikationen zu Anwendungen sind auf dem Weg bzw. geplant. Für mich als Projektleiter war und ist es eine Freude, mit Frau Dr. Trömel zusammenarbeiten zu können.

Frankfurt am Main, im Sommer 2005,

Christian-D. Schönwiese

Vorwort der Autorin

Im ersten Teil meiner Zeit als Doktorandin ermöglichte mir ein Stipendium der Münchener Rückversicherungsgesellschaft ein selbstbestimmtes Arbeiten. Ich danke hier insbesondere Herrn Dr. Gerhard Berz für seine Unterstützung.

Diese Arbeit ist nun im zeitlich anschließenden Forschungsprojekt im Rahmen des Deutschen Klimaforschungsprogramms DEKLIM entstanden. Ich danke somit für die Förderung dieser Arbeit durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (DEKLIM, Förderzeichen: 01 LD 0032).

Kleine Modifikationen von nicht allzu bedeutendem Zeitaufwand sollten die Anwendung einer bereits vielfach bewährten Zeitreihenanalysemethode auf Niederschlagsreihen ermöglichen. Nun danke ich hiermit Herrn Prof. Dr. Christian-D. Schönwiese sehr für diese interessante Aufgabenstellung meiner Dissertation, denn immer weitreichender und zeitintensiver wurden die, zunächst nicht absehbaren, kleinen Modifikationen. Ich möchte Herrn Prof. Dr. Schönwiese weiterhin für seine fachlichen Ratschläge, seine *fast* grenzenlose Geduld und das überaus angenehme Arbeitsklima danken.

In dem DEKLIM-Verbundprojekt mit dem Weltzentrum für Niederschlagsklimatologie danke ich namentlich Herrn Dr. Bruno Rudolf, Herrn Dr. Christoph Beck und Herrn Dr. Jürgen Grieser für das Bereitstellen der Daten sowie die gute und nette Zusammenarbeit.

Kaum zu überschätzen ist für mich der positive Einfluß von Herrn Dr. Jürgen Grieser auf meine Arbeit. Er war mir durch sein stetes Interesse an meiner Arbeit und seine fachliche Kompetenz eine ebenso inhaltliche wie moralische große Hilfe. Weiterhin hat er sich die Zeit genommen die Arbeit gegenzulesen und ganz wesentliche Verbesserungen eingebracht.

Ebenso danke ich meinem stets gut gelaunten Kollegen, Herrn Dipl.-Met. Martin Jonas für das Korrekturlesen einiger Kapitel.

Herrn Reinhard Janoschitz sei an dieser Stelle für das Erstellen einiger Graphiken und Tabellen gedankt.

Ganz besonders möchte ich auch meinem lieben Freund, Steinmetz und Steinbildhauer, Herrn Klaus Zahn für sein Verständnis meiner zeitweiligen geistigen Abwesenheit in schwierigen Arbeitsphasen danken. Er war mir immer wieder eine moralische Stütze und hat mir in zeitintensiven Phasen viele andere Aufgaben abgenommen. Vielen Dank hierfür!

Frankfurt am Main, im August 2004,

Silke Trömel

Inhaltsverzeichnis

1	Zusammenfassung	5
2	Einführung	11
3	Die Maximum-Likelihood-Methode	17
4	Diverse Schätzer	19
5	Die Methodik der statistischen Zeitreihen-Modellierung	25
5.1	Einleitung	25
5.2	Instationäre Bedingungen	25
5.3	Die Komponenten	27
5.3.1	Trendkomponente	28
5.3.2	Saisonale Komponente	28
5.3.3	Niederfrequente Komponente	29
5.3.4	Extremereignisse	29
5.3.5	Die Residuen	31
5.4	Die Detektionsstrategie	33
5.4.1	Der rekursive Zyklus zu vertrauenswürdigen Schätzern	33
5.4.2	Die modifizierte Schrittweise Regression	34
5.4.2.1	Die Methode nach Powells	38
6	Die statistischen Verteilungsmodelle	41
6.1	Einleitung	41
6.2	Realisation einer Gauß-verteilten Zufallsvariablen	41
6.2.1	Der Kleinst-Quadrate-Schätzer	42
6.3	Realisation einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen	43
6.4	Realisation einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen	44
7	Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten	47
8	Beispielzerlegungen unter Anwendung der Modelle	49
8.1	Einleitung	49
8.2	Die Temperaturzeitreihe Hamburg-Fuhlsbüttel	49

8.3	Die Niederschlagsreihe Eisenbach-Bubenbach	54
8.4	Die Niederschlagsreihe Memphis	60
9	Änderungen im Mittel	67
10	Kritisches und Problematisches zur Modellierung	69
11	Ergebnisse der statistischen Modellierung von Niederschlagsreihen	75
11.1	Einleitung	75
11.2	Deutschland	79
11.2.1	Trendkomponente	79
11.2.2	Saisonale Komponente	81
11.2.3	Niederfrequente Komponente	82
11.2.4	Extremereignisse	82
11.2.5	Residuenanalyse	84
11.2.6	Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten	84
11.2.7	Trendkarten des Mittels	96
11.3	Die Vereinigten Staaten	104
11.3.1	Trendkomponente	105
11.3.2	Saisonale Komponente	106
11.3.3	Niederfrequente Komponente	106
11.3.4	Extremereignisse	107
11.3.5	Residuenanalyse	108
11.3.6	Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten	108
12	Schlußfolgerungen	125
	Anhang	
A	Robuste Schätzung	127
B	Trendkarten nach der Kleinst-Quadrate-Methode	129
C	Analyse europäischer Stationen	133
C.1	Überschreitungswahrscheinlichkeiten	133
C.2	Unterschreitungswahrscheinlichkeiten	139
D	Deterministischer Anteil der Niederschlagsreihen	147
D.1	Tabellarische Übersicht der saisonalen Komponente	147
D.2	Tabellarische Übersicht der Trendkomponente	161
D.3	Tabellarische Übersicht der niederfrequenten Komponente	169
D.4	Tabellarische Übersicht detektierter Extremereignisse	172

E	Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten an ausgewählten Stationen Deutschlands	171
F	Deterministischer Anteil der Niederschlagsreihen der Vereinigten Staaten	179
F.1	Tabellarische Übersicht der saisonalen Komponente	179
F.2	Tabellarische Übersicht der Trendkomponente	211
F.3	Tabellarische Übersicht der niederfrequenten Komponente	221
F.4	Tabellarische Übersicht detektierter Extremereignisse	223

Kapitel 1

Zusammenfassung

Die statistische Klimatologie ist an einer möglichst vollständigen Beschreibung und vertrauenswürdigen Analyse der Klimavariabilität interessiert. Die stochastischen Schwankungen in Zeitreihen beobachteter Klimadaten lassen sich unter stationären Bedingungen in Form einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, beispielsweise der Gaußverteilung mit konstanten Parametern Mittelwert und Varianz, beschreiben. Die Analyse beobachteter Klimaänderungen erfordert jedoch eine instationäre Betrachtungsweise. Oftmals gilt hier das Interesse lediglich einer einzelnen phänomenologischen Struktur, beispielsweise den Trends oder den extremsten Werten der Reihe. Für eine vertrauenswürdige Schätzung zeitlich strukturierter Änderungen ist jedoch eine simultane Betrachtung der verschiedenen Komponenten in Konkurrenz zueinander nötig.

Dazu werden die beobachteten Klimazeitreihen als Realisation eines stochastischen Prozesses, das heißt als eine Folge von Zufallsvariablen verstanden. Die Zeitreihe soll im wesentlichen durch eine analytische Funktion der Zeit beschrieben werden können und die Beobachtung nur durch Zufallseinflüsse von dieser Funktion abweichen. Diese analytische Funktion setzt sich aus der Summe zeitlich strukturierter Komponenten zusammen, welche aus klimatologischem Blickwinkel interpretierbar erscheinen. Es werden Funktionen zugelassen, die den Jahresgang, Trends, episodische Komponenten und deren Änderung beschreiben. Die Extremereignisse sind als eine besondere weitere Komponente in die Zeitreihenanalyse aufgenommen und als von Änderungen in den Parametern der Verteilung unabhängige, extreme Werte definiert. Die Zufallseinflüsse sollen zunächst als Realisierungen unabhängiger normalverteilter Zufallsvariablen mit dem Erwartungswert Null und im Zeitablauf konstanter Varianz interpretiert werden können. In diesem Fall beschreibt die analytische Funktion der Zeit, die Summe detektierter strukturierter Komponenten, den zeitlichen Verlauf des Mittels. Ein zu einem bestimmten Zeitpunkt tatsächlich beobachteter Wert kann dann als eine mögliche Realisation einer Zufallsvariablen interpretiert werden, die der Gaußverteilung mit dem Mittelwert $\mu(t)$ zur Zeit t und konstanter Varianz σ_o^2 genügt.

Da die zugrundeliegenden Annahmen, unter Verwendung klimatologisch interpretierbarer Basisfunktionen, in der Analyse von Klimazeitreihen, die nicht die Temperatur betreffen, zumeist nicht erfüllt sind, wird in dieser Arbeit eine Verallgemeinerung

des Konzepts der Zeitreihenzerlegung in einen deterministischen und einen statistischen Anteil eingeführt. Zeitlich strukturierte Änderungen werden nun in verschiedenen Verteilungsparametern frei wählbarer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen gesucht. Die gängige Beschränkung auf die Schätzung einer zeitlich veränderlichen Lokation, das heißt des Lageparameters, wird aufgehoben. Skalenschätzer sowie Schätzer für den Formparameter spielen ebenso relevante Rollen für die Beschreibung beobachteter Klimavariabilität. Die Klimazeitreihen werden wieder als Realisation eines Zufallprozesses verstanden, jedoch genügen die Zufallsvariablen nun einer frei wählbaren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Die zeitlich strukturierten Änderungen in den Verteilungsparametern werden auf Basis der gesamten Zeitreihe für jeden Zeitpunkt geschätzt. Die aus der Analyse resultierende analytische Beschreibung in Form einer zeitabhängigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ermöglicht weiterhin die Schätzung von Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten beliebig wählbarer Schwellenwerte für jeden Zeitpunkt des Beobachtungszeitraums. Diese Methode erlaubt insbesondere eine statistische Modellierung monatlicher Niederschlagsreihen durch die Zerlegung in einen deterministischen und einen statistischen Anteil.

Neben der Darstellung der allgemeinen Methode wird in dieser Arbeit die Anwendung auf vier verschiedene Modelle vorgestellt. Klimazeitreihen werden je nach statistischer Charakteristika interpretiert als Realisierung

- einer Gauß-verteilten Zufallsvariablen mit variablem Mittel sowie variabler Varianz,
- einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen mit variablem Streu- und Formparameter,
- einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen mit variablem Lage- und Streuparameter mit Schwerpunkt Lokation, oder aber
- einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen mit variablem Lage- und Streuparameter mit Schwerpunkt Skala.

In der Interpretation der Klimavariablen als Gumbel-verteilte Zufallsvariable wird wahlweise dem Lage- oder dem Streuparameter ein erhöhtes Maß an Freiheitsgraden zugesprochen. Entsprechend sind die Modelle benannt als Gumbelmodell mit Schwerpunkt Lokation und Gumbelmodell mit Schwerpunkt Skala.

Das erweiterte Gaußsche Modell liefert gegenüber dem Kleinst-Quadrate-Schätzer eine verbesserte Beschreibung der Reihen bei signifikanten Varianzschwankungen. Jahreszeitliche Schwankungen der Varianz in Temperaturzeitreihen sind bekannt, aber auch eine langfristige Tendenz in Form eines Trends oder tieffrequente Variationen werden beobachtet und können so zusätzlich zu Änderungen des Mittels erfasst werden.

Die genannten Gumbelschen Modelle sind geeignet zur Beschreibung linkssteiler Verteilungsformen. Nun können simultan strukturierte zeitliche Änderungen im Lage- und Streuparameter erfasst werden. Je nach Wahl des Schwerpunkts Lokation oder Skala, können insbesondere jahreszeitlich unterschiedliche Tendenzen im Lage- oder Streuparameter beschrieben werden. Diese Modelle erweisen sich zur Beschreibung von Niederschlagsreihen monatlicher Auflösung bestimmter Regionen als geeignet. Das bedeutet, nach Eliminierung der determinierten Anteile in den Parametern der Verteilung genügen die Residuen

den Modellannahmen. Das Gumbelmodell mit Schwerpunkt Lokation findet beispielsweise im Süden Schwedens, das Gumbelmodell mit Schwerpunkt Skala in Deutschland, Polen und Rumänien Anwendung.

Die Interpretation von Zeitreihen als Realisierung einer Weibull-verteiltern Zufallsvariablen mit veränderlichem Streu- und Formparameter beinhaltet den Vorteil, signifikante Formänderungen der Verteilung im Zeitverlauf beschreiben zu können. Nicht erst in Niederschlagsregimen mit ausgeprägten Regen- und Trockenzeiten, sondern bereits im nahen europäischen Raum sind jahreszeitliche und auch langfristige Formveränderungen der Verteilung in den Zeitreihen zu beobachten. Hier kann auf Basis des Weibullmodells eine statistische Modellierung monatlicher Niederschlagsreihen erreicht werden.

In der Detektionsstrategie werden die Trend- und Saisonkomponente beider Parameter der gewählten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion simultan in einer zu diesem Zweck modifizierten Schrittweisen Regression geschätzt. Auf der Grundlage des Maximum-Likelihood-Prinzips geschieht die Anpassung der Basisfunktionen durch Minimierung der sogenannten Distanzfunktion, die eine Funktion beider betrachteter Parameter ist. Die gewählte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion als auch die Schätzer zeitlich strukturierter Änderungen in den Verteilungsparametern verhalten sich zueinander komplementär und bedingen einander. Um weiterhin noch überlagerte niederfrequente Schwankungen und Extremereignisse handhaben zu können, wird ein iteratives Verfahren angewandt. Somit gelingt es, insbesondere langfristige Änderungen unabhängig vom Auftreten einzelner Extremereignisse zu schätzen. Das Verfahren konvergiert zu robusten Schätzern aller Komponenten.

In dem im Rahmen des Deutschen Klimaforschungsprogramms DEKLIM vom Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie geförderten Projekt „Entwicklung einer Beobachtungsdatengrundlage (Europa und global) für DEKLIM und darauf basierende statistische Analyse der Klimavariabilität auf der dekadischen bis säkularen Zeitskala“ liegen insbesondere für Deutschland und die Vereinigten Staaten hohe Stationsbelegungen für Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen mit dem Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000 vor. In dem speziellen Fall von 132 Reihen monatlicher Niederschlagssummen deutscher Stationen 1901-2000 gelingt eine vollständige analytische Beschreibung der Reihen unter Verwendung des Gumbelmodells mit Schwerpunkt Skala. Die saisonale Komponente im Streuparameter der Gumbelverteilung kann in einem Viertel der Fälle als konstant im Beobachtungszeitraum betrachtet werden. Die übrigen Zeitreihen beinhalten signifikante Änderungen in der Saisonfigur des Streuparameters im 20. Jahrhundert. Die saisonale Komponente im Lageparameter kann im betrachteten Zeitverlauf als konstant erachtet werden. Vornehmlich im Süden und Westen Deutschlands werden zumeist positive Trends, sowohl im Streu- als auch im Lageparameter, detektiert. Recht einheitlich beschreibt in 24 Fällen eine signifikante niederfrequente Komponente im Streuparameter einen deutlichen Anstieg bis etwa 1960 und einen anschließend weniger stark ausgeprägten Abfall bis zum Ende des 20. Jahrhunderts. Insgesamt werden lediglich 7 extrem hohe monatliche Niederschlagssummen mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit aufgrund des angepaßten statistischen Modells nicht in der entsprechenden Zeitreihe erwartet.

Im Westen Deutschlands werden Verschiebungen der jährlichen Überschreitungsma-

xima des 95%-Perzentils von den Sommer- in die Wintermonate beobachtet, hervorgerufen durch relativ starke Anstiege in der Überschreitungswahrscheinlichkeit (bis 10%) in den Wintermonaten und nur geringe Zunahmen oder aber Abnahmen in den Sommermonaten. Dies geht mit einer Zunahme der Unterschreitungswahrscheinlichkeit in den Winter- und einer Abnahme in den Sommermonaten einher. Im Süden Deutschlands dagegen sind insbesondere deutliche Zunahmen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit in den Sommermonaten zu beobachten. Bezüglich der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten dominieren hier ganzjährig die negativen Tendenzen. Im Osten Deutschlands findet man lediglich geringe Zunahmen der Überschreitungswahrscheinlichkeit in den Wintermonaten, gekoppelt mit betragsmäßig größeren Abnahmen dieser Wahrscheinlichkeit in den Sommer- und Herbstmonaten. Weiterhin werden hier Zunahmen der Unterschreitungswahrscheinlichkeit in den Wintermonaten und Abnahmen der Unterschreitungswahrscheinlichkeit in den Sommer- und Herbstmonaten beobachtet.

Monte-Carlo-Simulationen zeigen, daß jahreszeitlich differenzierte Schätzungen von Änderungen im Erwartungswert, also gebräuchliche Trends, auf Basis der Kleinst-Quadrat-Methode systematischen Bias und hohe Varianz aufweisen. Eine Schätzung der Trends im Mittel auf Basis der statistischen Modellierung ist somit ebenso den Kleinst-Quadrat-Schätzern vorzuziehen.

Die zumeist ausgeprägten jahreszeitlichen Schwankungen der Verteilungsform in den analysierten 185 Niederschlagsreihen der Vereinigten Staaten können dagegen auf Basis des Weibullmodells beschrieben werden. Lediglich an einem geringen Anteil der Stationen an der Golfküste liefert die saisonale Komponente im Formparameter der Weibullverteilung keinen signifikanten Beitrag. Die saisonale Komponente im Streuparameter zeigt größtenteils signifikante Änderungen im Beobachtungszeitraum. Lediglich in 17% der betrachteten Fälle verbleibt sie im Beobachtungszeitraum konstant. Auch in den Vereinigten Staaten beschreibt die an einigen Stationen signifikant detektierte niederfrequente Komponente im Streuparameter ein verstärktes Auftreten relativ niedriger Niederschlagssummen um 1960. Im ohnehin niederschlagsreichen (humiden) Teil der Vereinigten Staaten treten positive Trends im Streuparameter auf. In bereits niederschlagsarmen Gebieten werden dagegen noch einige negative Trends im Streuparameter detektiert. An der Atlantikküste beschreiben negative Trends im Formparameter eine Zunahme relativ hoher als auch relativ niedriger Niederschlagssummen. Insgesamt werden 424 Extremereignisse in den analysierten 185 Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen detektiert, wobei keine Häufung in bestimmten Monaten oder Zeiträumen erkennbar ist. Westlich der Appalachen werden Anstiege in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Frühlingsmonaten und geringere Abnahmen in den meisten Herbst- und Wintermonaten beobachtet. Im November werden einheitlich positive Tendenzen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit im humiden Bereich detektiert. In den Monaten September bis Dezember sind überwiegend positive Tendenzen an der Atlantikküste zu beobachten. Markant sind ebenfalls relativ starke Zunahmen der Überschreitungswahrscheinlichkeit an einzelnen Stationen im Nordosten in den Sommermonaten. Bezüglich des Auftretens relativ geringer Niederschlagssummen überwiegen die abnehmenden Tendenzen im 20. Jahrhundert. Besonders deutlich ist dies westlich der Appalachen. Eine Anhäufung positiver Tendenzen in der Unterschreitungswahrschein-

lichkeit des 5%-Perzentils ist eher im ariden Westen der Vereinigten Staaten und in den Frühlings- und Sommermonaten auch an der Atlantikküste zu finden.

Die vorgestellte Methode liefert ein hohes Maß an Flexibilität für die analytische Beschreibung von Klimazeitreihen verschiedener statistischer Charakteristika und geht deutlich über das traditionelle Komponentenmodell mit unabhängigen normalverteilten Abweichungen vom Mittel hinaus. Hinsichtlich der Niederschlagsanalysen stellen jedoch aride Gebiete, mit sehr seltenen Niederschlägen zu bestimmten Jahreszeiten, die Grenze der Methode dar, denn zu diesen Zeitpunkten ist eine vertrauenswürdige Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion nicht möglich. So mussten auch 26 im sehr niederschlagsarmen Südwesten der Vereinigten Staaten beobachtete Stationszeitreihen von der Analyse ausgeschlossen werden. In solchen Fällen ist eine grundsätzlich andere Herangehensweise zur Modellierung der Reihen notwendig.

Kapitel 2

Einführung

Das Klima ist aufgrund einer Vielzahl verschiedener Faktoren in allen zeitlichen und räumlichen Skalen Schwankungen unterworfen. Der Mensch jedoch ist von der Gunst des Klimas abhängig und die menschlichen Lebensverhältnisse sind seit jeher von den klimatischen Schwankungen beeinflusst. In vergangener Zeit haben sie Hungersnöte und Völkerwanderungen ausgelöst. Heute sind klimatische Extreme, wie Dürren, Überschwemmungen und Stürme, aufgrund ihres starken und zerstörenden Einflusses auf den Menschen, die Infrastruktur sowie die Ökosysteme und die Tierwelt zunehmend in den Blickpunkt öffentlicher und wissenschaftlicher Diskussionen geraten. Aber auch Änderungen im Mittel der Klimavariablen, die scheinbar geringen Klimatrends, können folgenschwer sein. Das Beispiel der Alpengletscher macht dies auf eindrucksvolle Weise sichtbar. Der Rückgang der Alpengletscher seit 1850 um etwa die Hälfte ihres Volumens wird weitestgehend auf einen systematischen Erwärmungstrend von ca. 0.5°C zurückgeführt. Hinsichtlich des Niederschlags ist beispielsweise eine systematische Umverteilung derart zu erkennen, daß in den letzten 100 Jahren im Mittelmeergebiet, wo ohnehin geringe Sommerniederschläge auftreten, ein deutlicher Rückgang der Winterniederschläge eingetreten ist, während in Deutschland für diese Zeit Trends zu mehr Winter- und weniger Sommerniederschlägen erkennbar sind. Der Wunsch, die Schwankungen des Klimas beschreiben zu können und zu verstehen, ist offenbar und ein bedeutendes Teilgebiet der Klimatologie.

Der verlässlichste Ausgangspunkt statistischer Analysen sind direkte Meßdaten der Klimaelemente. Beobachtete Klimazeitreihen sind stochastischen Schwankungen unterworfen. Eine mögliche statistische Beschreibung ist somit die über einen gewissen Zeitraum stationäre Darstellung der beobachteten Schwankungen um einen mittleren konstanten Wert in Form einer Häufigkeitsverteilung bzw. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Im Fall der Gaußverteilung ist die Standardabweichung als zweiter Parameter ein Maß für die Schwankungen um das Mittel. Zuweilen können andere Verteilungen jedoch besser zur Beschreibung geeignet sein, und es treten dann andere Verteilungsparameter wie Lage-, Streu- und Formparameter an die Stelle des Mittels und der Standardabweichung zur genaueren Spezifizierung der Verteilung. Die Beschreibung strukturierter zeitlicher Änderungen erfordert jedoch den Übergang zu instationären Bedingungen. So können Zeitreihen als Summe orthogonaler Komponenten vollständig beschrieben werden. Beispielsweise lie-

fert die Fourieranalyse die Beschreibung von Zeitreihen als Überlagerung trigonometrischer Funktionen. Damit ist sie ein exzellentes Werkzeug, um die auftretenden Frequenzen über die gesamte Reihe zu analysieren. Eine Sinusschwingung setzt sich jedoch periodisch ins Unendliche fort, woraus sich die Schwäche der Fourieranalyse hinsichtlich der Darstellung von Funktionen mit starken zeitlichen Änderungen ableitet. Die Waveletanalyse (TORRENCE und COMPO, 1998) geht über die Fourieranalyse hinaus. Das Muster des Wavelets (kleine Welle), Basis der Reihe, in die das Signal transformiert wird, ist nicht mehr eine Sinuskurve, sondern kann vielfältige Formen annehmen. Desweiteren sind Wavelets stark lokalisiert und somit geeigneter zur Klärung zeitlicher Frequenzänderungen. Wichtig ist, daß die Anteile, in welche die Zeitreihen zerlegt werden, sowohl bei der Fourier- als auch der Waveletanalyse keinerlei physikalische Relevanz aufweisen müssen.

Neben dem angeführten Ansatz, Zeitreihen unter Verwendung einer orthonormalen Basis vollständig zu beschreiben, kann es sinnvoll sein, lediglich einen Teil der Reihe als informationstragend und den verbleibenden Anteil als Zufallsrauschen zu betrachten. Diese informationstragenden Anteile der Reihe können sich etwa dadurch auszeichnen, daß sie ganz bestimmte, etwa klimatologisch interpretierbare Strukturen aufweisen und somit eine Zerlegung der Reihen in einen phänomenologischen und einen statistischen Anteil erfolgt. Die einfachste Form ist dann die Interpretation der Zeitreihe als Summe einer einzigen phänomenologischen Struktur und Gaußschem Zufallsrauschen. Diese phänomenologische Struktur kann beispielsweise ein linearer Trend sein (siehe z. B. SCHÖNWIESE und RAPP, 1997). Um zu deutlich realistischeren Interpretationen von Zeitreihen zu gelangen, ist es jedoch notwendig mehrere phänomenologische Strukturen in Konkurrenz zuzulassen. GRIESER et al. (2002) erreichen mit Hilfe einer sukzessiven Strategie robuste Schätzer der verschiedenen, simultan betrachteten phänomenologischen Strukturen. Es werden dabei Trends, während des Beobachtungszeitraums konstante sowie veränderliche saisonale Schwankungen und niederfrequenten Schwankungen berücksichtigt. Diese strukturierten Komponenten werden als glatte Änderungen im Mittel einer Gauß-verteilten Zufallsvariablen konstanter Varianz gesehen. Einzelne extreme Werte, welche unabhängig von diesen glatten Änderungen auf Basis des angepassten statistischen Modells mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht in der Reihe erwartet werden, werden als Extremereignisse, eine besondere, zusätzlich eingeführte Zeitreihenkomponente, detektiert. Die erwähnte sukzessive Strategie zu robusten Schätzern aller beteiligten Komponenten ist notwendig, da beispielsweise in der Reihe enthaltene Extremereignisse Schätzungen von Trends beeinflussen können, die Detektion der Extremereignisse jedoch nur bei bekannten strukturierten Änderungen in den Parametern möglich ist. Die ausschließliche Verwendung physikalisch interpretierbarer Basisfunktionen beinhaltet jedoch den Nachteil, die Bedingung orthogonaler Basisfunktionen aufgeben zu müssen.

Die Interpretation von Zeitreihen als Realisierung einer Gauß-verteilten Zufallsvariablen konstanter Varianz ist zur Beschreibung und Analyse europäischer Temperaturzeitreihen monatlicher Auflösung gut geeignet (GRIESER et al., 2002; GRIESER et al., 2000; TRÖMEL et al., 1999). Die Interpretation von Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen als Realisation einer Gauß-verteilten Zufallsvariablen gelingt allerdings nicht. Das bedeutet, die zugrundegelegten Annahmen können durch statistische Testverfahren nicht

bestätigt werden. Dies gilt zumindest unter Verwendung der eingeschränkten Basis physikalisch relevanter Funktionen. Der Hinweis auf die eingeschränkte Basis ist nötig, da die verwendete Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die Basisfunktionen komplementär sind. Beispielsweise zerlegen FARGE et al. (1999) nicht-Gauß-verteilte zweidimensionale Turbulenzdaten in einen Signalanteil und Gaußsches Rauschen unter Verwendung einer vollständigen orthonormalen Waveletbasis.

Unter der Annahme der Gaußverteilung geschieht die Anpassung signifikanter Strukturen mittels der Kleinst-Quadrate-Methode. Abbildung 2.1 zeigt die kumulierten Nieder-

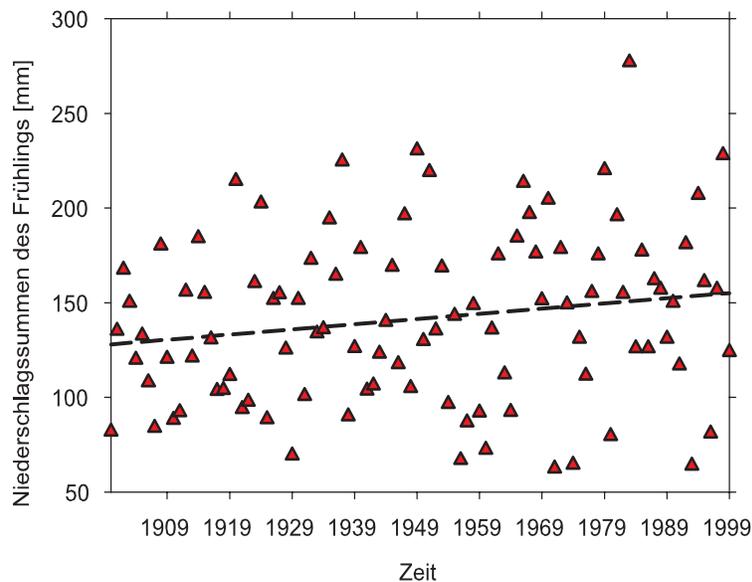


Abbildung 2.1: Niederschlagssummen des Frühlings an der Station Kleinwaabs mit formaler Berechnung eines linearen Trends nach der Kleinst-Quadrate-Methode.

schlagssummen der Frühlingsmonate März bis Mai in den Jahren 1900 bis 1999 an der Station Kleinwaabs (54.53°N , 9.75°E). Ist auch auf den ersten Blick lediglich eine starke Streuung der Werte erkennbar, so führt doch die formale Anwendung der Kleinst-Quadrate-Methode zur Anpassung eines linearen Trends zu dem eingezeichneten geschätzten Anstieg um 27.4 mm während des Beobachtungszeitraums. Das Resultat ist also eine Verschiebung der Gaußverteilung in Richtung höherer Frühlingsniederschläge. Abbildung 2.1 veranschaulicht jedoch, daß ein positiver Trend in der Streuung einer linkssteilen Verteilung zur Beschreibung der Beobachtung besser geeignet wäre, der Trend im Mittel der Gaußverteilung also vorgetäuscht sein kann.

Die auf die Lokation, also auf den Lageparameter und somit im Falle der Gaußverteilung auf das Mittel beschränkte Betrachtungsweise führt weiterhin zu dem irrigen Ergebnis einer Abnahme der Unterschreitungswahrscheinlichkeit, beispielsweise der 80 mm -Schwelle im Beobachtungszeitraum, hervorgerufen durch die Verschiebung der Gaußglocke. Tatsächlich werden jedoch nicht nur die höchsten, sondern auch die niedrigsten Niederschlagssummen gegen Ende des Zeitraums beobachtet.

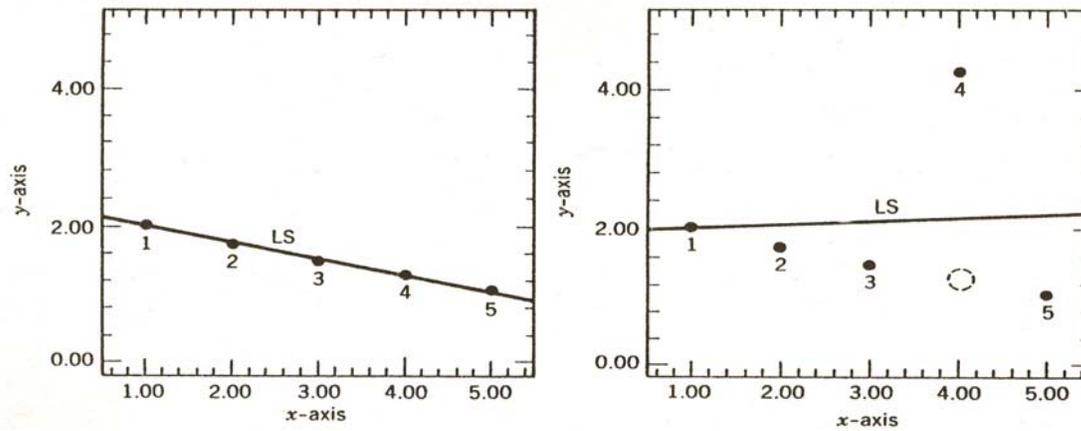


Abbildung 2.2: Veranschaulichung der Sensitivität des Kleinst-Quadrate-Schätzers gegenüber Ausreißern.

Dieses Beispiel zeigt somit: Unzutreffende Ergebnisse folgen einerseits aus der auf die Lokation beschränkten Betrachtung. Andererseits würde eine tatsächlich vorliegende signifikante Änderung der Lokation unter nicht bestätigten Modell- bzw. Verteilungsannahmen unzureichend geschätzt. Anschaulich ist, daß unter der Annahme der Gaußverteilung große Abweichungen starken Einfluß, beispielsweise bei der Berechnung eines Trends, haben. Aufgrund ihrer erwarteten geringen Eintrittswahrscheinlichkeit wird ihrem Auftreten große Bedeutung gegeben. Liegt tatsächlich aber eine Verteilung mit ausgeprägteren Flanken vor, ist eine deutlich höhere Anzahl großer Abweichungen zu erwarten. Zur Veranschaulichung der Empfindlichkeit der Kleinst-Quadrate-Methode gegenüber großen Abweichungen dient Abbildung 2.2. Während im linken Bild alle Stichprobenwerte auf einer Geraden liegen, ist im rechten Bild ein Wert entlang der y-Achse verschoben worden. Die Auswirkung auf die angepaßte Gerade ist erheblich. Die Verschiebung dieses einzelnen Wertes hat sogar eine Umkehrung des Trendvorzeichnes zur Folge und bewirkt, daß die übrigen Werte nicht mehr durch die Trendgerade beschrieben werden. Dem Einfluß eines einzelnen Wertes sind im Rahmen der Kleinst-Quadrate-Methode keine Schranken gesetzt (vgl. Anhang A).

Besonders illustrativ sind die Auswirkungen unzureichender Modellannahmen auch auf die Komponente der Extremereignisse. Abbildung 2.3 zeigt im linken Bild die empirische Häufigkeitsverteilung der Residuen der Niederschlagsreihe monatlicher Auflösung der Station Alsfeld, 1901 bis 2000, nach Abzug strukturierter Komponenten im Mittel der in der Zeitreihenzerlegung angenommenen Gaußverteilung. Die Modellannahmen können nicht bestätigt werden. Die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Gaußverteilung beträgt entsprechend der Kolmogorov-Smirnov-Statistik 99.96%. Bezüglich dieser Modellannahme jedoch, wären die als rote Dreiecke markierten einzelnen Werte am rechten Rand der Verteilung als Extremereignisse einzustufen. Wie eine analoge Analyse auf Basis etwa der Gumbelverteilung durchgeführt werden kann, wird innerhalb dieser Arbeit dargelegt. In Abbildung 2.3 rechts ist bereits dargestellt, daß nach Eliminierung detektierter Strukturen im Lage- und

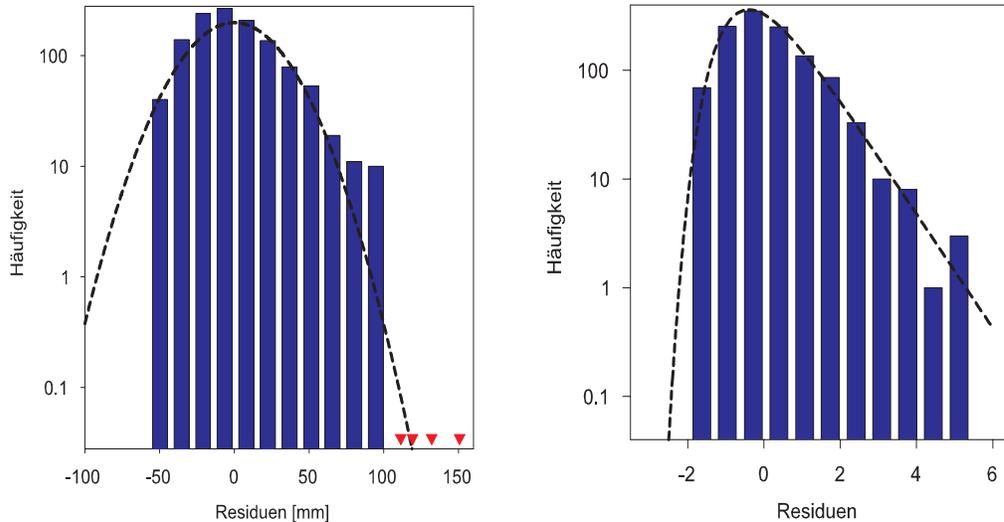


Abbildung 2.3: Empirische Häufigkeitsverteilung (blaue Balken) der Residuen nach der Zeitreihenzerlegung auf Basis der Gaußverteilung mit variablem Mittel und konstanter Varianz (linke Grafik) sowie auf Basis der Gumbelverteilung mit variablem Lage- und Streuparameter (rechte Grafik) am Beispiel der Niederschlagsreihe der Station Alsfeld (50.77°N, 9.4°E). A priori angenommene angepaßte theoretische Verteilungen sind schwarz gestrichelt und detektierte Extremereignisse des Modells mittels roter Dreiecke eingezeichnet. Die Häufigkeiten sind in logarithmischer Skala wiedergegeben um Abweichungen von der theoretischen Verteilung deutlicher erkennbar zu machen.

Streuparameter der zugrundegelegten Gumbelverteilung, die Modellannahmen bezüglich der Station Alsfeld bestätigt und alle Werte durch das Modell beschrieben werden können. Keine der Beobachtungen wird als Extremereignis eingestuft.

Ziel dieser Arbeit ist nun, die Einführung einer statistischen Modellierung von Klimazeitreihen. Die Interpretation von Klimazeitreihen als Realisierung Gauß-verteilter Zufallsvariablen konstanter Varianz ist Grundlage bestehender Analysemethoden und für die Beschreibung von beobachteten Temperaturzeitreihen adäquat. Insbesondere um eine konsistente Zerlegung von Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen in einen deterministischen und einen statistischen Anteil zu erreichen, wird jedoch eine verallgemeinerte Zeitreihenzerlegung eingeführt, welche auf Basis einer ohne Einschränkungen wählbaren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion phänomenologische Strukturen in zwei statt nur einem Parameter zulässt. Damit wird in vielen Fällen eine statistische Modellierung von Klimazeitreihen erreicht, in jedem Fall jedoch ein Schritt in Richtung robuster Statistik und somit vertrauenswürdigeren Schätzung phänomenologischer Strukturen vollzogen.

Kapitel 3

Die Maximum-Likelihood-Methode

Die Maximum-Likelihood-Methode ist wohl als fundamental innerhalb der Statistik zu bezeichnen, soll hier jedoch aufgrund ihrer zentralen Rolle in dieser Arbeit kurz eingeführt werden. Sie repräsentiert einen systematischen Ansatz auf der Grundlage von Beobachtungen Parameter eines statistischen Modells zu schätzen.

Sei $f_X(x, \boldsymbol{\theta})$ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariablen \mathbf{X} und $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ eine Realisierung bezüglich \mathbf{X} , eine Stichprobe vom Umfang N . Die Likelihoodfunktion

$$L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^N f_X(x_i, \boldsymbol{\theta}) \quad (3.1)$$

(BOSCH, 1997) dient dann zur Findung eines Schätzwertes $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ des unbekanntem Parametervektors $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$. Sie gibt die Wahrscheinlichkeiten der tatsächlichen Beobachtung unter den verschiedenen Werten der Parameter an. Der Maximum-Likelihood-Ansatz fordert, als Schätzung $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ für den Parameter $\boldsymbol{\theta}$ den plausibelsten zu wählen. Als Plausibilitätsmaß dienen die Likelihoods der Parameterwerte bei gegebener Beobachtung. Schätzer des Parametervektors $\boldsymbol{\theta}$ ist somit derjenige Wert, welcher die gegebene Beobachtung mit größter Wahrscheinlichkeit reproduziert. Der Maximum-Likelihood-Schätzer wird durch die Maximierung der Likelihood-Funktion bezüglich $\boldsymbol{\theta}$ gefunden. Da Wahrscheinlichkeiten und Dichten nicht negativ sind und der natürliche Logarithmus eine streng monoton wachsende Funktion ist, kann anstelle der Likelihoodfunktion $L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ jedoch auch die sogenannte Loglikelihoodfunktion

$$\ln(L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})) = \sum_{i=1}^N \ln(f_X(x_i, \boldsymbol{\theta})) \quad (3.2)$$

verwendet werden. Aufgrund der damit möglichen Maximierung einer Summe anstelle eines Produkts wird die Loglikelihoodfunktion meistens der Likelihoodfunktion bevorzugt.

Die notwendige Bedingung für Maxima liefert das zu lösende System aus m Gleichungen

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0; \dots; \frac{\partial L}{\partial \theta_m} = 0 \quad \text{bzw.} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \theta_1} = 0; \quad \frac{\partial \ln(L)}{\partial \theta_2} = 0; \dots; \frac{\partial \ln(L)}{\partial \theta_m} = 0. \quad (3.4)$$

Kapitel 4

Diverse Schätzer

In der Statistik sind im wesentlichen drei Typen robuster Schätzer zu finden (PRESS et al., 1992). Hierbei handelt es sich um sogenannte L-Schätzer, R-Schätzer und M-Schätzer. Sie sollen nun kurz vorgestellt werden, um die Entscheidung für eine auf der Maximum-Likelihood-Methode bzw. M-Schätzer basierende Analyse zu beleuchten.

L-Schätzer der Lokation sind nur für stationäre Prozesse definiert und repräsentieren Linearkombinationen geordneter Stichproben. Sei $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq x_{(3)} \dots \leq x_{(N)}$ die Rangliste einer Stichprobe vom Umfang N und a_1, a_2, \dots, a_N reelle Zahlen mit $\sum a_i = 1$, so ist $T = \sum a_i x_{(i)}$ ein L-Schätzer. Drei Klassen der L-Schätzer sind die α -getrimmten Mittel, die α -winsorisierten Mittel und die α -Gastwirth-Cohen-Mittel (HARTUNG et al., 1998). Der Wert α nimmt Werte zwischen 0 und 0.5 an. Im Fall des α -getrimmten Mittels gibt N_1 , definiert als die größte ganze Zahl kleiner oder gleich αN , den Anteil der geordneten Stichprobe vom Umfang N an, welcher an beiden Enden abgeschnitten wird bzw. die Gewichte $a_i = 0$ erhält und somit nicht in die Bestimmung des Schätzers eingeht. Spezialfälle des α -getrimmten Mittels sind das arithmetrische Mittel mit $\alpha = 0$ und der Median mit $\alpha = 0.5$. Der Bruchpunkt ϵ^* (vgl. Anhang A) des α -getrimmten Mittels, welcher ein Maß für die Sensitivität des Schätzers repräsentiert, ist α .

Zur Bestimmung des α -winsorisierten Mittels dagegen werden die N_1 ersten und letzten Werte der geordneten Stichprobe nicht Null gesetzt. Stattdessen erhalten die Beobachtungen $x_{(1)}, \dots, x_{(N_1)}$ den Wert $x_{(N_1+1)}$ und die Beobachtungen $x_{(N-N_1+1)}, \dots, x_{(N)}$ den Wert $x_{(N-N_1)}$. Im Anschluß wird das arithmetische Mittel der auf diese Art modifizierten Stichprobe berechnet. Wiederum beträgt der Bruchpunkt $\epsilon^* = \alpha$.

Der L-Schätzer des α -Gastwirth-Cohen-Mittels berechnet sich zu $T = \gamma(x_{(N_1+1)} + x_{(N-N_1)}) + (1 - 2\gamma)\tilde{x}_{0.5}$. Hierbei ist $\tilde{x}_{0.5}$ der Median und $\gamma \in (0, 0.5)$. Beispiel eines Gastwirth-Cohen-Mittels ist Tukeys trimean mit $\alpha = 1/4$ und $\gamma = 1/4$.

R-Schätzer der Lokation sind ebenfalls nur für stationäre Prozesse definiert und basieren auf Zweistichproben-Rangtests für Lokationsvergleiche. Zur Ableitung eines R-Schätzers werden die Originalstichprobe x_1, \dots, x_N und die modifizierte Reihe

$2T - x_1, \dots, 2T - x_N$, eine spiegelbildliche Reihe mit dem möglichen Lokationsschätzer T , auf Basis eines Rangsummentests verglichen. Dazu werden die tatsächliche Stichprobe und die spiegelbildliche Reihe in einer Stichprobe kombiniert. Sind R_i die Rangzahlen der x_i in der kombinierten Stichprobe, läßt sich jeder Rangtest in der Form

$$S_{N,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a(R_i) \quad (4.1)$$

schreiben. Die Größen $a(j)$ für $j = 1, \dots, 2N$ heißen Scores des jeweiligen Tests. Sie werden mittels einer sog. Scorefunktion $J(t)$ bestimmt, und zwar meist derart, daß

$$a(j) = 2N \cdot \int_{\frac{j-1}{2N}}^{\frac{j}{2N}} J(t) dt. \quad (4.2)$$

Zu testen ist nun die Hypothese $\Delta = 0$ gegen $\Delta > 0$ auf Basis dieser Teststatistik, wobei Δ die Verschiebung der Verteilungen $F(x)$ der Stichprobe und $G(x) = F(x - \Delta)$ der spiegelbildlichen Stichprobe ist. Ist $J(t)$ derart gewählt, daß $\sum_{j=1}^{2N} a(j) = 0$, so ist unter der Hypothese gleicher Lokation der Stichproben die Teststatistik $S_{N,N}$ gerade gleich Null. Die spiegelbildliche Reihe ist somit derart zu verschieben, daß der Rangsummentest keine Differenz in der Lokation beider Stichproben detektiert.

Der Lokationsschätzer auf Basis des Wilcoxon-Rangsummentests mit $J(t) = t - 1/2$ liefert den sogenannten Hodges-Lehmann Schätzer

$$T_{H-L} = \underset{1 \leq i < j \leq N}{\text{med}} \frac{x_i + x_j}{2}, \quad (4.3)$$

der Median der N^2 Werte $1/2(x_i + x_j)$, ($i, j = 1, N$). Das bedeutet, der Wilcoxon-Rangtest sieht keine Verschiebung zwischen der Originalreihe und einer mit dem Hodges-Lehmann Schätzer erzeugten spiegelbildlichen Reihe.

M-Schätzer stellen eine Verallgemeinerung des Konzepts der Maximum-Likelihood-Schätzung (siehe Kapitel 3) dar. Der M-Schätzer der Lokation T ergibt sich als Lösung einer Minimierungsaufgabe

$$\sum \rho(x_i, T) = \min. \quad (4.4)$$

Im Falle konvexer Distanzfunktionen ρ ist dies gleichbedeutend mit der Lösung der impliziten Gleichung

$$\sum \psi(x_i, T) = 0. \quad (4.5)$$

Hierbei sind zunächst die Distanzfunktionen ρ *willkürliche* Funktionen und die Gewichtsfunktion $\psi(x, \theta) = (\partial/\partial\theta) \rho(x, \theta)$. Erst die Wahl $\rho(x, \theta) = -\ln f(x, \theta)$ führt zu den üblichen Maximum-Likelihood-Schätzern (vgl. Glg. 3.2).

Die bestehende Verbindung zwischen M-Schätzern und der Maximum-Likelihood-Methode erscheint besonders interessant, da somit ein hohes Maß an

Flexibilität zu erwarten ist. Hierbei sei die Übertragbarkeit auf instationäre Bedingungen und mehrdimensionale Probleme erwähnt. Weitere Vorteile sind, daß Maximum-Likelihood-Schätzer konsistente, effiziente sowie asymptotisch erwartungstreue Schätzer sind. Ein Nachteil der Maximum-Likelihood-Methode ist jedoch, daß sie im Falle sehr kleiner Stichproben zu fehlerhaften Resultaten führen kann (vgl. Kapitel 11.2.7).

In der Gegenüberstellung der aufgeführten Schätzer erweisen sich M-Schätzer für die Anwendung auf die Problematik dieser Arbeit am geeignetsten. Deswegen soll für diese Gruppe von Schätzern eine etwas ausführlichere Beschreibung erfolgen:

Wie bereits in Kapitel 2 geschildert, genügt im Falle der Kleinst-Quadrate-Methode ein einzelner Ausreißer, um den Schätzer unbeschränkt zu verändern. Somit schlug Edgeworth (1987) alternativ den Kleinsten-Absolutwert

$$\sum_{i=1}^N |z_i| = \min_{\theta} \quad (4.6)$$

als Schätzer vor, um den starken Einfluß stark abweichender Residuen z_i zu relativieren. Die Residuen z_i sind durch die Abweichungen vom Lokationsschätzer $x_i - T$ gegeben. Diese Methode wird auch als L_1 -Regression bzw. LAD (least absolute deviation)-Methode bezeichnet, wobei mit L_2 -Regression die Kleinst-Quadrate-Methode gemeint ist. Der nächste Schritt in Richtung robuster Regression kam von HUBER (1981) in Form der M-Schätzer. Der Grundgedanke ist das Ersetzen der zu minimierenden quadratischen Funktion durch eine weniger steil ansteigende Distanzfunktion ρ , um die Sensitivität gegenüber großen Residuen zu verringern. Hierbei stellen die sogenannten *Huber-k-Schätzer* eine Klasse von M-Schätzern dar. Sie sind definiert durch die Distanzfunktion

$$\rho_H(z) = \begin{cases} z^2/2, & \text{falls } |z| \leq k \\ k \cdot |z| - k^2/2 & \text{falls } |z| > k. \end{cases} \quad (4.7)$$

Die dazugehörige Gewichtsfunktion ergibt sich zu

$$\psi_H(z) = \begin{cases} z, & \text{falls } |z| \leq k \\ k \cdot \text{sgn}(z), & \text{falls } |z| > k. \end{cases} \quad (4.8)$$

Eine solche Distanzfunktion, die lediglich von der Differenz z zwischen Stichprobenwert und Prädiktor, jedoch nicht von beiden Argumenten abhängt, wird als lokal bezeichnet. Der Großteil verwendeter Distanzfunktionen ist lokal. Um stark abweichenden Werten den unbeschränkten Einfluß zu unterbinden, steigt ab einem festzulegenden Wert k die Gewichtsfunktion nicht weiter an, sondern bleibt konstant. Auch hier sind wieder der Median und das arithmetische Mittel als Spezialfälle enthalten. Wird k so klein gewählt, daß sämtliche Stichprobenwerte, die nicht identisch mit dem Wert des Medians sind, sich in einem größeren Abstand als k vom Median befinden, ist der Huber- k -Schätzer mit dem Median identisch. Ist jedoch k größer als die Hälfte des Wertebereichs, ergibt sich das arithmetische Mittel als Schätzer.

Die Idee, weit entfernte Werte oder alle Werte (L_1 -Regression) mit dem gleichen Gewicht eingehen zu lassen, läßt sich noch weiter fortführen. Unter dem Begriff „redescending-Funktionen“ findet man solche Gewichtsfunktionen ψ , welche zunächst mit zunehmendem Abstand ansteigen, dann jedoch wieder abnehmen. Auf diese Art und Weise gehen wirklich starke Ausreißer praktisch nicht in die Schätzung ein. Beispiel einer solchen Funktion ist der *Lorentzian-Schätzer*

$$\psi_L(z) = \frac{z}{1 + \frac{1}{2}z^2}. \quad (4.9)$$

Weitere Beispiele sind *Andrew's sine*

$$\psi_A(z) = \begin{cases} \sin(z/c) & |z| < c\pi \\ 0 & |z| > c\pi \end{cases} \quad (4.10)$$

oder *Tukey's biweight*

$$\psi_T(z) = \begin{cases} z(1 - z^2/c^2)^2 & |z| < c \\ 0 & |z| > c. \end{cases} \quad (4.11)$$

Berücksichtigt werden muß allerdings, daß M-Schätzer nicht generell skaleninvariant sind. Allgemein liefern Distanzfunktionen der Form $\rho(z) = |z|^p$ skaleninvariante Schätzer. Somit ist der Huber-k-Schätzer gemäß den Gleichungen 4.7 und 4.8 lediglich für die beiden Spezialfälle der Schätzung des Medians und des arithmetischen Mittels skaleninvariant. Um aber Skaleninvarianz zu erreichen, werden Skalenschätzer S_N eingeführt und die Minimierungsvorschrift eines skaleninvarianten lokalen M-Schätzers lautet

$$\sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{z_i}{cS_N}\right) = \min. \quad (4.12)$$

Analog ergibt sich der Lokationsschätzer aus der Gleichung

$$\sum_{i=1}^N \psi\left(\frac{z_i}{cS_N}\right) = 0, \quad (4.13)$$

wobei c eine Skalenkonstante ist. Als Skalenschätzer S_N wird hier jede positive Statistik bezeichnet, die gegenüber Skalentransformationen invariant ist:

$$S_N(ax_1, \dots, ax_N) = aS_N(x_1, \dots, x_N) \quad \text{mit } a > 0 \quad (4.14)$$

(HUBER, 1981). Ein sehr gebräuchlicher Skalenschätzer ist die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{mit } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (4.15)$$

jedoch kann auch ihr Wert durch Veränderung eines Stichprobenwertes unendlich ansteigen, das heißt der Bruchpunkt ist $\epsilon^* = 0$. Üblicherweise sind Skalenschätzungen unliebsame Begleiterscheinungen bei Lokationsschätzungen. Reine Skalenprobleme dagegen treten eher selten auf. Stellt die Skalenschätzung nur ein Nebenproblem innerhalb

der Lokationsschätzung dar, sollten auch die Eigenschaften des Skalenschätzers dem Lokationsschätzer untergeordnet werden und robuste Eigenschaften des Lokationsschätzers nicht durch einen niedrigen Bruchpunkt des Skalenschätzers verschlechtert werden. Der sogenannte MAD ist ein beliebter „untergeordneter“ Skalenschätzer, wenn die Lokationsschätzung eigentlicher Gegenstand der Arbeit ist. Dieser Median der absoluten Abweichungen

$$MAD = med(|x_i - M_N|) \quad \text{mit} \quad M_N = med(x_i) \quad (4.16)$$

hat den Bruchpunkt $\epsilon^* = 0.5$.

Wie bereits erwähnt, repräsentiert die Wahl

$$\rho(x, \theta) = -\ln(f(x, \theta)) \quad (4.17)$$

den Übergang vom M-Schätzer zum Maximum-Likelihood-Schätzer. Für die Gewichtsfunktion besteht damit der Zusammenhang

$$\psi(x, \theta) = \frac{\partial \rho(x, \theta)}{\partial \theta} = -\frac{f'(x, \theta)}{f(x, \theta)}. \quad (4.18)$$

So ist die L_1 -Regression beispielsweise Maximum-Likelihood-Schätzer der Lokation im Falle einer vorliegenden doppelten Exponentialverteilung bzw. Gumbelverteilung

$$f_G(x) = \frac{1}{b} \left\{ \exp\left(-\frac{x-a}{b}\right) \exp\left[-e^{-(x-a)/b}\right] \right\} \quad \begin{cases} a \in R \\ b \in R^+ \\ x \in R \end{cases} \quad (4.19)$$

der Residualverteilung. Oftmals bleibt unerwähnt, daß hierbei zusätzlich die Annahme eines konstanten Streuparameters b eingegangen ist. Die Distanzfunktion ist gegeben durch

$$\rho_G(z) = |z| \quad (4.20)$$

(vgl. Glg. 4.6). Analoges gilt für den vorgestellten Lorentzian-Schätzer: Er ist Maximum-Likelihood-Schätzer, wenn die Residuen der Lorentzian oder Cauchy-Verteilung

$$f_L(x) = \left\{ \pi b \left[1 + \left(\frac{x-a}{b} \right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad \begin{cases} x \in R \\ a \in R \\ b \in R^+ \end{cases} \quad (4.21)$$

genügen und der Streuparameter b als konstant betrachtet werden kann. Die Distanzfunktion der Cauchy-Verteilung ist gegeben durch

$$\rho_L(z) = \ln\left(1 + \frac{1}{2}z^2\right). \quad (4.22)$$

Ein reines Skalenproblem kann in ein Lokationsproblem transformiert werden, denn die Anwendung des natürlichen Logarithmus ermöglicht dann ein analoges Vorgehen. Im Fall

symmetrischer zugrundeliegender Verteilung sind Lokations- und Skalenschätzer asymptotisch unabhängig. Auf Basis des Maximum-Likelihood-Prinzips kann dann wieder eine simultane Bestimmung des Lokations- und Skalenschätzers erreicht werden. Häufig sind Wahrscheinlichkeitsdichten von der Form

$$\frac{1}{s} f\left(\frac{x - \theta}{s}\right), \quad (4.23)$$

wobei θ einen Lokations- und s einen Skalenparameter bezeichnet. Die Maximum-Likelihood-Schätzer $\tilde{\theta}$ und \tilde{s} maximieren

$$\prod_{i \leq n} \frac{1}{s} f\left(\frac{x_i - \theta}{s}\right). \quad (4.24)$$

Entsprechend können die Schätzer $\tilde{\theta}$ und \tilde{s} durch Lösung des Gleichungssystems

$$\sum \psi\left(\frac{x_i - \theta}{s}\right) = 0, \quad (4.25)$$

$$\sum \left[\psi\left(\frac{x_i - \theta}{s}\right) \frac{x_i - \theta}{s} - 1 \right] = 0. \quad (4.26)$$

gewonnen werden.

Kapitel 5

Die Methodik der statistischen Zeitreihen-Modellierung

5.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird die Methodik zur statistischen Modellierung von Klimazeitreihen auf Basis des Maximum-Likelihood-Prinzips eingeführt. In den bisherigen Ausführungen der Kapitel 3 und 4 ist der zu schätzende Parametervektor θ der zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion als zeitlich konstant angenommen worden. In Kapitel 5.2 folgt der Übergang zu instationären Bedingungen. Anschließend werden im Kapitel 5.3 die zur Beschreibung der Parameter zugelassenen Basisfunktionen vorgestellt. Sie lassen sich in eine Trend-, eine saisonale und eine niederfrequente Komponente zusammenfassen. Die Komponente der Extremereignisse nimmt eine Sonderrolle ein und beschreibt im Rahmen des angepaßten statistischen Modells unerwartete Werte. Die Beschreibung der Detektionsstrategie in Kapitel 5.4 beinhaltet die Beschreibung eines rekursiven Zyklus' (Kapitel 5.4.1), welche die Handhabung vieler verschiedener Komponenten erlaubt. Innerhalb dieses Zyklus' findet eine Modifikation der Schrittweisen Regression (STORCH und ZWIERS, 1999) zur simultanen Detektion der Trend- und Saisonkomponente beider Verteilungsparameter Anwendung (Kapitel 5.4.2).

5.2 Instationäre Bedingungen

Klimazeitreihen werden in dieser Arbeit als Realisation eines Zufallsprozesses verstanden. Um zeitlich strukturierte Änderungen im Beobachtungszeitraum erfassen zu können, muß Instationarität zugelassen werden. Genauer gesagt, liegt der statistischen Modellierung folgende Annahme zugrunde:

Die beobachtete Zeitreihe $(x(t), t=1, \dots, N)$ kann als Realisierung einer Zufallsvariablen $\mathbf{X}(t)$ der Dichte $f(x(t), P_g(t), P_r(t))$ mit zwei zeitabhängigen Verteilungsparametern $P_g(t)$ und $P_r(t)$ interpretiert werden.

Zur Einschränkung des Modells, und da ein Großteil der in der statistischen Kli-

matologie verwendeten theoretischen Verteilungen ohnedies lediglich zwei Parameter aufweist, werden lediglich zwei Komponenten des Parametervektors θ als Funktionen der Zeit $\theta_i = \theta_i(t)$ angenommen und als Parameter $P_g(t)$ und $P_r(t)$ bezeichnet. Die Indizes g und r dienen als Hinweis auf ein *größeres* und ein *reduziertes* Angebot an potentiellen Basisfunktionen $o_i(t)$, welche zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Parameter $P_g(t)$ bzw. $P_r(t)$ zur Verfügung stehen. Als signifikant detektierte, nichtparametrisierte Funktionen gehen in das jeweilige additive Modell

$$P_g(t) = o_1(t)g_1 + o_2(t)g_2 + \dots o_m(t)g_m \quad \text{bzw.} \quad (5.1)$$

$$P_r(t) = o_1(t)r_1 + o_2(t)r_2 + \dots o_n(t)r_n \quad (5.2)$$

mit den Koeffizienten g_i bzw. r_i ein.

Gemäß der Maximum-Likelihood-Methode besteht die Vorgehensweise darin, das plausibelste Modell zu wählen. Die Koeffizienten g_i und r_i werden derart gewählt, daß die beobachtete Stichprobe mit der größten Wahrscheinlichkeit produziert wird. Das bedeutet, die Loglikelihood-Funktion

$$\ln(L(x(t), P_g(t), P_r(t))) = \sum_{t=1}^N \ln(f(x(t), P_g(t), P_r(t))) \quad (5.3)$$

ist bezüglich der Koeffizienten zu maximieren. Entsprechend ihrer Definition als der negative natürliche Logarithmus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist die Minimierung der entsprechenden Summe über die Distanzfunktion

$$\min_{g,r} \stackrel{!}{=} \sum_{t=1}^N \rho(x(t), P_g(t), P_r(t)) = \sum_{t=1}^N -\ln(f(x(t), P_g(t), P_r(t))), \quad (5.4)$$

gleichbedeutend. Die Distanzfunktion ist nun aufgrund $P_g(t)$ und $P_r(t)$ ebenfalls eine Funktion der Zeit. Analog zu Gleichung 4.18 ergeben sich die Gewichtsfunktionen

$$\psi_{P_g}(x(t), P_g(t), P_r(t)) = \frac{\partial \rho(x(t), P_g(t), P_r(t))}{\partial P_g(t)} \quad (5.5)$$

und

$$\psi_{P_r}(x(t), P_g(t), P_r(t)) = \frac{\partial \rho(x(t), P_g(t), P_r(t))}{\partial P_r(t)}. \quad (5.6)$$

Somit kann alternativ das nichtlineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \psi_{P_g}(x(t), P_g(t), P_r(t))o_i(t) &= 0 \quad \text{mit } i = 1, \dots, m \text{ und} \\ \psi_{P_r}(x(t), P_g(t), P_r(t))o_i(t) &= 0 \quad \text{mit } i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5.7)$$

von $m+n$ Gleichungen gelöst werden.

5.3 Die Komponenten

Auf Kosten der Orthogonalität der Basisfunktionen werden zur analytischen Beschreibung der Parameter $P_g(t)$ und $P_r(t)$ ausschließlich physikalisch interpretierbare zeitliche Änderungen zugelassen. Weiterhin werden dem Parameter $P_g(t)$ deutlich mehr Freiheitsgrade angeboten als dem Parameter $P_r(t)$ der zugrundeliegenden Verteilung. Dieses Vorgehen hält das Modell in einem angemessenen Rahmen und basiert auf der Annahme, daß in dem jeweiligen ausgewählten Modell ein Parameter als wesentlich bezüglich der beobachteten Änderungen angesehen werden kann. Beispielsweise können erfahrungsgemäß Schwankungen in Temperaturzeitreihen näherungsweise durch Änderungen im Mittel der Gaußverteilung beschrieben werden, wobei die Anzahl der Freiheitsgrade zur Beschreibung der zeitlichen Änderungen der Varianz gering gehalten werden können.

Dem Parameter $P_g(t)$ stehen Funktionen $o_i(t)$ zur Beschreibung einer Trendkomponente, einer saisonalen Komponente mit Änderungen der Amplituden- und Phasenfunktion und einer niederfrequenten Komponente zur Verfügung. Der Parameter $P_g(t)$ kann somit gemäß

$$P_g(t) = \text{Konst.}_g + T_{\text{sum}}(t) + S(t) + P(t) \quad (5.8)$$

mit

Konst._g	=	konstanter Wert,
$T_{\text{sum}}(t)$	=	eine oder Summe mehrerer Trendfunktionen,
$S(t)$	=	zeitlich konstante oder veränderliche saisonale Komponente und
$P(t)$	=	niederfrequente Komponente

beschrieben werden.

Dem Parameter $P_r(t)$ dagegen wird lediglich ein deutlich eingeschränkteres Angebot an Funktionen der Trend- sowie der saisonalen Komponente geboten. Im Rahmen der saisonalen Komponente steht lediglich die Basisschwingung $S_{1,0}$ (vgl. Gleichung 5.11) mit der Wellenzahl eins pro Jahr mit konstanter Amplitude zur Verfügung. Ebenso kann lediglich eine der möglichen Trendfunktionen $T_i(t)$ (vgl. Gleichung 5.10) detektiert werden. Eine niederfrequente Komponente wird hier nicht zur Verfügung gestellt. Damit kann der Parameter $P_r(t)$ durch die Gleichung

$$P_r(t) = \text{Konst.}_r + T_i(t) + S_{1,0}(t) \quad (5.9)$$

mit

Konst._r	=	konstanter Wert,
$T_i(t)$	=	eine Trendfunktion der Ordnung i und
$S_{1,0}(t)$	=	eine Schwingung der Wellenzahl eins pro Jahr mit konstanter Amplitude

beschrieben werden.

In den Kapiteln 5.3.1 bis 5.3.3 werden nun Trend-, saisonale und niederfrequente Komponente definiert. Im Anschluß gibt Kapitel 5.3.4 die Definition und Detektionsstrategie der als zusätzliche Komponente aufgenommenen Extremereignisse des angepaßten

statistischen Modells wieder. Nach der Separation der signifikanten Komponenten aus der Klimazeitreihe, geben die Residuen Aufschluß darüber, ob das gewählte statistische Modell zu ihrer Beschreibung gut geeignet ist. Die Teststatistiken der Residuenanalyse werden in Kapitel 5.3.5 dargelegt.

5.3.1 Trendkomponente

Mit der Trendkomponente können langfristige Änderungen in der Lage, der Breite oder der Form einer Verteilung beschrieben werden. Dazu werden Trendfunktionen bis zur maximalen Ordnung fünf angeboten:

$$T_i(t) = a_i + b_i \cdot t^i \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, 5. \quad (5.10)$$

Entsprechend stehen der Beschreibung des Parameters $P_r(t)$ lineare ($i=1$) und progressive Entwicklungen zur Verfügung. Durch die Überlagerung zweier Trendfunktionen, wie sie hinsichtlich des Parameters $P_g(t)$ zugelassen ist, sind zusätzlich degressiv verlaufende Trends möglich.

5.3.2 Saisonale Komponente

Simultan mit der Trendkomponente erfolgt die Detektion der saisonalen Komponente. Sie repräsentiert jahreszeitlich bedingte Schwankungen der Klimavariablen. Zur Beschreibung des mittleren Jahresgangs werden Schwingungen der Wellenzahlen eins bis sechs zur Verfügung gestellt. Es ist jedoch denkbar, daß innerhalb eines Beobachtungsintervalls die Saisonfigur zeitlichen Schwankungen unterliegt. Deshalb werden die Basisfunktionen

$$S_{j,k} = c_{j,k} + d_{j,k}t^k \cos\left(2\pi\frac{j}{12}t\right) + e_{j,k}t^k \sin\left(2\pi\frac{j}{12}t\right) \quad (5.11)$$

mit den Wellenzahlen $j=1,2,\dots,6$ pro Jahr und $k=0,1,2$ zur Beschreibung der saisonalen Komponente angeboten. Sie beinhaltet neben der starren Basisschwingung $S_{1,0}$ und den Oberschwingungen auch Amplituden mit linearer und quadratischer Zeitabhängigkeit. Zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs des Parameters $P_g(t)$ können somit maximal drei Schwingungen derselben Wellenzahl j jedoch unterschiedlicher Zeitabhängigkeit k als signifikant detektiert werden. Die Überlagerung bzw. Summation der Schwingungen $S_{j,k}$ über alle k bei konstanter Wellenzahl j ergibt eine Schwingung

$$S_j(t) = A_j(t) \cos\left(2\pi\frac{j}{12}(t - \phi_j)\right) \quad (5.12)$$

gleicher Frequenz mit zeitabhängiger Amplitudenfunktion

$$A_j(t) = \sqrt{\sum_{k=0}^2 (d_{j,k}^2 + e_{j,k}^2) t^{2k}} \quad (5.13)$$

und zeitabhängiger Phasenfunktion

$$\phi_j(t) = \frac{12}{2\pi} \arctan \left(\frac{\sum_{k=0}^2 d_{j,k} t^k}{\sum_{k=0}^2 e_{j,k} t^k} \right). \quad (5.14)$$

Damit ist neben der Beschreibung veränderlicher Amplituden auch die Detektion von Phasenverschiebungen in der Saisonfigur möglich.

5.3.3 Niederfrequente Komponente

Nach der simultanen Detektion der Trend- und Saisonkomponente werden zur Beschreibung des Parameters $P_g(t)$ überlagerte niederfrequente Schwankungen zugelassen. Die Beschreibung dieser niederfrequenten Komponente eines Verteilungsparameters $P_g(t)$ erfolgt in Form eines Polynoms der maximalen Ordnung fünf:

$$P_l(t) = a_0 + \sum_{i=1}^l a_i t^i \quad (5.15)$$

mit $l=1,2,\dots,5$. Damit sind bis zu zwei relative Maxima und Minima im Beobachtungszeitraum möglich. Der Saison- und Trendkomponente überlagert können so etwa zwei Bereiche relativ hoher Niederschlagssummen und zwei Bereiche relativ niedriger Niederschlagssummen oder aber relativ hoher bzw. geringer Streuung beschrieben werden.

Zur Beschreibung der niederfrequenten Komponente wird das Polynom $P_l(t)$ der größtmöglichen Ordnung l gewählt, welches die Beschreibung gegenüber dem Polynom $l-1$ signifikant verbessert. Als Signifikanztest kann, wie auch zur Detektion der Trend- und Saisonkomponente, ein modifizierter F-Test (Gleichung 5.35) verwendet werden, der im Rahmen der modifizierten Schrittweisen Regression noch detailliert beschrieben wird und unabhängig von dem gewählten statistischen Modell verwendet werden kann.

Erwähnt seien in diesem Zusammenhang ebenfalls in Klimazeitreihen nachweisbare zyklische Komponenten, die beispielsweise mit der Nord-Atlantik-Oszillation (NAO) oder der quasi-zweijährigen Oszillation (QBO) in Verbindung gebracht werden können. Im Rahmen dieser Arbeit konnte jedoch auf eine Berücksichtigung zyklischer Variabilität verzichtet werden.

5.3.4 Extremereignisse

In jeder Zeitreihe sind extreme, also verglichen mit der verbleibenden Zeitreihe, relativ hohe oder niedrige Werte enthalten. Eine mögliche Ursache sind Beobachtungs- oder Aufzeichnungsfehler, welche hier nicht näher diskutiert werden. Entsprechend der Definition nach GRIESER et al. (2002) besteht auch in dieser Arbeit eine Unterscheidung zwischen Extremwerten und Extremereignissen. Der Begriff „Extremwerte“ definiert relativ hohe bzw. relativ niedrige Werte, welche zufällig ab und zu in der Zeitreihe erwartet werden. Sie sind mit den statistischen Charakteristika der Zeitreihe vereinbar. Aufgrund strukturierter Änderungen in den Parametern der angepaßten Verteilung kann es zu bestimmten Zeiten

zu einem gehäuften Auftreten dieser Werte kommen. Ist als Gedankenmodell eine Zeitreihe beispielsweise aus der Summe nur einer phänomenologischen Struktur, eines positiven linearen Trends, und Zufallsrauschen beschreibbar, so ist eine Anhäufung der höchsten Werte der Reihe vornehmlich in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums zu erwarten. Von diesen „Extremwerten“ sollen die sogenannten „Extremereignisse“ unterschieden werden. Im Spezialfall der Interpretation einer Zeitreihe als Realisation einer Gauß-verteiltern Zufallsvariablen konstanter Varianz waren diese als unabhängig von den detektierten signifikanten Änderungen im Mittel definiert. Analog wird in dieser Arbeit die Zeitreihe als Realisation identisch $f_{Modell}((x(t), P_g(t), P_r(t)))$ -verteilter unabhängiger Zufallsvariablen gesehen und Extremereignisse treten unabhängig von den strukturierten Änderungen in den beiden Parametern $P_g(t)$ und $P_r(t)$ auf. Sie stellen einzelne extreme Werte dar, die aufgrund des angepaßten statistischen Modells mit sehr großer Wahrscheinlichkeit nicht in der Zeitreihe gegebener Länge erwartet werden.

In die Detektion der Extremereignisse geht wieder die Annahme ein, daß die Zeitreihe ohne die noch enthaltenen Extremereignisse hinreichend durch die gewählte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{Modell}((x(t), P_g(t), P_r(t)))$ beschrieben werden kann. Durch die Funktionen $P_g(t)$ und $P_r(t)$ erklärte Schwankungen werden zunächst aus der Reihe extrahiert. Die resultierende Residualreihe kann dann durch die standardisierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{Res}(x(t), P_g^0, P_r^0)$ beschrieben werden. Die Parameter P_g^0 und P_r^0 der Residualreihe (vgl. Kapitel 5.3.5) nehmen im Falle eines repräsentierenden Lageparameters den konstanten Wert Null und im Falle repräsentierender Streu- oder Formparameter den konstanten Wert Eins an. Der gemäß f_{Res} unwahrscheinlichste Wert Z der Residualreihe wird als potentiell Extremereignis vorgemerkt. Die Wahrscheinlichkeit ein solches Extremereignis zu ziehen, beträgt

$$p(Z^+) = \int_Z^{\infty} f_{Res}(x, P_g^0, P_r^0) dx' \quad (5.16)$$

im Falle eines extrem hohen und

$$p(Z^-) = \int_{-\infty}^Z f_{Res}(x, P_g^0, P_r^0) dx' \quad (5.17)$$

im Falle eines extrem niedrigen Wertes. Zusammenfassend sei die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen des potentiellen Extremereignisses mit p_E bezeichnet. Es handelt sich hierbei um die Wahrscheinlichkeit p_E bei einmaliger Realisation der $f_{Res}(x, P_g^0, P_r^0)$ -verteiltern Zufallsvariablen einen derart extremen Wert zu erhalten. In dieser Arbeit werden jedoch 100-jährige Zeitreihen monatlicher Auflösung, also 1200 Werte als Realisationen der jeweiligen Zufallsvariablen betrachtet. Zu berechnen ist somit die Wahrscheinlichkeit \tilde{p} bei N ($=1200$) unabhängigen Realisationen des Bernoulli-Experiments k -mal einen Wert der Wahrscheinlichkeit p_E zu erhalten. Die Anzahl der Erfolge eines Bernoulli-Experiments ist binomialverteilt. Die Binomialverteilung konvergiert jedoch für $N \rightarrow \infty$ und $p \rightarrow 0$ gegen die Poissonverteilung. Entsprechend gilt

$$\tilde{p}(k, N, p_E) = \frac{\exp(-\lambda) \lambda^k}{k!} \quad \text{mit } \lambda = N p_E. \quad (5.18)$$

Es folgt für $k=0$ die Wahrscheinlichkeit, daß ein solch extremer Wert in einer Zeitreihe der Länge N durch Zufall nicht auftritt:

$$\tilde{p}(0, N, p_E) = \exp(-Np_E). \quad (5.19)$$

Besteht entsprechend Gleichung 5.19 eine mindestens 90%-ige Wahrscheinlichkeit, daß ein derart extremer Wert in der Zeitreihe dieser Länge nicht erwartet wird, so wird dieser als überzufällig eingestuft und somit als Extremereignis der Zeitreihe detektiert.

Zur Detektion enthaltener Extremereignisse wird somit der gemäß f_{Res} unwahrscheinlichste Wert als möglicher Kandidat vorgemerkt. Aus den verbleibenden Werten erfolgt eine Schätzung der Parameter P_g^0 und P_r^0 , welche durch die Separation des extremen Wertes eine erneute Abweichung von den Werten Null bzw. Eins erfahren haben können. Der vorgemerkte Kandidat wird ebenfalls mittels dieser geschätzten Parameter normiert. Nun kann gemäß Gleichung 5.19 die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, daß ein solch extremer Wert in einer Zeitreihe der gegebenen Länge nicht auftritt, bestimmt werden. Wird seine Realisation mit einer mindestens 90%-igen Wahrscheinlichkeit nicht erwartet, so wird er als Extremereignis extrahiert. Analog ist dann mit dem unwahrscheinlichsten der verbleibenden Werte zu verfahren. Dies geschieht solange, bis kein Extremereignis mehr in der Reihe detektiert werden kann.

5.3.5 Die Residuen

In der Residuenanalyse ist zu überprüfen, ob auf Basis des gewählten statistischen Modells eine hinreichend gute Beschreibung der Zeitreihe erreicht werden konnte, und somit die Residuen nicht den getroffenen Annahmen widersprechen. Die Modellierung unterliegt der Annahme, die jeweilige Zeitreihe könne als Realisierung einer Folge von Zufallsvariablen gemäß $f(x(t), P_g(t), P_r(t))$ interpretiert werden. Als Residuen der Analyse sind somit die von den deterministischen Anteilen in den beiden Parametern $P_g(t)$ und $P_r(t)$ bereinigten Beobachtungsdaten zu verstehen. Im Falle einer Modellierung auf Basis der Normalverteilung N führt dies zur gebräuchlichen Standardisierungsvorschrift $e(t)_{Gauß} = (x(t) - \mu(t))/\sigma(t)$. Die resultierende Residualreihe $e(t)$ mit $t = 1, \dots, N$ sollte der $N(0,1)$ -Verteilung, mit dem Mittelwert Null und der Standardabweichung eins genügen. Analog sind die Residuen der Zeitreihenanalyse auf Basis der Gumbelverteilung G mit zeitabhängigen Lage- und Streuparameter $f_{Gumbel}(x(t), a(t), b(t))$ definiert als $e(t)_{Gumbel} = (x(t) - a(t))/b(t)$. Die Residualverteilung ist eine $G(0,1)$ -Verteilung. Unter Verwendung der Weibullverteilung W dagegen können Streu- und Formparameter Funktionen der Zeit sein, was zu $e(t)_{Weibull} = (x(t)/b(t))^{c(t)}$ führt. Da der Lageparameter $a(t) = a_0$ als untere Schranke in den Niederschlagsanalysen konstant gleich 0 mm gesetzt ist, ist bei hinreichender Modellierung die Residualverteilung $W(0,1,1)$ zu erwarten.

Eine erfolgreiche Residuenanalyse beinhaltet zum einen, die Nullhypothese, die Residuen entstammten der zu erwartenden Residualverteilung, nicht widerlegen zu können. Kann tatsächlich die Nullhypothese H_o nicht widerlegt werden, so können die Verteilungen konsistent sein, jedoch kann umgekehrt auf Basis einer endlichen Stichprobe eine Übereinstimmung nicht bewiesen werden.

Ist $F(x)$ die unbekannte Verteilungsfunktion der Grundgesamtheit der Stichprobe und $F_o(x)$ die hypothetische Verteilungsfunktion, so ist die Nullhypothese

$$H_o : F(x) = F_o(x) \quad \forall x. \quad (5.20)$$

Als Teststatistik dient hier die Kolmogorov-Smirnov-Statistik

$$D = \sup_{-\infty < x < \infty} |S_N(x) - P(x)| \quad (5.21)$$

(BOSCH, 1997), definiert als die maximale absolute Differenz zwischen der empirischen kumulativen Verteilungsfunktion

$$S_N(x) = \begin{cases} 0 & x < x_i \text{ für alle } i = 1, \dots, N \\ \frac{k}{N}, & \text{falls } x \geq x_i \text{ für genau } k \text{ Beobachtungen } x_i \text{ aus } x_1, \dots, x_N \\ 1 & x \geq x_i \text{ für alle } i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.22)$$

einer Stichprobe vom Umfang N und einer bekannten Verteilungsfunktion $P(x)$. Ist die Nullhypothese richtig, so gilt

$$P(\sqrt{N}D < \lambda) = Q(\lambda) = \begin{cases} 0 & \text{für } \lambda \leq 0 \\ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2\lambda^2} & \text{für } \lambda > 0, \end{cases} \quad (5.23)$$

wobei λ die Quantile der Kolmogorov-Smirnovschen Verteilung sind. Beispielsweise liefert $\sqrt{N}D = 1$ einen geringeren Wert als das 0.8-Quantil $\lambda=1.07$ der Kolmogorov-Smirnovschen Verteilung. Die Ablehnungswahrscheinlichkeit der angenommenen Verteilung beträgt somit etwa 80%. Das bedeutet in 20% der Fälle liefert ein ebenso großer Stichprobenumfang der angenommenen Verteilung größere Abweichungen als die vorliegende.

Zum anderen erfordert eine erfolgreiche Residuenanalyse die strenge Stationarität der Residuen. Hier werden sowohl die Kolmogorov-Smirnov-Statistik als auch die χ^2 -Statistik zu Rate gezogen. Die strenge Stationarität beinhaltet die Forderung, daß die gemeinsame Verteilungsfunktion des endlichen Systems von Zufallsvariablen $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n})$ identisch mit der gemeinsamen Verteilungsfunktion des um s Zeitpunkte verschobenen Systems $(X_{t_1+s}, X_{t_2+s}, \dots, X_{t_n+s})$ ist (SCHLITGEN und STREITBERG, 1999). Für eine näherungsweise Überprüfung der Konstanz der Verteilungsfunktion können die empirischen Verteilungen der Residuen aus der ersten und zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums miteinander verglichen werden. Eine zu Gleichung 5.21 analoge Form, nun zum Vergleich zweier empirischer kumulativer Verteilungsfunktionen $S_{N_1}(x)$ und $S_{N_2}(x)$ bei vorliegenden Stichproben der Länge N_1 und N_2 , der Kolmogorov-Smirnov-Statistik ist

$$D = \sup_{-\infty < x < \infty} |S_{N_1}(x) - S_{N_2}(x)|. \quad (5.24)$$

Die χ^2 -Statistik

$$\hat{\chi}^2 = \sum_i^k \frac{(R_i - S_i)^2}{R_i + S_i} \quad (5.25)$$

(PRESS et al., 1992) vergleicht hingegen zwei klassenbezogene Häufigkeitsverteilungen. Die Werte R_i geben die Anzahl der Stichprobenelemente in der i -ten Klasse für den ersten Datensatz bzw. die erste Beobachtungshälfte und S_i die Anzahl der Stichprobenelemente des zweiten Datensatzes bzw. der zweiten Beobachtungshälfte an. Die Schätzung der Klassenzahl k erfolgt hier nach Sturges (SCHÖNWIESE, 2000). Ist die Summe der Klassenhäufigkeiten $\sum R_i$ gleich der Summe der Klassenhäufigkeiten $\sum S_i$ ergibt sich die Anzahl der Freiheitsgrade zu $k-1$.

Es sei in diesem Zusammenhang angeführt, daß die Likelihoodfunktion

$$f(x(t_1), P_g(t_1), P_r(t_1)) \cdot f(x(t_2), P_g(t_2), P_r(t_2)) \dots \cdot f(x(t_n), P_g(t_n), P_r(t_n)) \quad (5.26)$$

zur Entscheidung zwischen zwei Modellen verwendet werden, wenn in beiden Fällen gemäß der Residuenanalysen die Annahmen erfüllt sind. Sie zeigt an, ob die statistische Modellierung auf Basis der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion \bar{f} oder \tilde{f} mit den geschätzten Parametern $\bar{P}_g(t), \bar{P}_r(t)$ bzw. $\tilde{P}_g(t), \tilde{P}_r(t)$ die zu bevorzugende Beschreibung der Zeitreihe $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$ liefert, d. h. die beobachtete Zeitreihe mit der größeren Wahrscheinlichkeit produziert.

5.4 Die Detektionsstrategie

In diesem Kapitel wird nun die Detektionsstrategie der statistischen Modellierung von Zeitreihen vorgestellt. Die Methodik ist in ihrer Anwendung nicht auf ein einzelnes statistisches Modell zugeschnitten. Vielmehr ist es möglich, aufgrund der statistischen Charakteristika der betrachteten Klimavariablen eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$ zu wählen und die Analyse auf Basis dieser Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion durchzuführen. In dem Verfahren dürfen somit keine Kriterien oder Tests verwendet werden, welche ausschließlich im Falle einer bestimmten Modellwahl gültig sind. Insbesondere basieren in der konventionellen Regressionsanalyse verwendete Tests auf der Annahme Gauß-verteilter Residuen und können somit in der hier vorgestellten verallgemeinerten Methodik keine Anwendung finden (zum Beispiel Gleichung 5.27).

Die Modellierung beinhaltet die Suche deterministischer Anteile in verschiedenen Verteilungsparametern. Die Problematik, zu vertrauenswürdigen Schätzern mehrerer, simultan betrachteter, zeitlich strukturierter Komponenten zu gelangen, ist bereits in Form einer sukzessiven Strategie bei der Interpretation monatlicher Temperaturzeitreihen als Realisation einer Gauß-verteiltern Zufallsvariablen konstanter Varianz gelöst worden (GRIESER et al., 2002) (vgl. Kap.5.4.1). Diese Strategie findet hier Anwendung, muß jedoch für die simultane Betrachtung mehrerer phänomenologischer Strukturen zweier Parameter beliebiger Verteilungen erweitert werden.

5.4.1 Der rekursive Zyklus zu vertrauenswürdigen Schätzern

Die Sensitivität der Schätzer gegenüber Ausreißern hängt von der Wahl des statistischen Modells bzw. von der Gewichtsfunktion ψ (siehe Gleichung 4.18) ab. Der rekursive Zyklus

zu vertrauenswürdigen Schätzern von strukturierten Komponenten und Extremereignissen ist in Abbildung 5.1 dargestellt. In einem ersten Schritt werden Trend- und Saisonkompo-

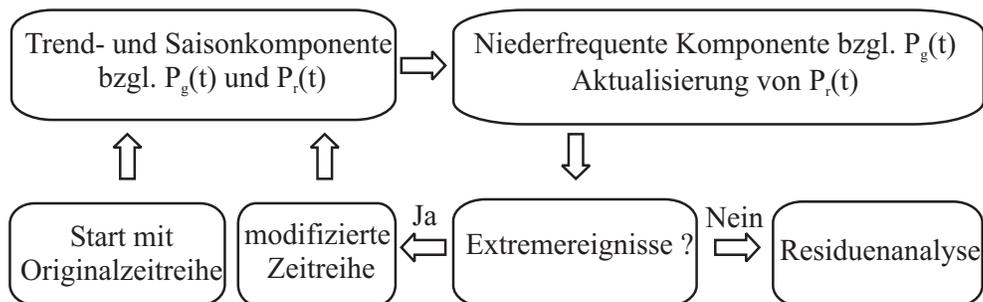


Abbildung 5.1: Eine sukzessive Methode zur Behandlung mehrerer phänomenologischer Strukturen.

ponenten der Parameter $P_g(t)$ und $P_r(t)$ eines ausgewählten statistischen Modells bestimmt. Dies geschieht mittels der in Abbildung 5.2 dargestellten modifizierten schrittweisen Regression. Die hier bestimmten strukturierten Komponenten müssen jedoch noch nicht die entgeltigen sein. Der folgende Analyseschritt überprüft, ob eine zusätzliche signifikante niederfrequente Komponente bezüglich des Parameters $P_g(t)$ detektiert werden kann. Wenn dies der Fall ist, erfolgt eine erneute Bestimmung des Parameters $P_r(t)$, welcher aufgrund der zusätzlichen niederfrequenten Komponente in $P_g(t)$ eine mehr oder weniger starke Modifikation erfahren haben kann. Auch hier gilt, daß dies noch vorläufige Schätzer innerhalb der statistischen Modellierung sein können. Auf Basis der modellierten Zeitreihe können Wahrscheinlichkeiten für extreme, in der beobachteten Zeitreihe enthaltene Werte bestimmt werden. Werte, die mit sehr großer Wahrscheinlichkeit auf Basis des angepaßten Modells nicht in der Zeitreihe erwartet werden, werden als Extremereignisse (vgl. Kapitel 5.3.4) der Zeitreihe separiert und durch die Realisierung einer $f(x(t), P_g(t), P_r(t))$ -verteilten Zufallsvariablen in der Originalzeitreihe ersetzt. Diese modifizierte, von den Extremereignissen des ersten Durchlaufs bereinigte, Zeitreihe durchläuft den Zyklus erneut. Im zweiten Durchlauf detektierte strukturierte Komponenten können sich nun aufgrund der Sensitivität der verwendeten Gewichts- bzw. Distanzfunktion mehr oder weniger deutlich von den Schätzern des ersten Durchlaufs unterscheiden. Eventuell können erneut Extremereignisse detektiert werden. Der beschriebene Zyklus wird solange durchlaufen, bis keine weiteren Extremereignisse detektiert werden. In der Regel genügen maximal drei Durchläufe, um zu vertrauenswürdigen Schätzern aller Komponenten zu gelangen. Am Ende erfolgt die Residuenanalyse (vgl. Kapitel 5.3.5) zur Überprüfung der getroffenen Modellannahmen.

5.4.2 Die modifizierte Schrittweise Regression

Hinter dem Bestreben, in der Zeitreihenanalyse die „beste Regressionsgleichung“ zu finden, verbirgt sich der Zwiespalt, zum einen möglichst viele Regressoren in die Gleichung aufzunehmen, um eine möglichst genaue Beschreibung der Zielgröße durch den Prädiktanten zu

erreichen. Zum anderen soll die Gleichung nicht unnötig komplex sein und eine Überanpassung vermieden werden. Die Methode der Schrittweisen Regression optimiert die Anzahl der Regressoren in der Modellgleichung und setzt sich aus der iterativen Anwendung von Vorwärtsregression und Rückwärtseliminierung zusammen (STORCH und ZWIERS, 1999). Da die Methode zunächst von Gauß-verteilten Residuen ausgeht, dient als Indiz dafür, ob ein Regressor in das Modell aufgenommen oder wieder aus dem Modell entfernt werden soll, die SSR (=regression sum of squares, vgl. Gleichung 5.28), der Zuwachs bzw. Verlust an quadrierten Differenzen zwischen dem Prädiktor und dem Stichprobenmittelwert und somit die durch den neuen Regressor oder den wieder zu eliminierenden Regressor zusätzlich erklärte Varianz.

Innerhalb der Vorwärtsregression wird zunächst derjenige Regressor ausgewählt, welcher den Zuwachs an SSR maximiert. Die Entscheidung, ob dieser maximale einen signifikanten Beitrag repräsentiert, basiert auf der Statistik

$$F = \frac{\frac{1}{p-q} (SSR_p - SSR_q)}{\frac{1}{N-p} SSE_p} \quad (5.27)$$

mit

$$SSR = \sum_{t=1}^N (\hat{x}(t) - \bar{x})^2 \quad \text{und} \quad (5.28)$$

$$SSE = \sum_{i=1}^N (x(t) - \hat{x}(t))^2 \quad (5.29)$$

durch Vergleich mit den Perzentilen der $F(p-q, N-p)$ -Verteilung. Hier geben p und q die jeweilige Anzahl der Freiheitsgrade in den beiden gegenübergestellten Modellen an, wobei $p > q$ ist. Weiterhin bezeichnet N den Stichprobenumfang, $x(t)$ den beobachteten Wert der Zeitreihe zum Zeitpunkt t , $\hat{x}(t)$ den Prädiktanten und \bar{x} den Stichprobenmittelwert. Im Falle eines signifikanten Beitrags wird der Regressor in das Modell aufgenommen; im gegenteiligen Fall verbleibt das Modell auf dem vorherigen Stand.

Im Teil der Rückwärtseliminierung dagegen ist unter allen bereits im Modell befindlichen Regressoren derjenige gesucht, welcher, nun in Anwesenheit aller bisher detektierter Regressoren, die SSR um den geringsten Betrag reduziert, wenn er wieder aus dem Modell entfernt würde. Wieder entscheidet der F -Test aus Gleichung 5.27, ob er in Anwesenheit der übrigen Regressoren noch einen signifikanten Beitrag leisten kann. Falls nicht, wird er wieder aus dem Modell eliminiert, falls doch, verbleibt er in dem Modell.

Abwechselnd werden Vorwärtsregression und Rückwärtseliminierung solange durchgeführt, bis keine weitere Änderung an dem Modell durchgeführt werden kann. Durch diesen iterativen Prozess können Regressoren, die zu einem früheren Zeitpunkt der Schrittweisen Regression einen signifikanten Beitrag leisten konnten, aber durch die Gegenwart später hinzugekommener Regressoren redundant geworden sind, wieder aus dem Modell entfernt werden. Somit liefert das Verfahren der Schrittweisen Regression das bestmögliche Regressionsmodell unter Verwendung nicht orthogonaler Basisfunktionen.

Dieses flexible Verfahren zum bestmöglichen Modell soll in der hier vorgestellten verallgemeinerten Form der Zeitreihenanalyse ebenfalls angewendet und noch weiter ausgenutzt werden. Allerdings muß dazu die Schrittweise Regression für die Bestimmung eines zweiten Parameters erweitert werden. Im Falle symmetrischer Verteilungen sind Lokations- und Skalenschätzer asymptotisch unabhängig. In dieser Arbeit jedoch, erfolgt weder eine Beschränkung auf symmetrische Verteilungen noch eine Beschränkung auf Lokations- und Skalenschätzer. Nicht nur zur Berücksichtigung von Kolinearitäten verwendeter Basisfunktionen, sondern auch um die Abhängigkeiten der beiden Parameter untereinander zu handhaben, kann durch eine Modifikation die Flexibilität der Schrittweisen Regression genutzt werden. Weiterhin sind die getroffenen Annahmen normalverteilter Residuen bei freier Wahl der zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in den überaus meisten Fällen nicht erfüllt. Somit sind die im F-Test aus Gleichung 5.27 enthaltenen Varianzen nicht χ^2 -verteilt und die Testgröße genügt nicht der F-Verteilung. Ein alternativer Test muß verwendet werden.

Abbildung 5.2 veranschaulicht, daß dazu die Verfahren der Vorwärtsregression und Rückwärtseliminierung im weiteren Sinne beibehalten werden. Diese beiden Bereiche dienen nun zur Bestimmung des Parameters $P_g(t)$, jenem Parameter mit dem erweiterten Angebot an Freiheitsgraden. Zwischen den Bereichen der Vorwärtsregression und Rückwärt-

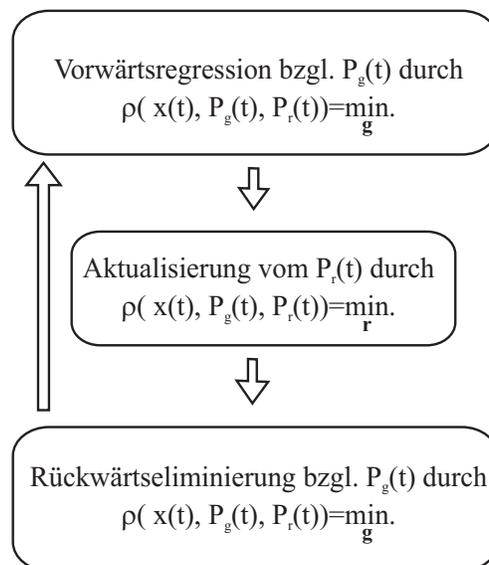


Abbildung 5.2: Eine Modifikation der Schrittweisen Regression als Modellselektionskriterium für zwei Parameter beliebiger Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen.

seliminierung findet nun zusätzlich die Aktualisierung des zweiten Parameters $P_r(t)$ statt. Wie auch in Abbildung 5.2 nochmals angedeutet ist, geschehen sowohl die Anpassungen der Funktionen zur Beschreibung des Parameters $P_g(t)$ als auch zur Beschreibung des Parameters $P_r(t)$ auf Basis derselben Distanzfunktion $\rho(x(t), P_g(t), P_r(t))$. Das bedeutet, die Modellgleichungen der beiden Parameter bedingen einander. Auch durch Veränderungen

in der Modellgleichung von $P_r(t)$ können Beiträge in der Modellgleichung von $P_g(t)$ überflüssig geworden sein. Genauso aber ist eine Modifizierung in der Modellgleichung von $P_r(t)$ durch verbesserte Beschreibung von $P_g(t)$ mit jedem Durchlauf des Zyklus' möglich. Beispielsweise kann innerhalb der Modellierung einer Niederschlagsreihe auf Basis der Gumbelverteilung ein zuvor detektierter Trend im Lageparameter entfallen, da ein Trend im Streuparameter zur Beschreibung der Beobachtung vorgezogen wird.

Der zu Gleichung 5.27 alternative Test sollte nun unabhängig von der Wahl des statistischen Modells, also der Verteilung, sowie von dem betrachteten Parameter angewendet werden können. Hier erscheint die Anwendung eines Likelihood-Quotienten-Test sinnvoll:

Sind $H_o : \theta = \theta_o$ und $H_1 : \theta = \theta_1$ einfache Parameterhypothesen, existiert der 1933 von J. Neyman und E. S. Pearson entwickelte Likelihood-Quotienten-Test (RINNE, 1997). Für eine vom Signifikanzniveau α abhängige Größe $c=c(\alpha)$ wird H_o abgelehnt, falls

$$\Lambda = \frac{L(\theta_1|\mathbf{x})}{L(\theta_o|\mathbf{x})} > c. \quad (5.30)$$

Es sind $L(\theta_1|\mathbf{x})$ bzw. $L(\theta_o|\mathbf{x})$ die Likelihood-Funktionen von θ_1 bzw. θ_o bei festen, in einer Stichprobe realisierten Werten $x(t)$. Für die Anwendung auf die statistische Modellierung, soll zunächst die Nullhypothese allgemeiner gefaßt werden. Mögliche Anliegen an die Parameter lassen sich zusammenfassen zur linearen Hypothese

$$H_o : \mathbf{C}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{h}, \quad (5.31)$$

wobei \mathbf{C} eine $(p - q) \times p$ Matrix und \mathbf{h} ein $(p - q) \times 1$ Vektor ist, mit $(0 < q < p)$. Sei nun $D(M_p)$ definiert als das Minimum von Gleichung 5.4 bezüglich des größeren Modells mit p Freiheitsgraden, und $D(M_q)$ das Minimum unter der Nullhypothese in Gleichung 5.31, so folgt

$$\Lambda = \frac{\exp(-D(M_p))}{\exp(-D(M_q))} \quad (5.32)$$

in der Form eines Pseudolikelihood-Quotienten. Sind jedoch die Modellannahmen (vgl. Kap. 5.2) erfüllt, so ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von der Form $\exp(-\rho(x(t), P_g(t), P_r(t)))$ und es handelt sich tatsächlich um einen Likelihood-Quotienten-Test. In diesem Fall konvergiert gemäß SCHRADER K. und T. HETTMANSPERGER (1980) $-2 \ln \Lambda$ gegen eine χ^2 -verteilte Variable mit $p-q$ Freiheitsgraden:

$$-2 \ln(\Lambda) \rightarrow \chi_{p-q}^2. \quad (5.33)$$

In der Form

$$2 \ln(L(\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_s, \hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_t)) - 2 \ln(L(\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_v, \hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_w)) \quad (5.34)$$

mit $p=s+t$, $q=v+w$ und $p>q$, soll lediglich nochmals darauf hingewiesen werden, daß die aktuell betrachteten Modellbeschreibungen von $P_g(t)$ als auch $P_r(t)$ in die Anzahl der Freiheitsgrade eingehen und der Test somit bezüglich beider Parameter anwendbar ist. Im Fall kleiner Stichproben sollte die F-Statistik

$$F_M = (D(M_p) - D(M_q))/(p - q) \quad (5.35)$$

mit $p - q$ und $N - p$ Freiheitsgraden Verwendung finden.

5.4.2.1 Die Methode nach Powells

Zur Anpassung eines Modells besteht, nach der Entscheidung für eine bestimmte Modellverteilung und den dazugehörigen Funktionen ρ und ψ , die Wahl zwischen der Minimierung von ρ in m Variablen oder der Lösung des nichtlinearen Systems von m Gleichungen, in welche ψ als Gewichtsfunktion eingeht. Am Beispiel der Schätzung des Lageparameters der Gumbelverteilung bei konstantem Streuparameter mit $\rho(z) = |z|$ und $\psi(z) = \text{sgn}(z)$ sei veranschaulicht, daß beide Möglichkeiten, etwa durch Singularitäten in ψ oder durch nicht stetig differenzierbare Funktionen ρ , mit Schwierigkeiten verknüpft sein können.

In dieser Arbeit geschieht die Bestimmung der Komponenten der freien Parameter durch Minimierung der Distanzfunktion ρ mittels der Methode nach Powells. Sie wird im weiteren in groben Zügen dargestellt, zu einer genaueren Beschreibung sei jedoch auf PRESS et al. (1992) verwiesen. Es handelt sich hierbei um eine Methode sukzessiver Linienminimierungen. Das bedeutet, die Minimierung einer Funktion im mehrdimensionalen Raum geschieht durch sukzessive Durchführungen eindimensionaler Minimierungen.

Die Minimierung startet an einem Punkt \mathbf{P} im m -dimensionalen Raum und minimiert die Funktion $f(\mathbf{P})$ entlang einer Vektorrichtung \mathbf{n} . Die eindimensionale Minimierung entlang der Linie \mathbf{n} geschieht durch Brents Methode (PRESS et al., 1992). Diese Methode beinhaltet ein anfängliches Einklammern des Minimums und anschließendes sukzessives Verkleinern des einklammernden Intervalls durch kombinierte Anwendung der inversen Parabelinterpolation und der Methode des goldenen Schnittes. Die Methode des goldenen Schnittes garantiert, daß mit jeder Iteration das Minimum in einem Intervall eingeschlossen wird, welches dem 0.61803-fachen der Größe des vorherigen Intervalls entspricht. Ausgehend von drei das Minimum umfassenden Punkten, kommt mit jeder Iteration ein Punkt in das größere der beiden Intervalle hinzu. Drei das Minimum umfassende Punkte $a < b < c$ sind nötig, da im Falle $f(a) > f(b) < f(c)$ sicher ein Minimum eingeschlossen ist. Die Methode des goldenen Schnittes optimiert die Abnahme der Intervalllänge, wenn keinerlei Annahmen über den Verlauf der Funktion gemacht werden können. Weist die zu minimierende Funktion jedoch in der Nähe des Minimums einen nahezu parabolischen Verlauf auf, kann die Minimierung stark beschleunigt werden. Im Zuge der inversen Parabelinterpolation wird eine Parabel durch die drei das Minimum einschließenden Punkte gelegt. Als neuer Punkt der folgenden Iteration dient nun die Lage des Minimums dieser Parabel. Brents Methode verwendet die Parabelinterpolation solange der Prozeß konvergent ist und das das Minimum einklammernde Intervall nicht verläßt. Andernfalls wird gemäß der Methode des goldenen Schnittes verfahren.

Zur Minimierung der Funktion $f(\mathbf{P})$ entlang der Vektorrichtung \mathbf{n} ist nun der Skalar λ gesucht, welcher $f(\mathbf{P} + \lambda\mathbf{n})$ minimiert. $\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \lambda\mathbf{n}$ dient dann als Ausgangspunkt der folgenden Linienminimierung. Das Schema der sukzessiven Linienminimierung, die Abfolge der betrachteten Vektorrichtungen \mathbf{n} , sollte unnötig langes zyklisches Durchlaufen der Richtungen möglichst vermeiden. Die Minimierung entlang einer Richtung sollte somit nicht durch eine darauffolgende Minimierung wieder ganz oder teilweise verdorben werden. Im einfachen, naheliegenden Fall, die Einheitsvektoren als Set von Richtungen zu verwenden und diese bis zum Erreichen des Minimums zyklisch zu durchlaufen, ist diese Gefahr ge-

geben. Die Methode der konjugierten Richtungen hingegen beinhaltet die Forderung, daß der Gradient der Funktion senkrecht zur Richtung stehen muß entlang welcher gerade minimiert wurde. Im darauffolgenden Schritt kann somit die gewonnene Minimierung nicht wieder zerstört werden. Powell entwickelte eine Methode mit quadratischer Konvergenz, die einen solchen Satz konjugierter Richtungen aufbaut:

Schritt 1: Initialisierung der Richtungen $\mathbf{u}_i = \mathbf{e}_i$ für $i = 1, \dots, N$ als Basisvektoren,

Schritt 2: der Punkt \mathbf{P}_0 ist Startposition im N-dimensionalen Raum,

Schritt 3: Minimierung von $f(\mathbf{P}_{i-1})$ entlang der Richtung \mathbf{u}_i für $i = 1 \dots N$, der Punkt im Minimum heißt \mathbf{P}_i ,

Schritt 4: Umbenennung der Richtungen $\mathbf{u}_{i+1} \rightarrow \mathbf{u}_i$ für $i = 1, \dots, N - 1$ und somit Wegfall der bisherigen Richtung \mathbf{u}_1

Schritt 5: Aufnahme von $\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_0$ als neue Richtung \mathbf{u}_N ,

Schritt 6: Minimierung der Funktion $f(\mathbf{P}_N)$ entlang der Richtung \mathbf{u}_N , der Punkt im Minimum heißt \mathbf{P}_0 .

Hierbei sind die Schritte zwei bis sechs solange zu durchlaufen, bis die Funktion nicht weiter minimiert werden kann. Durch den Wegfall der Richtung \mathbf{u}_1 zugunsten $\mathbf{u}_N = \mathbf{P}_N - \mathbf{P}_0$ kann jedoch eine lineare Abhängigkeit der Richtungen aufgebaut werden. Deshalb wird in dieser Arbeit eine alternative Vorgehensweise verwendet. Ebenfalls wird $\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_0$ als neue Richtung \mathbf{u}_N aufgenommen, jedoch diesmal zu Lasten der Richtung \mathbf{u}_i , in welche die stärkste Abnahme von f bewirkt wurde. Sie entfällt, da sie wahrscheinlich eine wesentliche Komponente der neuen Richtung \mathbf{u}_N ist und dieses Vorgehen eine Möglichkeit liefert, den Aufbau linearer Abhängigkeit zu vermeiden.

Ein Extremum kann sowohl global als auch lokal sein und das Finden eines globalen Extremas im N-dimensionalen Raum ist ein schwieriges Problem. Somit liefert auch die verwendete Methode nach Powells kein sicheres Verfahren zur Findung des globalen Minimums. Die eindimensionalen Subalgorithmen, sei es bereits im Rahmen des erwähnten anfänglichen Einklammers des Minimums oder in der folgenden Parabelinterpolation oder der Methode des goldenen Schnittes, können scheitern und der beschriebene Zyklus nach Powells kann ebenso zu einem lokalen statt zum gesuchten globalen Minimum führen. Dieses Risiko kann durch eine geschickte Wahl der Startwerte lediglich reduziert werden (vgl. Kapitel 10). Weiter kann sich in Powells Algorithmus trotz der eingebauten Vorsichtsmaßnahme eine lineare Abhängigkeit der Richtungen einstellen, was zur Minimierung der Funktion f in einem Raum geringerer Dimension führen würde.

Kapitel 6

Die statistischen Verteilungsmodelle

6.1 Einleitung

In dieser Arbeit erfolgt die Anwendung der in Kapitel 5 eingeführten Methodik der statistischen Modellierung auf die Gauß-, die Gumbel- sowie die Weibullverteilung.

Die Wahl der Gaußverteilung geschieht aufgrund ihrer dominanten Rolle in der Statistik, nicht zuletzt durch den zentralen Grenzwertsatz (siehe z. B. STORCH and ZWIERS, 1999) begründet, sowie aufgrund des häufig angewendeten, resultierenden Spezialfalls des Kleinst-Quadrate-Schätzers. Eine möglicherweise bedeutsame Verbesserung in der Beschreibung beobachteter Temperaturzeitreihen durch die Aufhebung der Annahme konstanter Varianz ist naheliegend. Eine Zerlegung von Niederschlagszeitreihen in einen deterministischen und einen statistischen Anteil ist unter Verwendung der vorgestellten Basisfunktionen am ehesten auf Basis einer linkssteilen Verteilungsform zu erwarten. Die getroffene Wahl, die Methodik gerade auf die Gumbelverteilung anzuwenden, ist jedoch willkürlich geschehen. Andere linksschiefe Verteilungsfunktionen, wie etwa die Lognormalverteilung oder die Rayleighverteilung, erscheinen zunächst ebenso geeignet. Da keine physikalische Rechtfertigung vorliegt, einer bestimmten Verteilung den Vorzug zu geben, kann eine gewonnene Beschreibung nur als eine gute Beschreibung im Sinne der Residuenanalyse bezeichnet werden. Die Rechtfertigung der Weibullverteilung ist in ihrem hohen Maß an Flexibilität hinsichtlich der Verteilungsform zu sehen.

In den folgenden Kapiteln werden nun die betrachteten statistischen Modelle vorgestellt: Zeitreihen werden wahlweise interpretiert als Realisation einer Gauß-, einer Gumbel- oder einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen mit jeweils zwei zeitabhängigen Parametern.

6.2 Realisation einer Gauß-verteilten Zufallsvariablen

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Gaußverteilung ist gegeben durch

$$f_{Gau\beta}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \text{ mit } x \in \mathcal{R}, \mu \in \mathcal{R}, \sigma \in \mathcal{R}^+ \quad (6.1)$$

(BOSCH, 1997). Das Mittel μ und die Standardabweichung σ repräsentieren die beiden Verteilungsparameter, welche beispielsweise bei Anpassungen an einen vorliegenden Datensatz, zumindest innerhalb eines definierten Subintervalls, gewöhnlich als konstant betrachtet werden. Im Rahmen dieser Arbeit jedoch, soll jedem Zeitpunkt der Beobachtung, also bei der Betrachtung von Zeitreihen monatlicher Auflösung jedem Monat, eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zugeordnet werden können. Der tatsächlich beobachtete Wert, etwa die Monatsmitteltemperatur zu einer bestimmten Zeit an einer bestimmten Station, ist dann als eine mögliche Realisierung der dieser Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion genügenden Zufallsvariablen zu interpretieren. Die Parameter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, beispielsweise der Gaußverteilung, werden somit als Funktionen der Zeit betrachtet. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wird derart innerhalb des Beobachtungszeitraums zu höheren und wieder zu niedrigeren Werten verschoben sowie in ihrer Breite verändert, daß die tatsächlich beobachtete Zeitreihe mit der größten Wahrscheinlichkeit reproduziert wird. Auf Basis des Maximum-Likelihood-Prinzips ist die Distanzfunktion der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Gaußverteilung, unter Verwendung der in Kapitel 5 eingeführten Notation, gegeben durch

$$\rho_{Gau\beta}(x(t), P_g(t), P_r(t)) = -\ln \left(\frac{1}{P_r(t)\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x(t) - P_g(t))^2}{2 \cdot P_r(t)^2} \right] \right) \quad (6.2)$$

$$= \ln(P_r(t) \cdot \sqrt{2\pi}) + \frac{(x(t) - P_g(t))^2}{2 \cdot P_r(t)^2}. \quad (6.3)$$

Durch die hier getroffene Wahl $\mu(t) = P_g(t)$ wird der Schwerpunkt auf die Schätzung der Lokation gelegt.

6.2.1 Der Kleinst-Quadrate-Schätzer

Gedanklicher Startpunkt sowie Spezialfall der statistischen Modellierung ist eine Zeitreihenanalyse, welche Klimazeitreihen als Realisierung identisch normalverteilter unabhängiger Zufallsvariablen konstanter Varianz betrachtet (GRIESER et al., 2002). Signifikante Strukturen in der beobachteten Zeitreihe werden somit als Änderungen im Mittel der Gaußverteilung interpretiert. Der im stationären Fall als Konstante betrachtete Mittelwert μ nimmt den Platz des zeitabhängigen Parameters $P_g(t) = \mu(t)$ ein. Der zweite Parameter der Gaußverteilung, die Standardabweichung σ , wird jedoch als Konstante beibehalten, also $P_r \neq fkt(t)$. Es folgt

$$\rho_{KQ}(x(t), P_g(t)) = -\ln \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x(t) - P_g(t))^2}{2\sigma^2} \right] \right) \quad (6.4)$$

$$\sim (x(t) - P_g(t))^2. \quad (6.5)$$

Das bedeutet, für den Fall Gauß-verteilter Residuen konstanter Varianz, ist die Distanzfunktion ρ durch die quadratische Funktion gegeben und der Kleinst-Quadrate-Schätzer

ist Maximum-Likelihood-Schätzer. Mit Gleichung 5.1 ergibt sich für k zu betrachtende Regressoren o_j die Minimierungsvorschrift

$$\sum_{t=1}^N \left(x(t) - \sum_{j=1}^k o_j(t) g_j \right)^2 \stackrel{!}{=} \min. \quad (6.6)$$

6.3 Realisation einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen

Die Gumbelverteilung oder auch Extremwertverteilung vom Typ 1 mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f_{Gumbel}(x) = \frac{1}{b} \left\{ \exp\left(-\frac{x-a}{b}\right) \exp\left[-e^{-(x-a)/b}\right] \right\} \quad \begin{cases} a \in \mathcal{R} \\ b \in \mathcal{R}^+ \\ x \in \mathcal{R} \end{cases} \quad (6.7)$$

(RINNE, 1997), mit dem Lageparameter a und dem Streuparameter b , beschreibt, wie in Abbildung 6.1 zu sehen ist, eine linkssteile Verteilungsform. Zur Modellierung von Niederschlagszeitreihen ist von Nachteil, daß sie nach unten nicht beschränkt ist. Damit ist nicht gewährleistet, daß Niederschlagssummen kleiner Null Millimeter als unmögliches Ereignis modelliert werden. In dieser Arbeit wird wahlweise dem Lage- oder dem Streuparameter eine erhöhte Anzahl von Freiheitsgraden angeboten. Je nachdem, ob der Parameter $P_g(t)$ mit dem großen Pool an potentiellen Regressoren an Stelle des Lageparameters a oder an Stelle des Streuparameters b tritt, wird in dieser Arbeit von dem Gumbelschen Modell mit Schwerpunkt Lokation bzw. Schwerpunkt Skala gesprochen. Zumeist stellen Lokationsschätzungen den Schwerpunkt von Zeitreihenanalysen dar. Im Falle des Gumbelschen Modells mit Schwerpunkt Lokation ergibt sich die Distanzfunktion zu

$$\rho_{Gumbel,L}(x(t), P_g(t), P_r(t)) = \ln P_r(t) + \exp\left(\frac{-(x(t) - P_g(t))}{P_r(t)}\right) + \left(\frac{x(t) - P_g(t)}{P_r(t)}\right). \quad (6.8)$$

Unter den verwendeten Annahmen, eingeschränkter, physikalisch interpretierbarer Basisfunktionen und den verwendeten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, spielt die Schätzung der Skala in der Modellierung von Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen jedoch zumeist eine führende Rolle. Analog zu Gleichung 6.8 tritt dann $P_g(t)$ in der zu minimierenden Distanzfunktion an die Stelle des zu schätzenden Streuparameters b :

$$\rho_{Gumbel,S}(x(t), P_g(t), P_r(t)) = \ln P_g(t) + \exp\left(\frac{-(x(t) - P_r(t))}{P_g(t)}\right) + \left(\frac{x(t) - P_r(t)}{P_g(t)}\right). \quad (6.9)$$

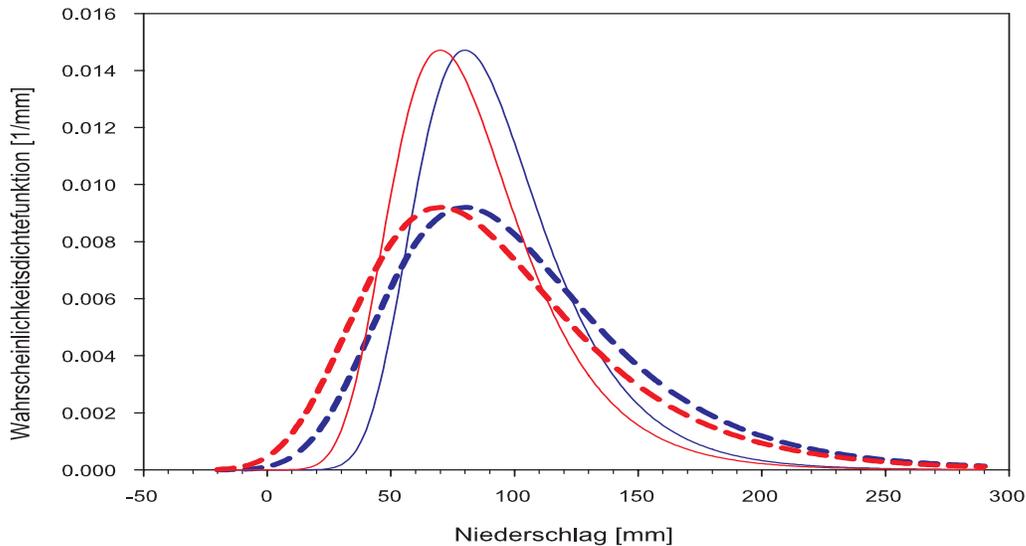


Abbildung 6.1: Darstellung der Gumbelverteilung mit den Lageparameter $a=70$ mm (rot) und $a=80$ mm (blau), jeweils mit dem Streuparameter $b=25$ mm (durchgezogene Linie) bzw. $b=40$ mm (gestrichelte Linie).

6.4 Realisation einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen

Die Weibullverteilung

$$f_W(x) = \begin{cases} \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right\} & \text{für } x \geq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} a \in \mathcal{R} \\ b, c \in \mathcal{R}^+ \end{array} \right\} \quad (6.10)$$

(RINNE, 1997) verfügt zusätzlich zum Lageparameter a und Streuparameter b noch über den sogenannten Formparameter c . Durch Änderungen in diesem Formparameter c können der Gaußverteilung ähnliche, symmetrische ($c = 3.60232$), linkssteile ($c < 3.60232$) und rechtssteile ($c > 3.60232$) Verteilungen beschrieben werden. Für die Bewertung folgender Ergebnisse der statistischen Modellierung auf Basis der Weibullverteilung ist zu berücksichtigen, daß entgegen Änderungen im Streuparameter der Gumbelverteilung oder Änderungen in der Varianz der Gaußverteilung, mit einer Zunahme des Streuparameters der Weibullverteilung auch eine Verschiebung des Modus' zu höheren Werten verknüpft ist. Dies ist in Abbildung 6.2 veranschaulicht. Für verschiedene Werte des Formparameters c sind die Änderungen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion unter Verdoppelung des Wertes des Streuparameters dargestellt.

In dieser Arbeit beschränkt sich die Detektion physikalisch interpretierbarer, strukturierter Komponenten auf zwei Verteilungsparameter. Im Falle der Weibullverteilung wird hier lediglich der Fall betrachtet, daß der Streu- und der Formparameter zeitlich veränder-

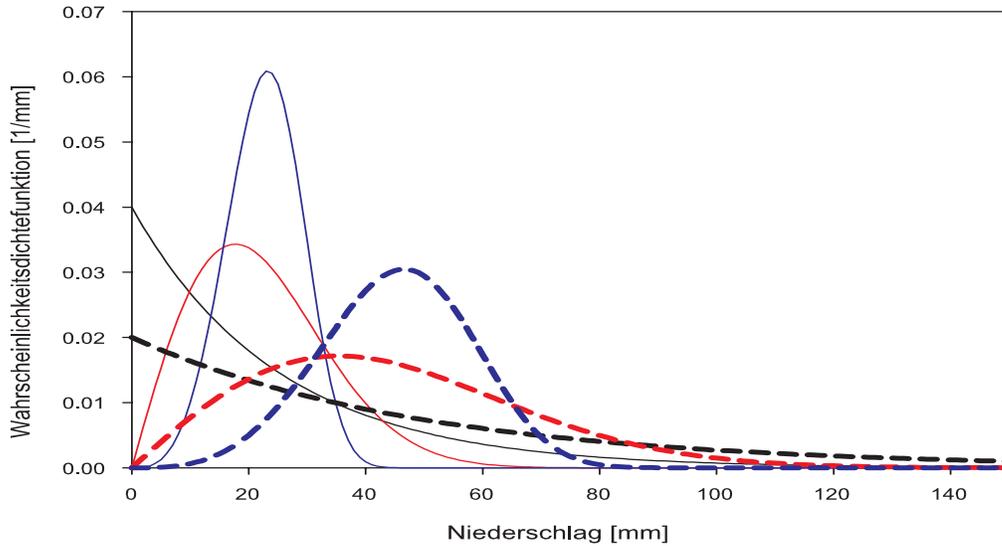


Abbildung 6.2: Die Weibullverteilung mit den Formparameter $c=1$ (schwarz), $c=2$ (rot) und $c=4$ (blau). Der Streuparameter b ist auf 25 mm (durchgezogene Linie) bzw. 50 mm (gestrichelte Linie) festgelegt worden. Der Lageparameter beträgt in allen Fällen 0 mm.

lich sind. Der Schwerpunkt liegt auf der Skala, also $b(t) = P_g(t)$ und $c(t) = P_r(t)$. Die Distanzfunktion nimmt die Form

$$\rho_W(x(t), P_g(t), P_r(t)) = \ln(P_g(t)) - \ln(P_r(t)) - (P_r(t) - 1) \ln\left(\frac{x(t)}{P_g(t)}\right) + \left(\frac{x(t)}{P_g(t)}\right)^{P_r(t)} \quad (6.11)$$

an. Die Interpretation von Zeitreihen als Realisation Weibull-verteilter Zufallsvariablen mit Schwerpunkt Formparameter ist ebenfalls denkbar, jedoch bisher noch nicht betrachtet worden. Dagegen erscheint das Zulassen strukturierter Komponenten im Lageparameter der Weibullverteilung nicht ganz unproblematisch. Im stationären Fall ist das Stichprobenminimum Maximum-Likelihood-Schätzer des Lageparameters. Entsprechend Gleichung 6.10 ist dann das Eintreten eines Wertes x kleiner als der Lageparameter a unmöglich. Die Schätzung der Koeffizienten der Basisfunktionen durch numerische Minimierung der Distanzfunktion ist zum einen problematisch, da die entsprechende Distanzfunktion für Werte kleiner a nicht definiert ist. Zum anderen ist fraglich, welche monatliche Niederschlagssumme größer Null zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem bestimmten Ort als unmögliches Ereignis einzustufen ist. In dieser Arbeit ist daher angenommen, daß der Lageparameter konstant $a_0 = 0$ mm sein soll.

Kapitel 7

Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten

Die erfolgreiche Zeitreihenzerlegung liefert die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x, P_g(t), P_r(t))$ als Funktion der Zeit zur Beschreibung der Reihe. Ihre Schätzung für jeden einzelnen Zeitpunkt erfolgt jeweils auf Basis der gesamten Zeitreihe. Durch Integration kann dann die Wahrscheinlichkeit für die Über- bzw. Unterschreitung einer definierten Schwelle für jeden beliebigen Zeitpunkt des Beobachtungszeitraums geschätzt werden. Variationen in den Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten spiegeln somit in den Analysen detektierte, strukturierte Komponenten in den Parametern der Verteilung wider. Entgegen gängigen Zeitreihenanalysen auf Basis der Gaußverteilung mit zugelassenen Änderungen im Mittel jedoch konstanter Varianz ist es möglich, simultane Zu- und Abnahmen in den Eintrittswahrscheinlichkeiten relativ hoher bzw. relativ niedriger Werte zu erkennen.

Im Falle des Gaußschen Modells ergibt die Integration die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten einer beliebigen Schwelle x_s zur Zeit t

$$\begin{aligned} p_{Gau\beta}(x \geq x_s, t) &= 1 - \int_{-\infty}^{x_s} \frac{1}{\sqrt{2\pi P_r(t)}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(x - P_g(t))^2}{P_r(t)^2} \right] dx \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{x_s - P_g(t)}{\sqrt{2} P_r(t)} \right). \end{aligned} \quad (7.1)$$

Da das Integral über die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Gaußverteilung nicht analytisch lösbar ist, wird es zur Berechnung in die Gestalt der Errorfunktion

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du \quad (7.2)$$

transformiert. Analog liefert

$$p_{Gau\beta}(x \leq x_s, t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{x_s - P_g(t)}{\sqrt{2} P_r(t)} \right) \quad (7.3)$$

die Unterschreitungswahrscheinlichkeit der Schwelle x_s zur Zeit t in Abhängigkeit der de-
tektierten, strukturierten Komponenten in den Parametern der Verteilung.

Im Falle des Gumbelschen Modells mit Schwerpunkt Skala liefert

$$\begin{aligned} p_{G,S}(x \geq x_s, t) &= 1 - \int_{-\infty}^{x_s} \frac{1}{P_g(t)} \left\{ \exp\left(-\frac{x - P_r(t)}{P_g(t)}\right) \exp\left[-e^{-(x - P_r(t))/P_g(t)}\right] \right\} dx \quad (7.4) \\ &= 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x_s - P_r(t)}{P_g(t)}\right)\right\} \end{aligned}$$

die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten der Schwelle x_s zur Zeit t . Die Unterschrei-
tungswahrscheinlichkeit des Wertes x_s ist gegeben durch

$$\begin{aligned} p_{G,S}(x \leq x_s, t) &= \int_{-\infty}^{x_s} \frac{1}{P_g(t)} \left\{ \exp\left(-\frac{x - P_r(t)}{P_g(t)}\right) \exp\left[-e^{-(x - P_r(t))/P_g(t)}\right] \right\} dx \quad (7.5) \\ &= \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x_s - P_r(t)}{P_g(t)}\right)\right\}. \end{aligned}$$

Entsprechend tritt im Falle des Gumbelschen Modells mit Schwerpunkt Lokation zur
Schätzung der Wahrscheinlichkeiten $P_r(t)$ in den Gleichungen 7.4 und 7.5 an die Stelle
von $P_g(t)$ und umgekehrt.

Ist die Modellierung der Reihe durch das Weibullsche Modell erfolgt, liefert

$$\begin{aligned} p_W(x \geq x_s, t) &= 1 - \int_0^{x_s} \frac{P_r(t)}{P_g(t)} \left(\frac{x - a}{P_g(t)}\right)^{P_r(t)-1} \exp\left\{-\left(\frac{x - a}{P_g(t)}\right)^{P_r(t)}\right\} dx \quad (7.6) \\ &= \exp\left\{-\left(\frac{x_s - a}{P_g(t)}\right)^{P_r(t)}\right\} \quad \text{für } x \geq a \end{aligned}$$

die Überschreitungswahrscheinlichkeit und

$$p_W(x \leq x_s, t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x_s - a}{P_g(t)}\right)^{P_r(t)}\right\} \quad \text{für } x \geq a \quad (7.7)$$

die Unterschreitungswahrscheinlichkeit bezüglich der Schwelle x_s zur Zeit t .

Kapitel 8

Beispielzerlegungen unter Anwendung der Modelle

8.1 Einleitung

Die Interpretation einer Zeitreihe als Summe verschiedener strukturierter Komponenten und Gaußschem Zufallsrauschen ist anschaulich. In dieser Arbeit werden zudem deterministische Anteile in Lage-, Streu- und Formparametern verschiedener Verteilungen betrachtet. Dabei ist die Betrachtung deterministischer Anteile im Lageparameter der Gumbelverteilung, beispielsweise aufgrund ihrer Schiefe, bereits ungewohnt. In diesem Kapitel wird exemplarisch für die Interpretation einer Zeitreihe als Realisation einer Gauß-verteiltern, einer Gumbel-verteiltern sowie einer Weibull-verteiltern Zufallsvariable jeweils eine Zerlegung veranschaulicht, indem signifikante Strukturen in den verschiedenen Verteilungsparametern nacheinander, in willkürlicher Reihenfolge, extrahiert und die Residuen jeweils graphisch dargestellt werden. Damit können die Unterschiede der verschiedenen statistischen Modelle herausgestellt und veranschaulicht werden. Abschließend werden jeweils die Auswirkungen dieser Strukturen auf die Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten definierter Schwellen dargelegt.

8.2 Die Temperaturzeitreihe Hamburg-Fuhlsbüttel: Das Gaußsche Modell mit variabler Varianz

GRIESER et al. (2000, 2002) zeigen, daß mit der Beschränkung auf die Lokationsschätzung zur Beschreibung von europäischen Temperaturzeitreihen bereits gute Ergebnisse erzielt werden können. Variationen in den Zeitreihen werden dann ausschließlich durch Verschiebungen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Gaußverteilung beschrieben, die auf einer Veränderung des Mittelwertes beruhen (Lokation). Spielt in Temperaturanalysen tatsächlich die Lokation eine übergeordnete Rolle, sind aber doch auch jahreszeitliche Variationen und weitere signifikante Strukturen in der Streuung nicht auszuschließen.

In dem hier eingeführten Modell zur Beschreibung der Zeitreihe, wird der Standardabweichung ebenfalls ein eingeschränktes Maß an zeitlicher Variation erlaubt. Die Zerlegung wird am Beispiel der Temperaturzeitreihe monatlicher Auflösung von Hamburg-Fuhlsbüttel (53.64°N, 9.99°E) dargestellt.

Abbildung 8.1 zeigt zunächst die Originalzeitreihe für den Beobachtungszeitraum von 1901 bis 2000. Entsprechend Tabelle 8.1 wird die Basisschwingung $S_{1,0}$ mit der Wellenzahl eins pro Jahr im Mittel als signifikant detektiert. Die Amplitude beträgt -8.41°C (bzgl. Gleichung 5.12) und die Phasenlage 35.4 Tage. Da die Phasenlage bezüglich des 15. Dezembers angegeben ist, liegt wie zu erwarten war, das Minimum im Januar. Nach Abzug dieser Basisschwingung, ergeben sich die in Abbildung 8.2 dargestellten Residuen.

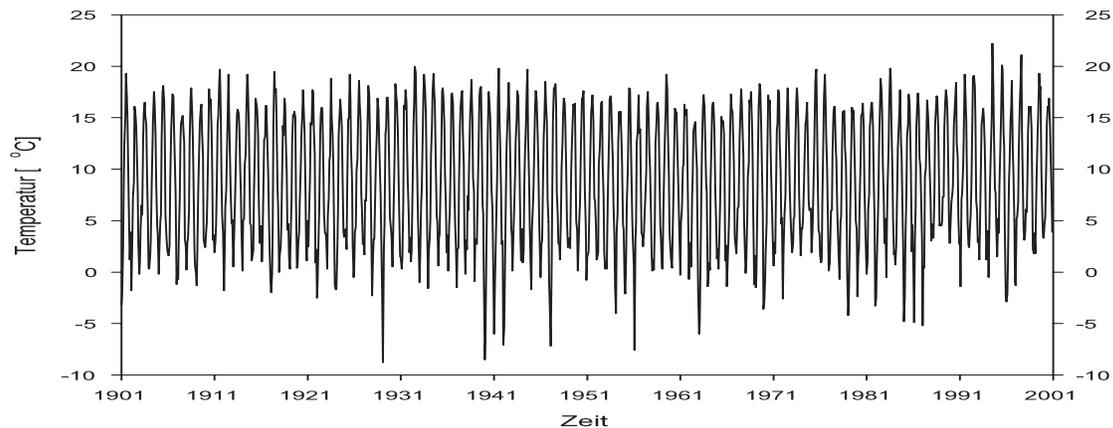


Abbildung 8.1: Die Zeitreihe der Monatsmitteltemperaturen der Station Hamburg-Fuhlsbüttel (53.64°N, 9.99°E).

Tabelle 8.1: In der Temperaturzeitreihe der Station Hamburg-Fuhlsbüttel detektierte, signifikante Funktionen der Saison- und Trendkomponente. Die Phasenlagen der Schwingungen $S_{j,k}$ sind in Tagen nach dem 15. Dezember angegeben. Die Trendamplituden sind auf den gesamten Beobachtungszeitraum bezogen.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [°C]	Phasenlage [Tagen]
Hamburg-Fuhlsbüttel (53.64N, 9.99E)	$\mu(t)$	$S_{1,0}$	-8.41	35.36
		$S_{2,0}$	0.284	44.61
		$S_{3,0}$	0.176	26.31
		T_4	-6.02	-
		T_5	7.25	-
	$\sigma(t)$	$S_{1,0}$	0.501	46.67
		T_3	0.204	-

Weiterhin ist die Summe der Oberschwingungen $S_{2,0}$ und $S_{3,0}$ eingezeichnet (gelb). Entsprechend der eingeführten Notation handelt es sich um Schwingungen der Wellenzahlen zwei und drei pro Jahr mit konstanter Amplitude. Die vergleichsweise geringen Amplituden von 0.28°C und 0.18°C zeigen, daß diese einen sehr viel geringeren, jedoch signifikanten Varianzanteil der Zeitreihe erklären. Der Einfluß der Trendkomponente (rot) ist entsprechend der hohen Trendordnungen vor allem gegen Ende des Beobachtungszeitraums sichtbar. Die Summe des negativen Trends vierter Ordnung und des positiven Trends fünfter Ordnung bewirkt innerhalb des Zeitintervalls einen Anstieg der Temperatur um etwa 1.2°C . In Abbildung 8.3 sind bereits alle aufgeführten Strukturen im Mittel extrahiert worden. Im Falle ausschließlicher Lokationsschätzung unter Verwendung des Kleinst-Quadrate-Ansatzes wäre somit die Zerlegung abgeschlossen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß der Kleinst-Quadrate-Schätzer nicht zwingend die identischen Funktionen als signifikant detektieren würde oder aber zumindest Modifikationen in den Amplituden und Phasenlagen zu erwarten wären, was in der Abhängigkeit der Distanzfunktion von den Schätzern beider Parameter begründet ist.

In der Zeitreihe der Station Hamburg-Fuhlsbüttel ist nun ebenfalls die Basisschwingung $S_{1,0}$ in der Standardabweichung der zugrundeliegenden Gaußverteilung detektiert worden. Anders als im Falle des Mittels liegt nun das Maximum im Winter und zwar zu Beginn des Februars. Die Amplitude beträgt 0.5°C . In Abbildung 8.4 ist die saisonale

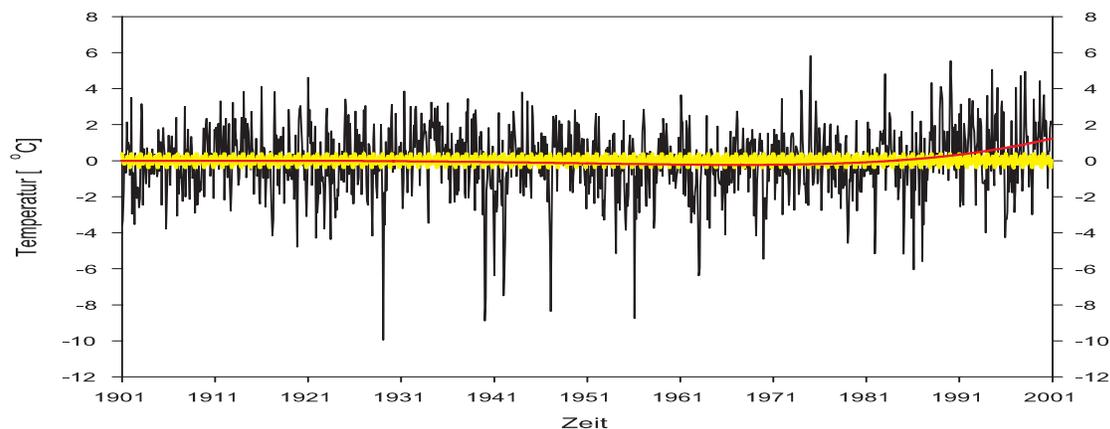


Abbildung 8.2: Residuen der Temperaturzeitreihe der Station Hamburg-Fuhlsbüttel nach Abzug der Basisschwingung $S_{1,0}$ (schwarz). Weiterhin ist die Summe der Oberschwingungen $S_{2,0}$ und $S_{3,0}$ in gelb und die Summe detektierter Trends in rot eingezeichnet.

Komponente der Standardabweichung bereits eliminiert und eine verbleibende langfristige Zunahme in der Streuung augenscheinlich zu erkennen. Die Analyse detektiert einen positiven Trend dritter Ordnung mit einer Amplitude von 0.2°C . Aufgrund der sehr starken Abweichungen einzelner, extrem kalter Wintermonate zwischen 1925 und 1960 war die Detektion einiger Extremereignisse bereits zu Beginn der Zerlegung zu erwarten. Die Monatsmittel des Januars 1940 sowie die der Februare 1929, 1947 und 1956 werden im

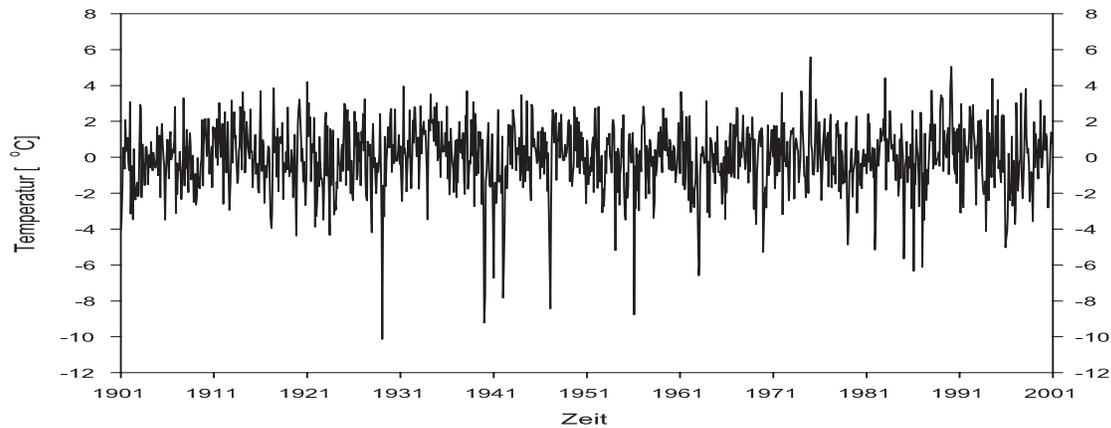


Abbildung 8.3: Die Residuen der Temperaturzeitreihe von Hamburg-Fuhlsbüttel nach Abzug aller signifikanten Strukturen im Mittel der Gaußverteilung.

Rahmen des angepaßten Modells als unerwartete Werte der Reihe detektiert. Sie sind in Abbildung 8.5 rot markiert.

Wie in Kapitel 5.4.1 beschrieben, ist im Falle enthaltener Extremereignisse ein mehrmaliges Durchlaufen des in Abbildung 5.1 dargestellten Zyklus nötig. Die vorangegangene Beispielzerlegung beschränkte sich auf die Darstellung der entgültigen Schätzer.

Ohne die einzelnen, extrem kalten Wintermonate, welche sich nicht durch strukturierte Änderungen in den beiden Parametern der Verteilung erklären lassen, können die Residuen jedoch nicht von der Realisation einer $N(0,1)$ -verteilten Zufallsvariablen unterschieden werden. Die Ablehnungswahrscheinlichkeit beträgt gemäß des Kolmogorov-Smirnov-Tests 69.92%. Ebenso beträgt die Ablehnungswahrscheinlichkeit dafür, daß die Werte der ersten und der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums derselben Verteilung entstammen, lediglich 42.2%. Entsprechend der Residuenanalyse kann somit die statistische Modellierung der vorliegenden Temperaturzeitreihe auf Basis der Gaußverteilung als gelungen erachtet werden. In dem hier vorliegenden Spezialfall eines Gauß-Prozesses folgt aus der schwachen Stationarität bereits die strenge Stationarität, welche alternativ getestet werden kann.

Abschließend lassen sich nun auf Basis der Gleichungen 7.1 und 7.3 Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten für beliebige Zeitpunkte des vorliegenden Intervalls und beliebige Schwellenwerte schätzen. Diese Wahrscheinlichkeiten tragen dann die Information detektierter strukturierter Komponenten in den als variabel zugelassenen Parametern. In Abbildung 8.6 sind das 85%-Perzentil (16.1°C) als obere und das 15%-Perzentil (1.8°C) als untere Schwelle verwendet worden. Aufgrund des ausgeprägten Jahresgangs in Temperaturzeitreihen Deutschlands sind in den Über- als auch den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten jeweils nur in einer Jahreshälfte Änderungen bezüglich der angenommenen Schwellen ersichtlich. Weiterhin sind keine signifikanten Änderungen im Jahresgang, weder hinsichtlich der Amplitude noch der Phasenlage, detektiert worden. Folglich spiegeln die Überschreitungswahrscheinlichkeiten in den Sommermonaten zunächst den negativen Trend und

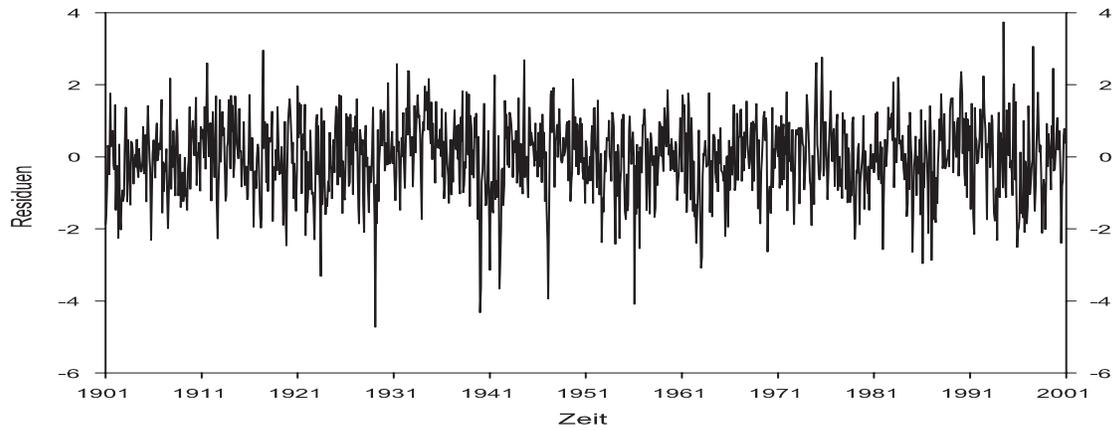


Abbildung 8.4: Die Residuen der Temperaturzeitreihe von Hamburg-Fuhlsbüttel nach weiterer Eliminierung der Basisschwingung $S_{1,0}$ in der Standardabweichung der Gaußverteilung.

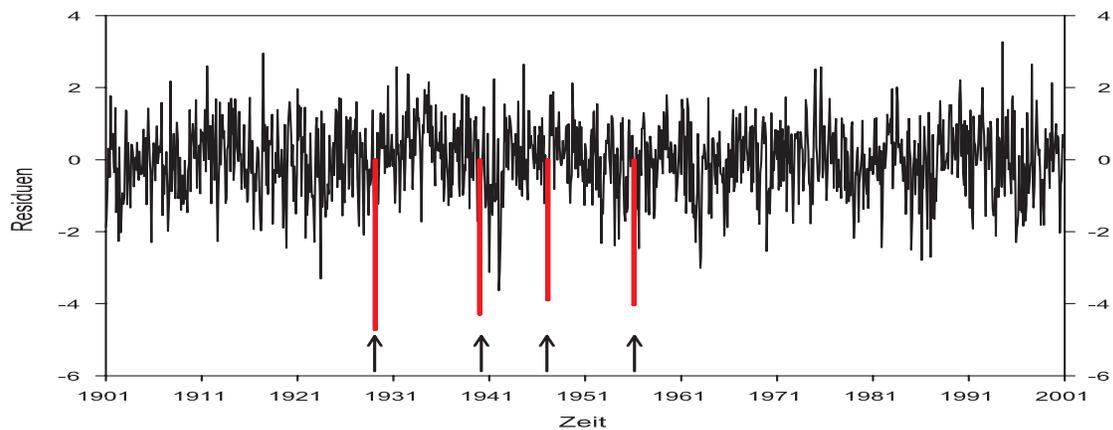


Abbildung 8.5: Der $N(0,1)$ -Verteilung genügende Residuen der Station Hamburg-Fuhlsbüttel (schwarz), sowie vier als Extremereignisse detektierte extrem kalte Wintermonate (rot und durch Pfeile markiert).

gegen Ende des Zeitintervalls den schließlich dominierenden, positiven Trend 5. Ordnung im Mittel wider. Der positive Trend der Standardabweichung wirkt sich verstärkend auf den Anstieg aus. Entsprechend sind zunächst Zunahmen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der 1.8°C -Schwelle in den Wintermonaten sowie ein deutlicher Abfall zum letzten dargestellten Zeitpunkt zu beobachten.

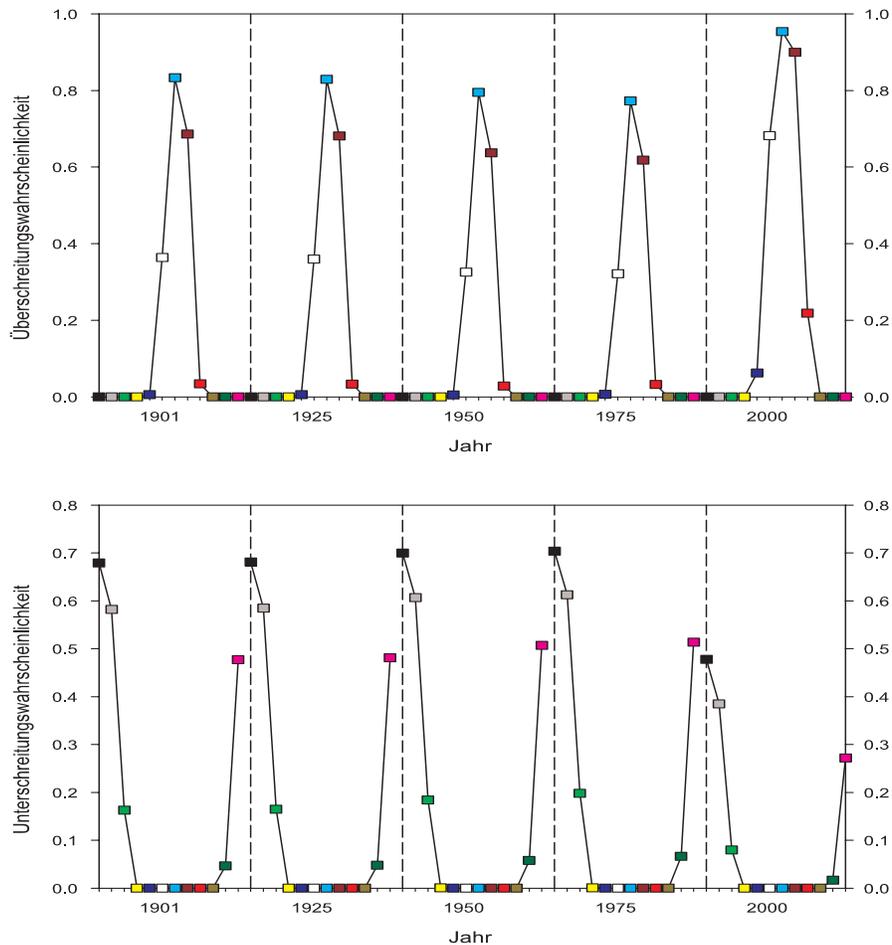


Abbildung 8.6: Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 85%-Perzentils (16.1°C) in den Monaten Januar bis Dezember (hier wie im folgenden durch farbige Quadrate markiert) der Jahre 1901, 1925, 1950, 1975 und 2000 (obere Grafik) sowie die analogen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 15%-Perzentils (1.8°C) (untere Grafik) an der Station Hamburg-Fuhlsbüttel.

8.3 Die Niederschlagsreihe Eisenbach-Bubenbach: Das Gumbelsche Modell mit Schwerpunkt Skala

In den Niederschlagsreihen Deutschlands treten keine deutlichen jahreszeitlichen Schwankungen in der Verteilungsform auf. Ganzjährig ist eine linkssteile Verteilung monatlicher Niederschlagssummen zu beobachten. Häufig werden jedoch signifikante jahreszeitlich unterschiedliche Tendenzen in der Streuung beobachtet (vgl. Kapitel 11.2). Eine Beschreibung der Zeitreihen gelingt auf Basis des Gumbelschen Modells mit Schwerpunkt Skala. Unter Verwendung dieses Modells soll hier eine schrittweise Zerlegung der monatlichen Nieder-

schlagszeitreihe der Station Eisenbach-Bubenbach demonstriert werden, wobei wieder der gewählten Reihenfolge, in welcher als signifikant detektierte Funktionen extrahiert werden, keine Bedeutung zukommt.

Abbildung 8.7 zeigt zunächst die Originalzeitreihe. Wie aus Tabelle 8.2 ersichtlich ist, können in dieser Reihe Funktionen der Trend- und saisonalen Komponente im Lageparameter $a(t)$ und Streuparameter $b(t)$ der Gumbelverteilung signifikant detektiert werden. Eine angebotene niederfrequente Komponente im Streuparameter ist jedoch nicht signifikant. Die Basisschwingung $S_{1,0}$ im Lageparameter $a(t)$ mit der Wellenzahl eins pro

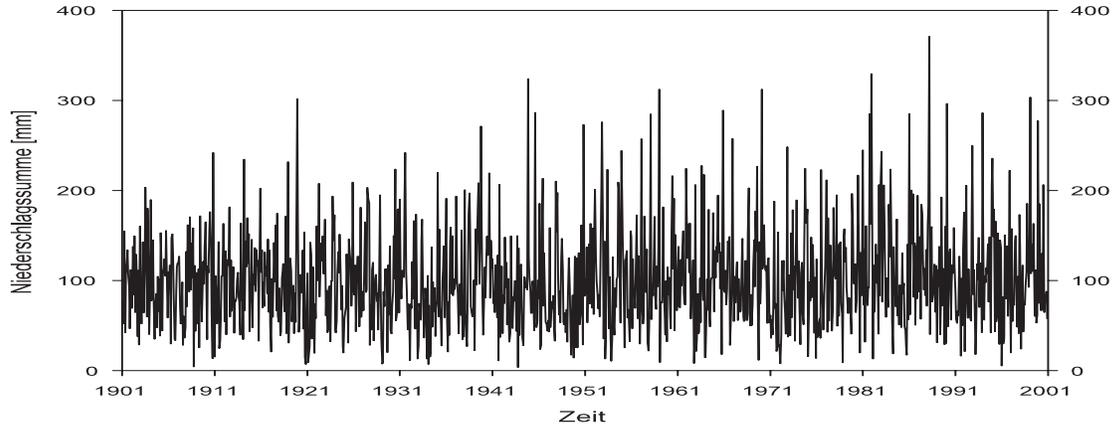


Abbildung 8.7: Die Niederschlagsreihe monatlicher Auflösung, 1901 bis 2000, der Station Eisenbach-Bubenbach (47.97°N, 8.3°E).

Tabelle 8.2: An der Station Eisenbach-Bubenbach detektierte signifikante Funktionen der Saison- und der Trendkomponente. Die Amplituden der Schwingungen $S_{j,k}$ sind als Funktionen der Zeit $t=1, \dots, 1200$ und die Phasenlagen in Tagen nach dem 15. Dezember angegeben. Die Trendamplituden sind auf den gesamten Beobachtungszeitraum bezogen.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm]	Phasenlage [Tagen]
Eisenbach-Bubenbach (47.97°N, 8.3°E)	b(t)	$S_{1,0}$	$7.04 \cdot t^k$	-82.73
		$S_{1,1}$	$0.148 \cdot 10^{-1} \cdot t^k$	44.87
		T_1	5.78	-
	a(t)	$S_{1,0}$	$-8.89 \cdot t^k$	24.21

Jahr und konstanter Amplitude von -8.89 mm hat entsprechend der Phasenlage von 24.21 Tagen ihr Minimum im Januar. In Abbildung 8.8 ist die Zeitreihe nach Abzug dieser Basis-schwingung zu sehen. Verglichen mit Temperaturzeitreihen kann hier die Basis-schwingung im Lokationsparameter nur einen deutlich geringeren Anteil der Zeitreihe beschreiben. Ein

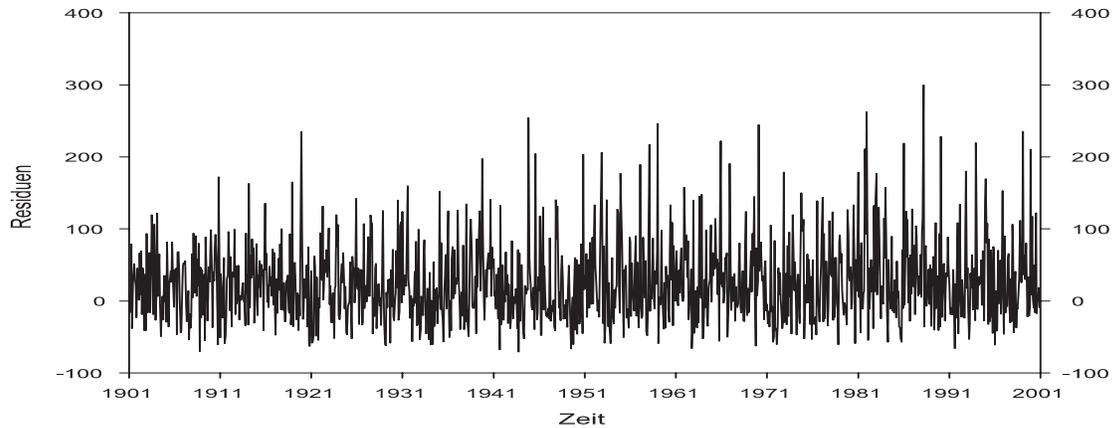


Abbildung 8.8: Die Niederschlagsreihe der Station Eisenbach-Bubenbach nach Abzug der saisonalen Komponente $S_{1,0}$ im Lageparameter der Gumbelverteilung.

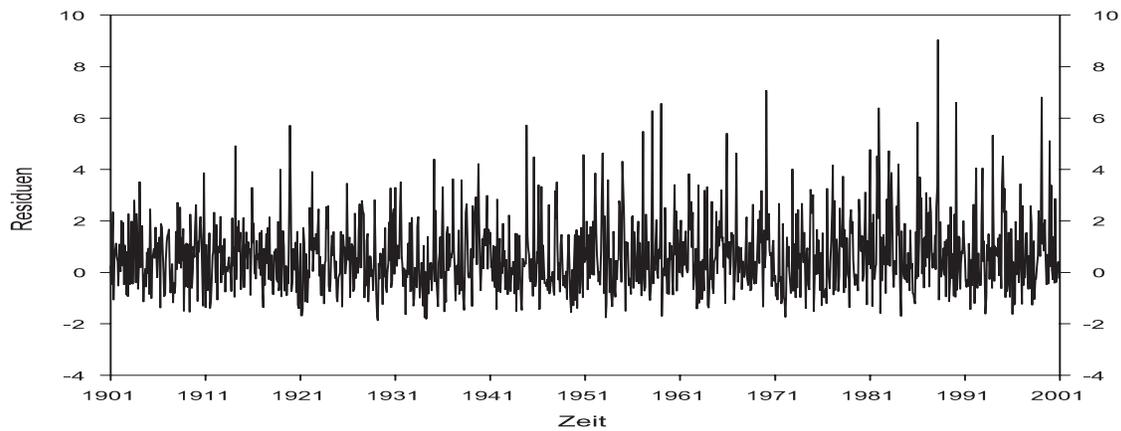


Abbildung 8.9: Die Niederschlagsreihe Eisenbach-Bubenbach nach Eliminierung der Basis-schwingungen $S_{1,0}$ im Lage- und Streuparameter der Gumbelverteilung.

Trend im Lageparameter wird nicht als signifikant in der vorliegenden Zeitreihe detektiert, d. h. damit sind bereits alle berücksichtigten Schwankungen im Lageparameter eliminiert. Es ist zu erkennen, daß der Modus bzw. Lageparameter der Verteilung nun nahe Null liegt. Allerdings ist der Lageparameter noch nicht exakt gleich Null, sondern beträgt 0.65 mm. Im Gegensatz zur Gaußverteilung sind die Werte der beiden Verteilungsparameter nicht unabhängig voneinander und somit tragen enthaltene Strukturen im Streuparameter zu einem von Null verschiedenen Lageparameter bei. Im Streuparameter wird die Basis-schwingung $S_{1,0}$ ebenfalls detektiert. Allerdings liegt hier das Minimum im Monat März und die Amplitude beträgt 7.04 mm. Nach Abzug der Basis-schwingungen beider Parameter ist in Abbildung 8.9 insbesondere eine Zunahme im Auftreten relativ hoher Werte im Laufe des Beobachtungszeitraums zu erkennen. Entsprechend wird die Schwingung $S_{1,1}$

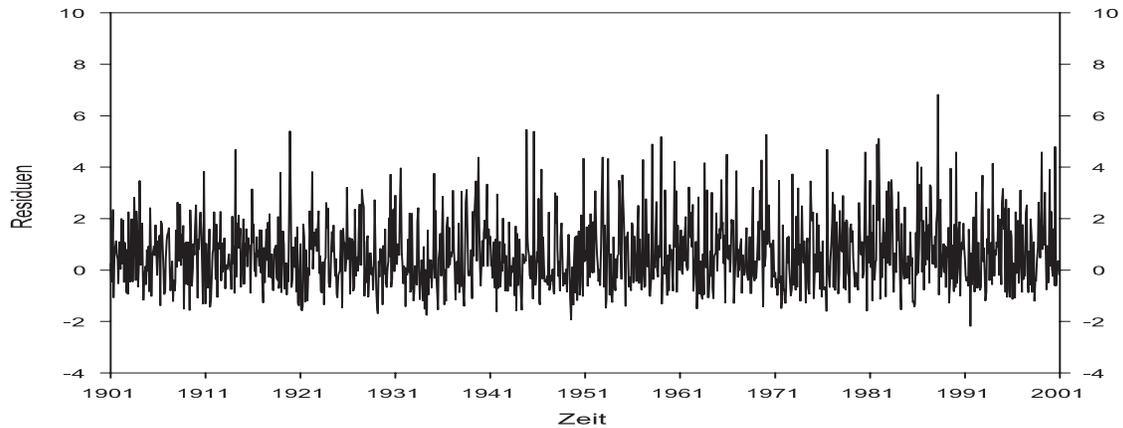


Abbildung 8.10: Die Niederschlagsreihe der Station Eisenbach-Bubenbach nach weiterer Eliminierung signifikanter Oberschwingung $S_{1,1}$ im Streuparameter der Gumbelverteilung.

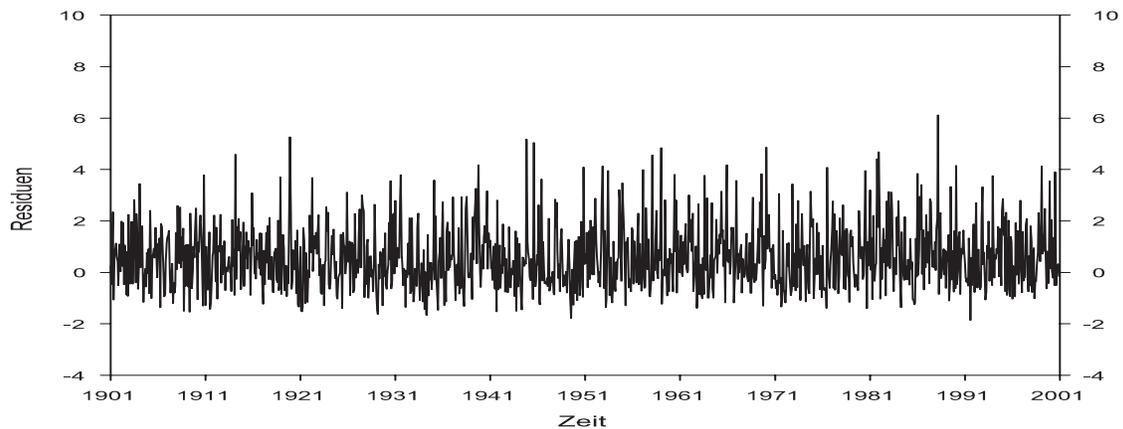


Abbildung 8.11: Die $G(0,1)$ -Residuen der Niederschlagsreihe von Eisenbach-Bubenbach nach weiterer Eliminierung des positiven linearen Trends im Streuparameter der Gumbelverteilung.

mit der Wellenzahl eins pro Jahr und linearer Zeitabhängigkeit der Amplitude detektiert. Die Amplitude steigt im zugrundeliegenden Zeitintervall von etwa 0.015 mm auf 17.8 mm an und hat ihr Maximum im Monat Januar. Entsprechend tritt eine zunehmend geringere Streuung in den Sommermonaten auf. Eine andere mögliche Formulierung ist, daß aus der Überlagerung der Schwingungen gleicher Wellenzahl jedoch unterschiedlicher Amplitudenfunktionen, wie etwa $S_{1,0}$ und $S_{1,1}$, eine Schwingung der gleichen Wellenzahl mit zeitabhängiger Amplituden- und Phasenfunktion resultiert. Das Maximum verschiebt sich in dem vorliegenden Fall von -82.63 Tage auf 26.25 Tage, also um etwa 109 Tage vom September in den Januar hinein. In Abbildung 8.9 spiegelt sich somit insbesondere die Zunahme im Auftreten relativ feuchter als auch relativ trockener Wintermonate wider. Diese

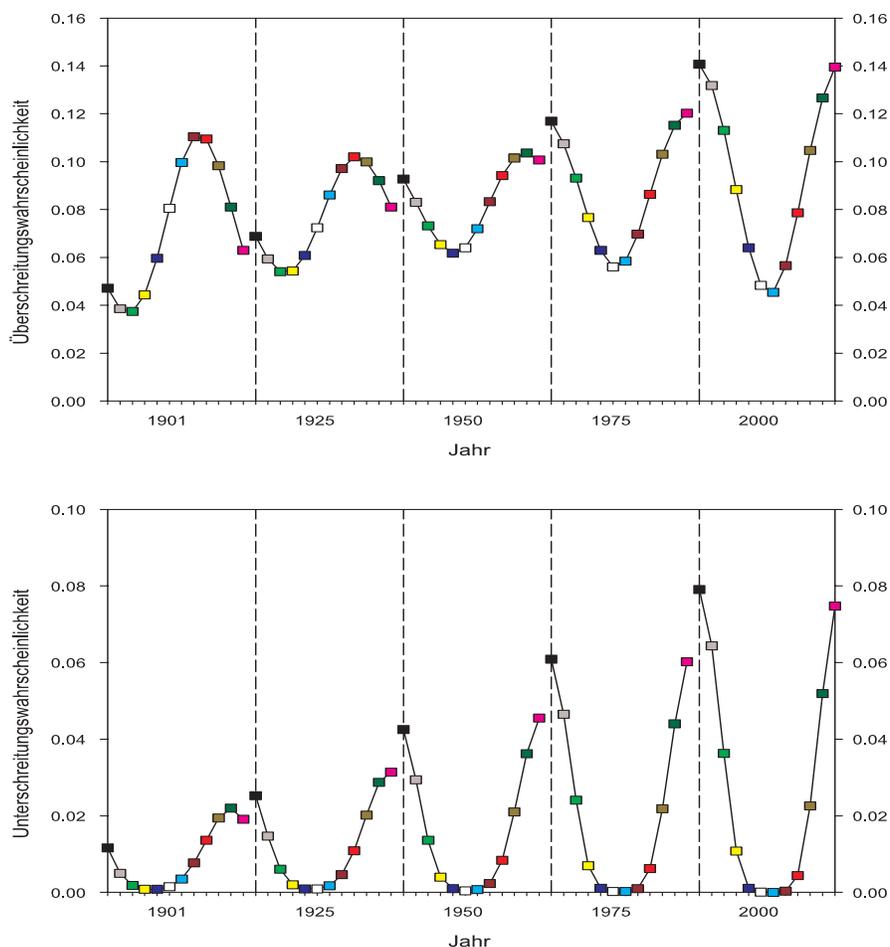


Abbildung 8.12: Überschreitungswahrscheinlichkeiten der 180 mm-Schwelle (oben) und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der 10 mm-Schwelle (unten) in den Monaten Januar bis Dezember der Jahre 1901, 1925, 1950, 1975 und 2000 an der Station Eisenbach-Bubenbach.

strukturierte Komponente wird in den Schätzungen der Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten eine wesentliche Rolle spielen (siehe Abbildung 8.12). Nach Eliminierung dieser weiteren Schwingung sind die Residuen in Abbildung 8.10 dargestellt. Noch immer ist eine systematische Zunahme relativ hoher, aber auch relativ niedriger Werte zu erkennen. Entsprechend ist ein signifikanter, linearer positiver Trend mit einer Amplitude von 5.78 mm im Streuparameter der Gumbelverteilung in Tabelle 8.2 aufgelistet. Abbildung 8.11 zeigt schließlich die endgültigen Residuen nach Eliminierung aller detektierter strukturierter Komponenten. Tatsächlich können diese als $G(0,1)$ -verteilt betrachtet werden. Die Ablehnungswahrscheinlichkeit für die Gumbelverteilung liegt entsprechend des Kolmogorov-Smirnov-Tests bei 69.12 %. Der Vergleich der empirischen Verteilungen der ersten und zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums ergibt jedoch, daß diese mit einer Wahrscheinlichkeit von 90.82 % nicht derselben Verteilung entstammen. Die Stationarität

der Residuen ist somit zunächst zweifelhaft (vgl. Kapitel 11.2). Weitere nicht detektierte Strukturen in der Zeitreihe können hierfür der Grund sein. Trotzdem werden nun in Abbildung 8.12 noch die Jahresgänge der Überschreitungswahrscheinlichkeit der 180 mm (obere Grafik) und die Jahresgänge der Unterschreitungswahrscheinlichkeit der 10 mm-Schwelle (untere Grafik) für die Jahre 1901, 1925, 1950, 1975 und 2000 dargestellt. Aufgrund der Instationarität sind die Ergebnisse nun jedoch mit einer gewissen Vorsicht zu betrachten. Während in den Wintermonaten (rosa, schwarze und graue Quadrate) ein Anstieg der Überschreitungswahrscheinlichkeit im 20. Jahrhundert um etwa 8% erfolgt ist, ergibt die Modellierung für die Monate Juni bis September eine Abnahme der Wahrscheinlichkeit. Zu Beginn des Beobachtungszeitraums ist die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten der 180 mm Schwelle im Monat August am höchsten, gegen Ende der Beobachtung jedoch sind diese hohen Niederschlagssummen am ehesten in den Wintermonaten zu erwarten: eine Veränderung in der Niederschlagscharakteristik, welche an mehreren Niederschlagsstationen Deutschlands beobachtet wird (vgl. Kapitel 11.2). Die Jahresgänge in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit der 10 mm-Schwelle zeigt, daß auch die Wahrscheinlichkeit für besonders trockene Wintermonate an der Station Eisenbach-Bubenbach im Laufe des 20. Jahrhunderts zugenommen hat. Der Winter hat an Variabilität gewonnen.

8.4 Die Niederschlagsreihe Memphis: Das Weibull-sche Modell

Memphis gehört zu den, aufgrund der nordwärts strömenden maritimen Warmluftmassen aus dem Golf von Mexiko, relativ niederschlagsreichen Stationen im Südosten der Vereinigten Staaten. Die beobachtete Niederschlagsreihe monatlicher Auflösung, 1901 bis 2000, ist in Abbildung 8.13 dargestellt. Im Vergleich zu weiter nördlich gelegenen Stationen der Vereinigten Staaten ist hier nur eine relativ geringe jahreszeitliche Variabilität zu beobachten.

Das Weibullsche Modell liefert eine vollständige Beschreibung der beobachteten Niederschlagsreihe. In Tabelle 8.3 sind die im Streu- und Formparameter als signifikant detektierter Funktionen aufgelistet. Die Basisschwingung $S_{1,0}$ weist eine während des Beob-

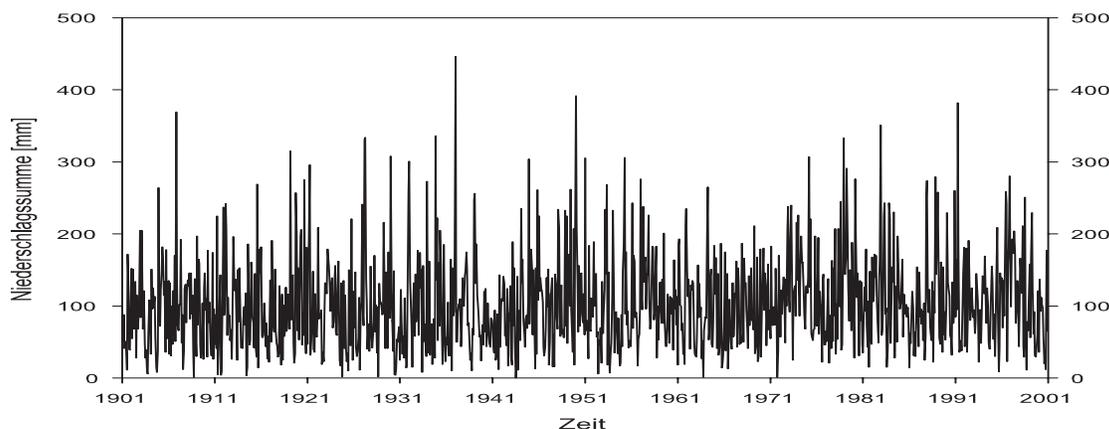


Abbildung 8.13: Die Niederschlagsreihe monatlicher Auflösung der Station Memphis (35.05°N , 90.99°W), 1901 bis 2000.

achtungszeitraums konstante Amplitude von 28.3 mm auf. Entsprechend der Phasenlage von 75.16 Tagen bezüglich des 15. Dezembers liegt das Maximum der Schwingung etwa am 1. März, das Minimum etwa am 1. September. Die Eliminierung geschieht durch Division der Zeitreihe durch die beschriebene Schwingungskomponente. Die resultierende Residuenreihe ist in Abbildung 8.14 zu sehen. Nochmals sei darauf hingewiesen, daß bezüglich der Weibullverteilung eine Zunahme im Wert des Streuparameters nicht nur mit einer Verbreiterung der Verteilung sondern auch mit einer Verschiebung des Modus' verknüpft ist. Die Summe der Oberschwingungen $S_{3,0}$, $S_{2,2}$ und $S_{5,2}$ ist in Abbildung 8.15 für die ersten beiden und die letzten beiden Jahre des Beobachtungszeitraums dargestellt. Es handelt sich um eine Schwingung der Wellenzahl drei pro Jahr mit konstanter Amplitude von 12.8 mm sowie um eine Schwingung der Wellenzahl zwei pro Jahr mit quadratischer Zeitabhängigkeit der Amplitude und eine Schwingung der Wellenzahl fünf mit quadratischer Zeitabhängigkeit der Amplitude. Der resultierende Anstieg des Streuparameters, insbesondere in den Monaten November und April, spiegelt sich, wie gegen Ende des Unterkapitels zu sehen sein wird, deutlich in den Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten wider. Nach

Tabelle 8.3: An der Station Memphis detektierte signifikante Funktionen der Saison- und Trendkomponente. Die Amplituden der Schwingungen $S_{j,k}$ sind als Funktionen der Zeit $t=1, \dots, 1200$ und die Phasenlagen in Tagen nach dem 15. Dezember angegeben. Die Trendamplituden sind auf den gesamten Beobachtungszeitraum bezogen. Der Formparameter $c(t)$ trägt keine Einheit.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude für $b(t)$ in [mm]	Phasenlage [Tagen]
Memphis (35.05°N, 90.0°W)	b(t)	$S_{1,0}$	$28.3 \cdot t^k$	75.16
		$S_{3,0}$	$12.8 \cdot t^k$	-6.95
		$S_{2,2}$	$0.161 \cdot 10^{-4} \cdot t^k$	-22.84
		$S_{5,2}$	$0.818 \cdot 10^{-5} \cdot t^k$	-15.39
	c(t)	T_1	26.8	-
		$S_{1,0}$	$-0.314 \cdot t^k$	-77.27
		T_2	0.48	-

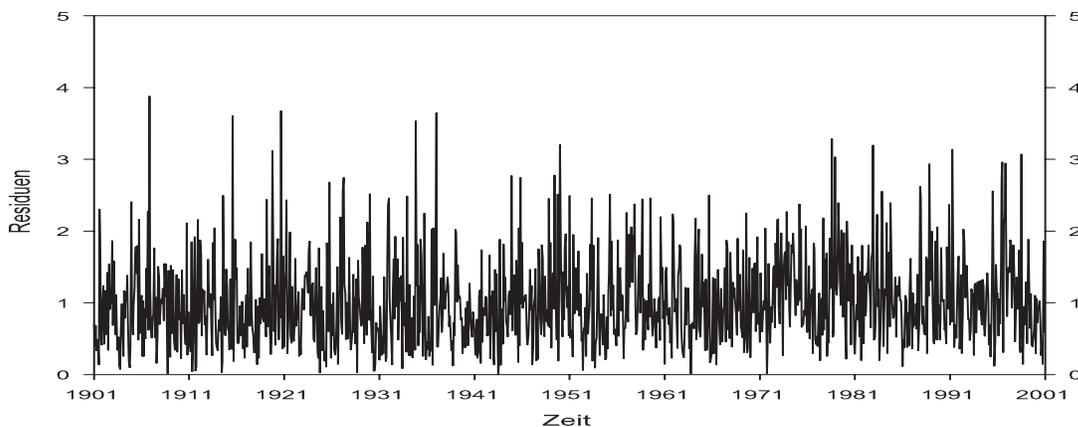


Abbildung 8.14: Die Niederschlagsreihe der Station Memphis nach Eliminierung der Basisschwingung $S_{1,0}$ im Streuparameter der Weibullverteilung.

der weiteren Eliminierung dieser Oberschwingungen im Streuparameter liegen die in Abbildung 8.16 dargestellten Residuen vor. Die Streuung erscheint eher in der ersten Hälfte des Beobachtungszeitraums höher als in der zweiten Hälfte, was eine Detektion eines positiven Trends im Streuparameter zunächst widersprüchlich erscheinen läßt. Zu erkennen ist jedoch die Verschiebung des Modus' zu höheren Werten im Verlauf des Zeitintervalls. Die Amplitude des detektierten, positiven linearen Trends im Streuparameter beträgt 26.8 mm. In Abbildung 8.17 sind schließlich alle signifikanten Strukturen des Streuparameters eliminiert. Entsprechend Tabelle 8.3 verbleiben noch die Basisschwingung $S_{1,0}$ und ein quadratischer Trend im Formparameter. Um die saisonale Komponente im Formparame-

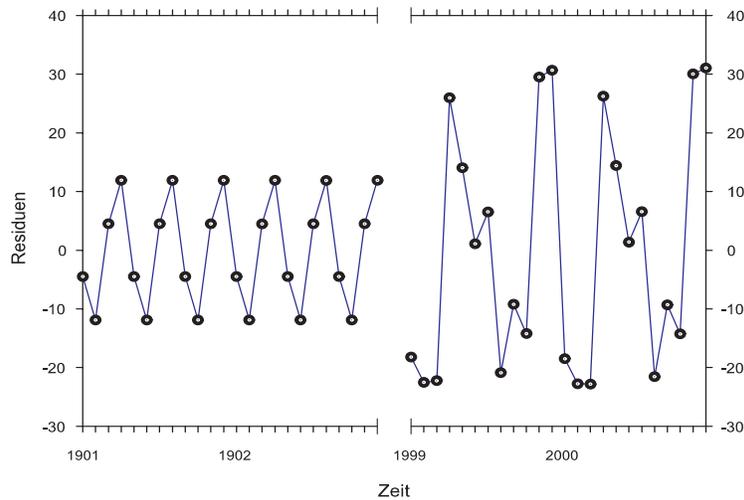


Abbildung 8.15: Signifikante Oberschwingungen ($S_{3,0} + S_{2,2} + S_{5,2}$) im Streuparameter der Weibullverteilung in den Jahren 1901, 1902, 1999 und 2000.

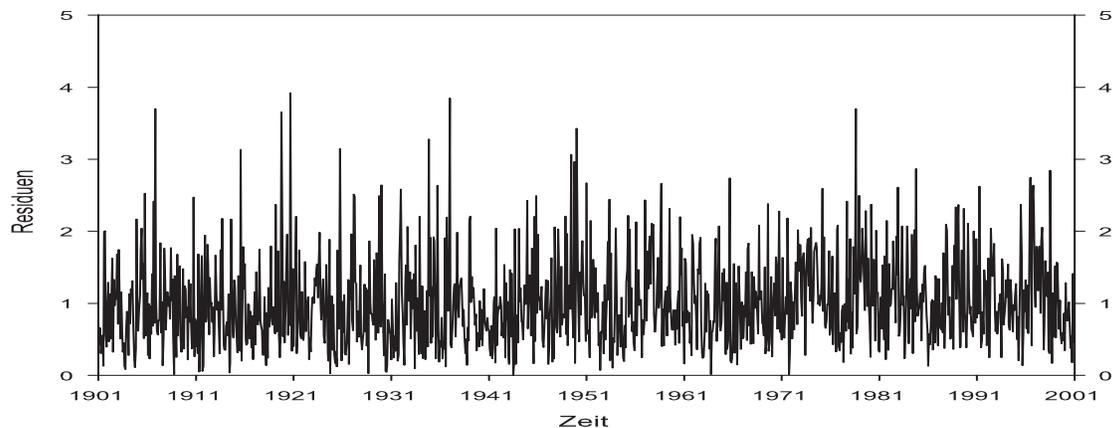


Abbildung 8.16: Die Niederschlagsreihe der Station Memphis nach Eliminierung weiterer Oberschwingungen der saisonalen Komponente im Streuparameter der Weibullverteilung.

ter besser sichtbar zu machen, sind die Monatssummen des März' und des Novembers in Abbildung 8.18 jeweils als getrennte Zeitreihen zu sehen. Offenbar liegt im November eine deutlichere Linkssteilheit vor als im März. Das bedeutet, es sind in den Frühlingsmonaten höhere Werte im Formparameter als in den Herbstmonaten zu erwarten. Entsprechend gibt Tabelle 8.3 eine Amplitude von -0.31 und eine Phasenlage von etwa -77 Tagen für die als signifikant detektierte Schwingung wieder. Abbildung 8.19 zeigt die Residualreihe nach Eliminierung der saisonalen Komponente im Formparameter durch Potenzieren mit der gegebenen Schwingung. Der noch enthaltene positive quadratische Trend im Formparameter beschreibt eine systematische Abnahme in der Eintrittswahrscheinlichkeit der

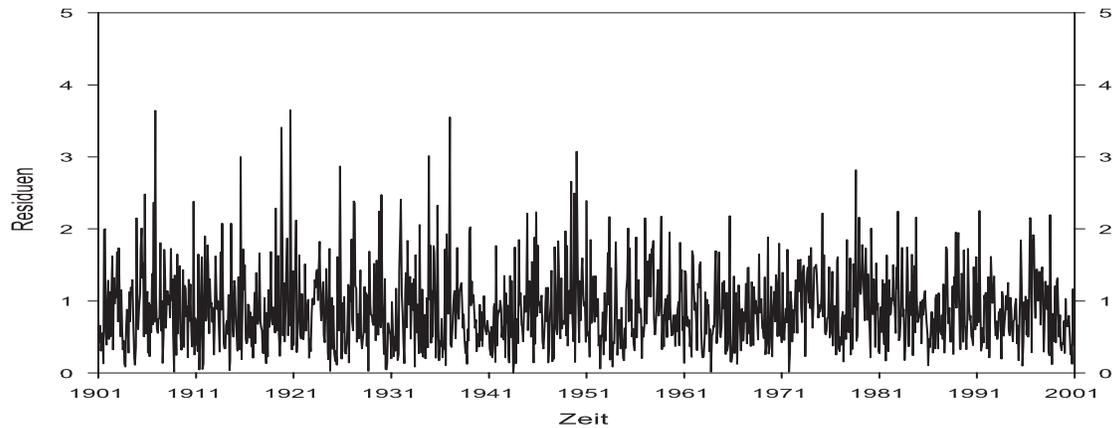


Abbildung 8.17: Die Niederschlagsreihe der Station Memphis nach Eliminierung jeglicher signifikanter Strukturen im Streuparameter der Weibullverteilung.

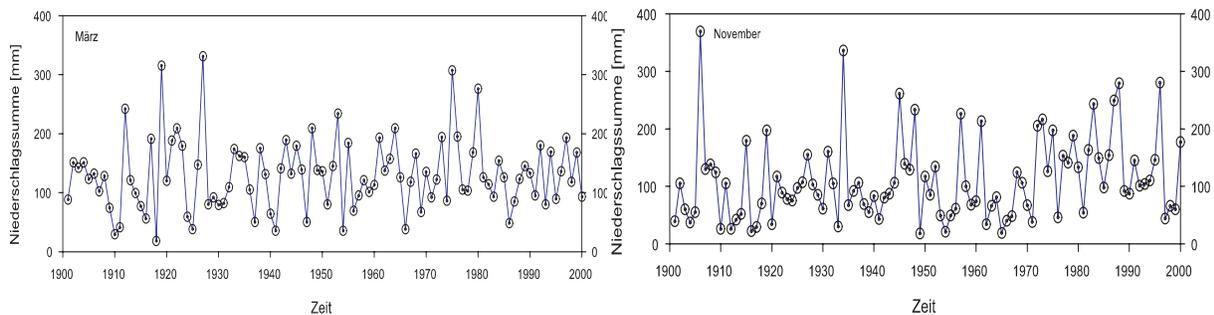


Abbildung 8.18: In Memphis beobachtete monatliche Niederschlagssummen des März' (links) und des Novembers (rechts).

niedrigsten aber auch der höchsten Werte der Verteilung im Laufe des 20. Jahrhunderts. In der Residualreihe (vgl. Abbildung 8.20) tritt der hohe Wert im Januar 1937 nun noch deutlicher zu Tage. Er kann nicht durch strukturierte Änderungen in den Parametern der Verteilung erklärt werden und wird somit aufgrund des ansonsten angepassten statistischen Modells mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit nicht in einer Zeitreihe der vorliegenden Länge erwartet. Er wird als Extremereignis detektiert und ist in Abbildung 8.20 rot markiert. Die verbleibenden (grau eingezeichneten) Residuen jedoch können als Realisierung einer $W(0,1,1)$ -verteilten also einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen mit dem Lageparameter 0 mm, dem Streuparameter 1 mm und einem Formparameter mit dem Wert eins interpretiert werden. Die Ablehnungswahrscheinlichkeit der Nullhypothese, die empirische Residualverteilung genüge der $W(0,1,1)$ -Verteilung, beträgt 16.22%. Bezüglich der Stationarität kann die Nullhypothese, die Residuen der ersten und zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums entstammten derselben Verteilung, lediglich mit einer Wahrscheinlichkeit von 14.41% ab-

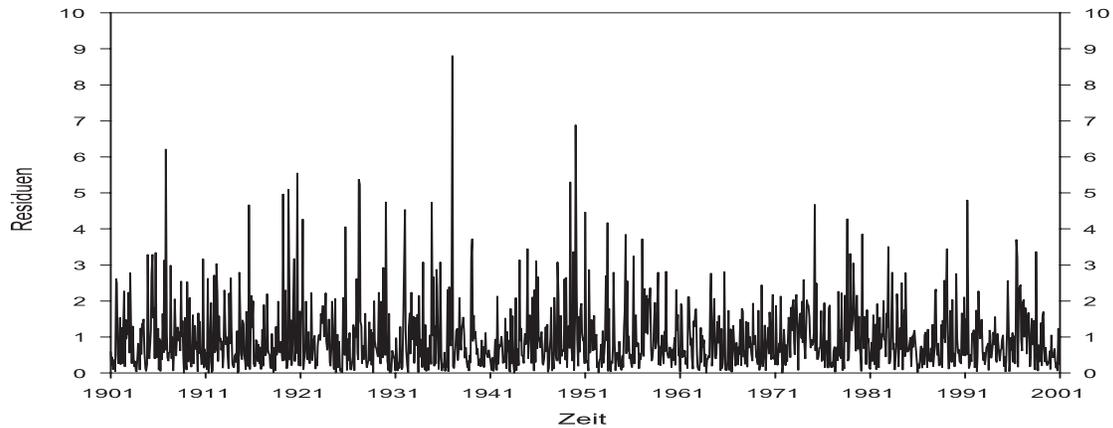


Abbildung 8.19: Die Niederschlagsreihe der Station Memphis nach weiterer Eliminierung der Basisschwingung $S_{1,0}$ im Formparameter der Weibullverteilung.

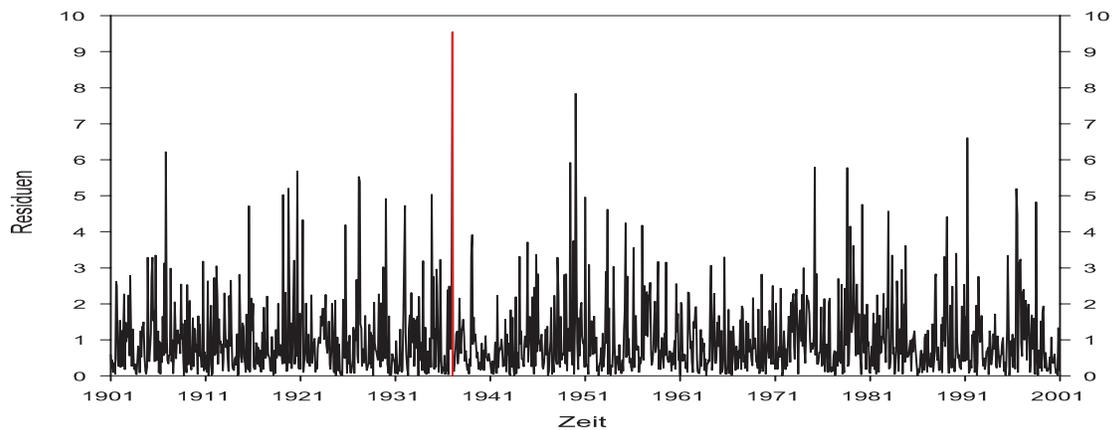


Abbildung 8.20: $W(0,1,1)$ -Residuen der Niederschlagsreihe von Memphis (grau). Rot markiert ist der als Extremereignis detektierte Wert.

gelehnt werden. Die Residuenanalyse bestätigt also die getroffenen Annahmen, das heißt, das gewählte statistische Weibullsche Modell liefert eine mögliche adäquate Beschreibung der Zeitreihe.

Gemäß dem festgesetzten Lageparameter der Weibullverteilung gleich 0 mm verbleiben nach Eliminierung der verschiedenen strukturierten Komponenten die Residuenreihen nach unten durch Null beschränkt. Die Weibullverteilung $W(0,1,1)$ entspricht einer Exponentialverteilung $Ex(1)$ mit dem Parameter $\lambda = 1$. Es besteht der Zusammenhang $W(0, b, 1) = Ex(1/b)$, wobei die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Exponentialverteilung gegeben ist durch

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{array} \right\} \lambda \in R^+. \quad (8.1)$$

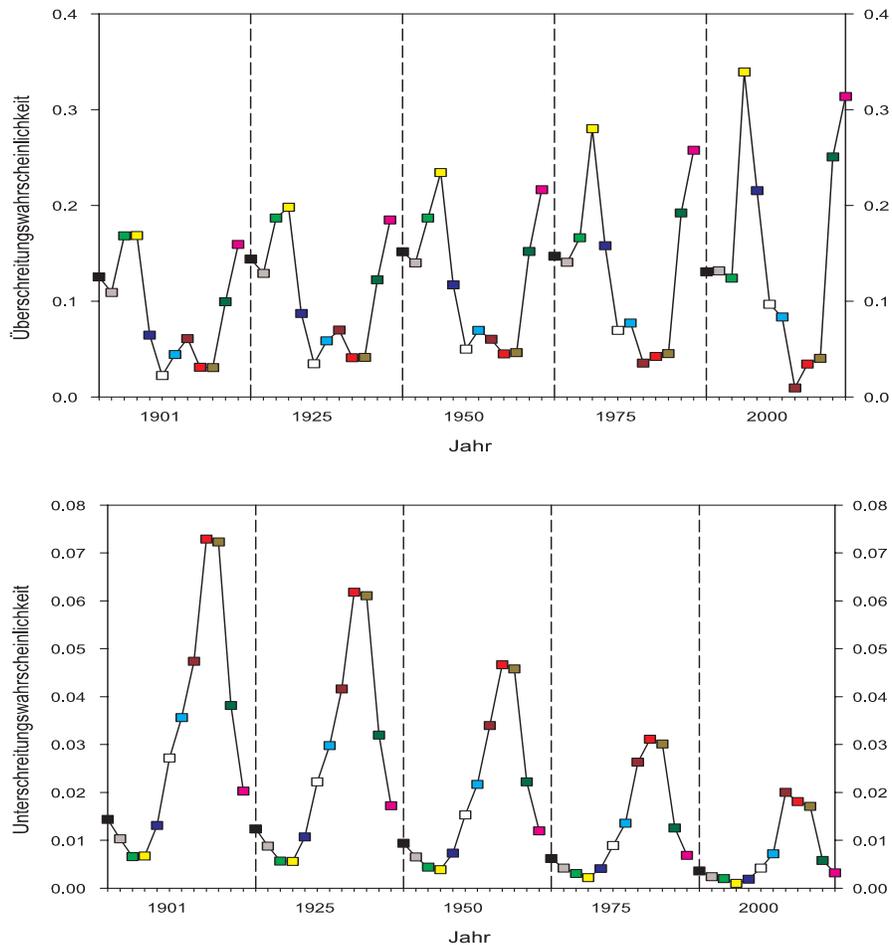


Abbildung 8.21: Die Überschreitungswahrscheinlichkeiten der 180 mm-Schwelle (obere Graphik) und die Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der 10 mm-Schwelle (untere Graphik) für die Niederschlagsreihe der Station Memphis (35.05°N, 90.00°W) für die Monate Januar bis Dezember in den Jahren 1901, 1925, 1950, 1975 und 2000.

Gemäß den Gleichungen 7.6 und 7.7 können nun Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten beliebiger Schwellen für jeden Zeitpunkt des Beobachtungszeitraums geschätzt werden. Es zeigt sich in Abbildung 8.21 insbesondere eine Zunahme für das Eintreten einer monatlichen Niederschlagssumme größer 180 mm in den Monaten April, Mai, November und Dezember. Entsprechend der unteren Graphik in Abbildung 8.21 ist weiterhin ganzjährig eine abnehmende Tendenz im Auftreten von Niederschlagssummen kleiner 10 mm zu beobachten. Exemplarisch kann dies auch durch die Zeitreihen der Monate März und November in Abbildung 8.18 bestätigt werden. Die markantesten Abnahmen in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit treten in den Herbstmonaten auf.

Kapitel 9

Änderungen im Mittel

Sei X eine Zufallsvariable mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$, so ist der Erwartungswert von X gegeben durch

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (9.1)$$

(SCHLITGEN und STREITBERG, 1999). Weiterhin werden die Erwartungswerte der Funktionen $t_r(X) = X^r, r = 1, 2, \dots$ als Momente der Ordnung r dieser Zufallsvariablen X bezeichnet:

$$\mu_r = E[X^r]. \quad (9.2)$$

Die Momente von $Y = X - \mu_1$ heißen zentrale Momente. Hier ist $\mu_1 = \mu$, also gerade der Erwartungswert.

Eine Zeitreihenzerlegung in einen informationstragenden Anteil und Gaußschem Zufallsrauschen auf Basis der Kleinst-Quadrate-Methode liefert auf direktem Weg die zeitliche Änderung des Erwartungswertes bzw. des Mittels durch Summation der detektierten strukturierten Komponenten dieses informationstragenden Anteils. Basiert jedoch die Zeitreihenzerlegung auf anderen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, gehen detektierte strukturierte Änderungen in den verschiedenen Parametern der Verteilung in die Berechnung des Erwartungswertes als Funktion der Zeit ein. Anschaulich ergibt sich dies beispielsweise im Falle der Gumbelverteilung durch deren Schiefe. Ein Anstieg im Wert des Streuparameters trägt somit auch zu einem Anstieg des Erwartungswertes bei, denn im Falle der Gumbelverteilung ergibt Gleichung 9.1

$$\mu(t) = a_G(t) + b_G(t)\gamma \approx a_G(t) + 0.57722 \cdot b_G(t), \quad (9.3)$$

wobei $a_G(t)$ und $b_G(t)$ wieder Lage- und Streuparameter als Funktionen der Zeit und $\gamma \approx 0.57722$ die Eulersche Zahl darstellen. Die Varianz σ^2 ist das zweite zentrale Moment $E[(X - \mu)^2]$ und im Falle der Gumbelverteilung gegeben durch

$$\sigma^2(t) = b_G(t)^2 \pi^2 / 6 \approx 1.64493 \cdot b_G(t)^2. \quad (9.4)$$

In die Bestimmung des Erwartungswertes einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen gehen entsprechend Änderungen im Lageparameter a_W , Streuparameter b_W und Formparameter c_W ein:

$$\mu(t) = a_W(t) + b_W(t)\Gamma\left(1 + \frac{1}{c_W}\right). \quad (9.5)$$

Hierbei ist die Gamma-Funktion Γ definiert durch das Integral

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (9.6)$$

Weiterhin hängt auch die Varianz einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen sowohl vom Wert des Streuparameter $b_W(t)$ als auch des Formparameters $c_W(t)$ der Verteilung ab:

$$\sigma^2(t) = b_W^2(t) \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{c_W}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c_W}\right) \right\}. \quad (9.7)$$

Änderungen im Erwartungswert stehen im öffentlichen Interesse, und zwar hinsichtlich des Niederschlages ebenso wie der Temperatur. Die Gleichungen 9.3 und 9.5 repräsentieren nun die Möglichkeit, aus den statistischen Modellierungen, insbesondere der Niederschlagsreihen, Änderungen im Mittel und somit gebräuchliche Trendkarten zu gewinnen. Statt der direkten Anwendung des Kleinst-Quadrate-Schätzers den Umweg über die statistische Modellierung zu gehen, beinhaltet den Vorteil, die zugrundeliegenden, oftmals von der Normalverteilung verschiedenen, Verteilungen berücksichtigen zu können. Damit können zum einen, wie bereits dargelegt, Auswirkungen von Änderungen in der Streuung oder der Verteilungsform auf den Erwartungswert zusätzlich zur Lokationsbetrachtung berücksichtigt werden. Zum anderen sind bei Abweichungen von der Normalverteilung auch im Falle ausschließlicher signifikanter Lokationsänderungen aus der Anwendung der adäquaten Distanzfunktion vertrauenswürdigere Trendabschätzungen zu erwarten. Bereits in Kapitel 2 ist auf die Sensitivität der Kleinst-Quadrate-Methode gegenüber hohen Werten hingewiesen worden. Aufgrund deren geringer Eintrittswahrscheinlichkeit bei zugrundegelegter Normalverteilung, üben sie starken Einfluß auf den Verlauf der Trendgerade aus. Bei erhöhter Eintrittswahrscheinlichkeit jedoch, beispielsweise bei vorliegender Gumbelverteilung, muß der Einfluß auf den Schätzer sinken. Weiterhin ist bei der Schätzung jahreszeitlich unterschiedlicher Trends unter Verwendung der gesamten Zeitreihe mit robusteren Ergebnissen zu rechnen. Eine Schätzung des Trends der monatlichen Niederschlagssummen im August, unter ausschließlicher Betrachtung der Niederschlagswerte in diesem Monat, könnte ebenfalls auf den Zufallscharakter der Variable zurückgeführt werden. Eine Gegenüberstellung und Diskussion von geschätzten Trends auf Basis der Kleinst-Quadrate-Methode einerseits und auf Basis der statistischen Modellierung andererseits, erfolgt am Beispiel beobachteter Niederschlagssummen in Kapitel 11.2.7.

Kapitel 10

Kritisches und Problematisches zur Modellierung

Wie sicherlich alle statistischen Modelle und Analysemethoden beinhaltet auch die hier eingeführte Methodik der statistischen Modellierung Schwachstellen und ist nicht unbegrenzt anwendbar. In diesem Kapitel sind nun einige Probleme aufgezählt und diskutiert.

Overfitting: Eine generell in der Statistik bestehende Gefahr ist das sogenannte Overfitting. In diesem Fall werden mehr Parameter in einem statistischen Modell angepaßt als für eine zufriedenstellende Beschreibung nötig ist. Werden weitere Prädiktoren einer bereits überangepaßten Modellgleichung hinzugefügt, wird sich die Residualvarianz stabilisieren, vorausgesetzt alle relevanten Prädiktoren sind enthalten und der Datenumfang überwiegt deutlich gegenüber der Anzahl an Prädiktoren in der Modellgleichung. Somit kann die Wahl des Modells darauf basieren, entsprechend dem Prinzip der Sparsamkeit (siehe z. B. SCHLITGEN und STREITBERG, 1999), so wenig Prädiktoren wie möglich in das Modell aufzunehmen, um approximativ den Wert dieser wahren, stabilen Residualvarianz zu erreichen. Dieses Prinzip ist in dem in Gleichung 5.27 vorgestellten F-Test der Schrittweisen Regression berücksichtigt. Da dieser Test normalverteilte Residuen voraussetzt, kann er in dieser Arbeit keine Anwendung finden. Alternativ werden aber die Likelihoods eines momentan ausgewählten Modells und eines eventuellen größeren Modells auf Basis eines Likelihood-Quotienten-Tests verglichen. Nur im Falle einer signifikanten Erhöhung der Likelihoodfunktion wird dem größeren Modell der Vorzug gegeben.

Ebenso können aber zu verwerfende, falsche Modelle eine sehr gute Beschreibung einer Beobachtung liefern, wenn die Komplexität des Modells groß gegenüber der zur Verfügung stehenden Datenmenge ist. Um möglichen Bedenken entgegen zu treten, seien in diesem Zusammenhang einige Zahlen zusammengestellt:

Im Rahmen der hier durchgeführten Analysen zur statistischen Modellierung stehen Zeitreihen der Länge $N=1200$ zur Verfügung (vgl. Kapitel 11.1). Zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs zweier Verteilungsparameter der den Analysen zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion müssten auf dieser Grundlage 48 Koef-

fizienten geschätzt werden, wenn *alle* potentiell zur Verfügung stehenden Funktionen als signifikant detektiert würden. In diesem extremsten Fall, der erfahrungsgemäß nicht auftritt, ständen für jeden Koeffizienten im Mittel 25 Werte zur Verfügung. Tatsächlich wurden jedoch in der Analyse von 132 Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen Deutschlands (vgl. Kapitel 11.2) beispielsweise im Schnitt 6 Koeffizienten pro betrachteter Zeitreihe geschätzt. Bei dem vorliegenden Stichprobenumfang von 1200 Werten entspricht dies einem Verhältnis von durchschnittlich 200 Werten pro zu schätzendem Koeffizienten, welches als unbedenklich eingestuft werden kann.

Stabilität: Eine vollkommen andere Problematik in der statistischen Modellierung ist, daß ungeachtet dessen, welches statistische Modell der Analyse der Zeitreihen zugrunde gelegt wird, der Schätzer strukturierter Komponenten zu jeglichem Zeitpunkt nicht von dem „Wissen“ über den weiteren Verlauf der Zeitreihe abhängen sollte. Um einen Einblick zur Stabilität des Verfahrens zu erlangen, sind am Beispiel der in Kapitel 11.2 zur Verwendung kommenden 132 Niederschlagszeitreihen Deutschlands, 1901-2000, zusätzlich zwei getrennte Analysen für die Zeiträume 1901 bis 1950 und 1951 bis 2000 durchgeführt worden. Der Vergleich mit den Ergebnissen der Analysen des gesamten Zeitraums von 1901 bis 2000 vermittelt einen Eindruck darüber, wie stabil die Schätzer strukturierter Komponenten zu einer bestimmten Zeit t sind. Zur

Tabelle 10.1: An der Station Eisenbach-Bubenbach detektierte signifikante Funktionen der saisonalen Komponente und der Trendkomponente unter Verwendung des Beobachtungszeitraums 1901-2000 (entspricht Tabelle 8.2) sowie der Subintervalle 1901-1950 und 1951-2000. Die Amplituden der Schwingungen $S_{j,k}$ sind als Funktion der Zeit $t=1, \dots, 1200$ und die Phasenlagen in Tagen nach dem 15. Dezember angegeben. Die Trendamplituden sind auf den jeweiligen Beobachtungszeitraum bezogen.

Analysezeitraum	Parameter	Funktion	Amplitude [mm]	Phasenlage [Tagen]
1901-2000	b(t)	$S_{1,0}$	$7.04 \cdot t^k$	-82.73
		$S_{1,1}$	$0.148 \cdot 10^{-1} \cdot t^k$	44.87
		T_1	5.78	-
	a(t)	$S_{1,0}$	$-8.89 \cdot t^k$	24.21
1901-1950	b(t)	$S_{1,0}$	$5.39 \cdot t^k$	-57.86
	a(t)	$S_{1,0}$	$-10.83 \cdot t^k$	32.49
		T_1	-12.75	-
1951-2000	b(t)	$S_{1,0}$	$12.8 \cdot t^k$	13.55

Diskussion ist willkürlich das Beispiel Eisenbach-Bubenbach herausgegriffen worden. Entsprechend listet Tabelle 10.1 die signifikant detektierten Funktionen in Lage- und Streuparameter der Gumbelverteilung für die drei betrachteten Analysezeiträume auf. Wie bereits in Kapitel 8.3 besprochen, treten signifikante Änderungen im Jah-

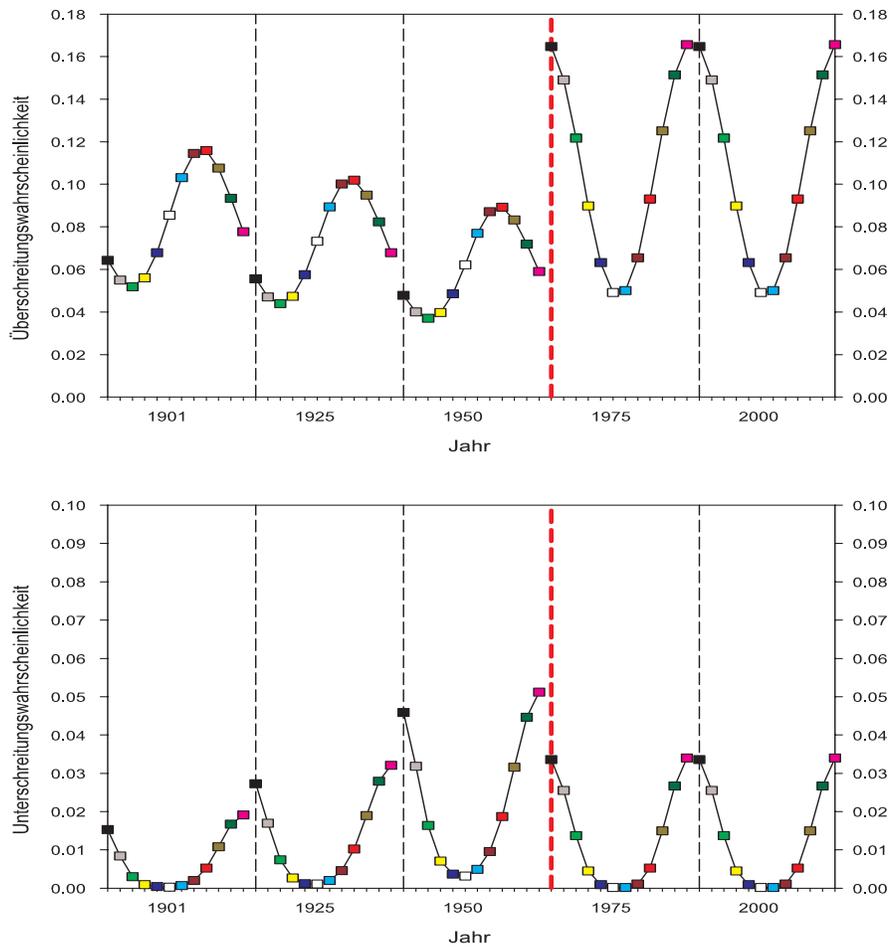


Abbildung 10.1: Analoge Darstellung der Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten wie in Abbildung 8.12 für die Station Eisenbach-Bubench. Die rot gestrichelte Linie deutet nun jedoch darauf hin, daß die Ergebnisse aus zwei getrennten Analysen der Zeiträume 1901 bis 1950 und 1951 bis 2000 stammen.

resgang bezüglich des Streuparameters auf, welche eine Verschiebung des Wahrscheinlichkeitsmaximums für das Eintreten hoher Niederschlagssummen vom August in den Januar beschreiben. In der Analyse des gesamten Zeitraums werden diese Änderungen durch die Detektion einer Schwingung mit der Wellenzahl eins pro Jahr und linearer Zeitabhängigkeit der Amplitudenfunktion beschrieben. Innerhalb der beiden Subintervalle werden die saisonalen Schwankungen jedoch jeweils für konstant erachtet. Abbildung 10.1 zeigt analog zu Abbildung 8.12 für die Monate Januar bis Dezember und die Jahre 1901, 1925, 1950, 1975 und 2000 die Überschreitungswahrscheinlichkeiten der 180 mm-Schwelle. Nun stammen jedoch die Ergebnisse der Jahre 1901, 1925 und 1950 aus der Analyse der ersten Beobachtungshälfte und die Ergebnisse der Jahre 1975 und 2000 aus der Analyse des Zeitraums 1951 bis 2000. Entsprechend

liegt nun in den Jahren der ersten Beobachtungshälfte das Überschreitungsmaximum konstant im September und in der zweiten Beobachtungshälfte konstant im Dezember. Die grundsätzlichen Änderungen während des 20. Jahrhunderts werden somit sowohl durch die Analysen der Subintervalle als auch durch die Analysen des gesamten Zeitraums richtig beschrieben. Die abgeleiteten Wahrscheinlichkeitsaussagen aus den verschiedenen Analysen können sich damit aber in bestimmten Jahren erheblich unterscheiden. So ergibt die Analyse des Zeitraums 1901 bis 2000 etwa für den Januar 1950 eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von etwa 4.7%, während aus der Analyse des Zeitraums 1901 bis 1950 eine Wahrscheinlichkeit von 9.3% hervorgeht. Im Januar 1975 liegt die Wahrscheinlichkeit dann wahlweise bei 11.7% oder 16.5%. Die Abhängigkeit der Schätzer zu ausgewählten Zeitpunkten vom gewählten Beobachtungszeitraum wird auch beim Vergleich der winterlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten in den Jahren 1975 und 2000 in Abbildung 8.12 einerseits und Abbildung 10.1 andererseits deutlich. In der Analyse des gesamten 20. Jahrhunderts spielt die Phase um 1980 mit wenig relativ niedrigen winterlichen Monatssummen eine geringere Rolle. Die Detektion des positiven Trends im Streuparameter bewirkt eine stete Zunahme der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten über den gesamten Zeitraum. In der Analyse der zweiten Beobachtungshälfte kann jedoch ein Trend nicht als signifikant detektiert werden. Es werden somit innerhalb dieser Zeit keine Änderungen der Unterschreitungswahrscheinlichkeit beschrieben und die Beträge sind aufgrund der Episode um 1980 insgesamt niedriger.

Die Ergebnisse der statistischen Modellierung sind von den Freiheitsgraden bzw. den angebotenen Basisfunktionen zur Beschreibung beobachteter Änderungen abhängig. Durch Trendfunktionen oder Schwingungen mit linearer oder quadratischer Zeitabhängigkeit der Amplitudenfunktion werden langfristige Veränderungen beschrieben. Somit liefern die Analysen für jeden Zeitpunkt eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, jedoch jeweils auf Basis der gesamten analysierten Reihe und unter der Annahme der gewählten Basisfunktionen.

Anwendbarkeit: Eine offensichtliche Bedingung für die Anwendung der eingeführten Methodik der statistischen Modellierung von Zeitreihen mittels zeitlich veränderlicher Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen ist, daß zu jedem Zeitpunkt der beobachtete Wert als Realisierung einer Zufallsvariablen entsprechend einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion interpretiert werden kann. Wird jedoch zu immer gleichen Zeitpunkten eines Jahres, über beispielsweise Jahrzehnte hinweg, kein Niederschlag beobachtet, ist die Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zu diesen Zeitpunkten des Jahres nicht möglich. Wesentliche Bedingung ist somit ein Mindestmaß an Niederschlag, so daß die Vorstellung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zu jedem Zeitpunkt der Beobachtung realistisch ist (vgl. Kapitel 11.1 und Abbildung 11.4).

Startwertproblem: Die Schätzung des deterministischen Anteils einer zu analysierenden Zeitreihe geschieht unter Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode durch

Minimierung der sogenannten Distanzfunktion ρ . Die numerische Minimierung im mehrdimensionalen Raum geschieht hier durch die Methode nach Powells. Wie bereits in Kapitel 5.4.2.1 dargelegt, besteht hierbei die Gefahr, das globale Minimum zu verfehlen. Gute Startwerte dagegen können das Risiko, in ein lokales Minimum zu laufen, reduzieren.

Im Gaußmodell mit veränderlichem Mittel und zusätzlich veränderlicher Varianz dienten die Kleinst-Quadrate-Schätzer als Startwerte für die Koeffizienten zur Beschreibung des Mittels. Aber auch in den Gumbelmodellen bewährten sie sich als brauchbare Startwerte der Lokation. Für den konstanten Term des Streuparameters der Gumbel- aber auch des Weibullmodells diente der robuste Skalenschätzer, der Median der absoluten Abweichungen vom Median (MAD) als geeigneter Startwert. Die Koeffizienten der saisonalen Komponenten der Streu- und der Formparameter im Gumbel- bzw. Weibullmodell sind zu Beginn der Minimierung gleich Null gesetzt worden. Innerhalb der Trendkomponente erwies es sich als sinnvoll jeweils drei Startwerte durchzuspielen. Der Wert Null und alternativ jeweils ein empirisch gewählter positiver und ein negativer Trendkoeffizient fungierten als Startwerte.

Die aufgelisteten Startwerte repräsentieren lediglich eine mögliche Wahl und garantieren nicht den Weg ins globale Minimum. Jedoch kann auf Basis der Residuenanalyse eine erzielte statistische Beschreibung als eine gute Möglichkeit bezeichnet werden, wenn die Residuen den a priori getroffenen Modellannahmen nicht widersprechen. Muß die Beschreibung jedoch im Sinne der Residuenanalyse verworfen werden, verbleibt offen, ob tatsächlich das Modell unbrauchbar ist, oder ob lediglich die Minimierung fehlgeschlagen ist.

Kapitel 11

Ergebnisse der statistischen Modellierung von Niederschlagsreihen

11.1 Einleitung

Das in den Kapiteln 5 bis 7 vorgestellte Verfahren zur statistischen Modellierung von Klimazeitreihen ist insbesondere mit dem Ziel einer vollständigen statistischen Beschreibung beobachteter Niederschlagszeitreihen entwickelt worden. Zur Verifikation und Anwendung des Verfahrens stand zum einen ein globaler Niederschlagsdatensatz von 446 Zeitreihen monatlicher Auflösung 1901 bis 2000 zur Verfügung. Diese Daten sind im Rahmen eines DEKLIM-Verbundprojektes mit dem Weltzentrum für Niederschlagsklimatologie (WZN, 2003) des Deutschen Wetterdienstes nach intensiver Qualitätskontrolle in lückenloser Form übergeben worden. Die geographische Verteilung der betreffenden Stationen ist in Abbildung 11.1 dargestellt. Insbesondere in den Vereinigten Staaten liegt mit 211 Zeitreihen eine hohe Stationsdichte vor. Weiterhin steht für das Gebiet Deutschland zusätzlich ein Datensatz mit verbesserter räumlicher Abdeckung zur Verfügung. Er enthält, ebenfalls für den Zeitraum 1901 bis 2000, 132 Zeitreihen monatlicher Auflösung (nach RAPP und SCHÖNWIESE (1996), ergänzt und erweitert). Wie Abbildung 11.5 entnommen werden kann, sind die Stationen relativ gleichmäßig über Deutschland verteilt. Lediglich im Bereich Nordostdeutschlands ist die Stationsdichte etwas geringer. Damit liegen in Europa (vgl. Abbildungen 11.2 und 11.3) 258 Zeitreihen vor. Im Rahmen dieser Arbeit werden nicht die Ergebnisse aller Analysen vollständig dargestellt; stattdessen soll in regionalen Schwerpunkten ein Überblick über die Anwendbarkeit der Methodik verschafft werden.

Um eine verbesserte Vergleichbarkeit der Ergebnisse innerhalb eines Landes zu erreichen, ist die jeweilige Wahl des statistischen Modells länderspezifisch erfolgt, d. h. es ist möglich, daß bezüglich weniger Stationen eines Landes nicht das bestmögliche der zur Verfügung stehenden Modelle gewählt wurde. Wie zu erwarten war, ist eine Zeitreihenanalyse auf Basis der Gaußverteilung, auch bei zusätzlicher Zeitabhängigkeit der Standard-

abweichung, für keines der betrachteten Länder und wahrscheinlich für keine beobachtete Niederschlagszeitreihe im allgemeinen eine geeignete Wahl. Auch das Gumbelmodell mit Schwerpunkt Lokation findet bei der vorliegenden Datengrundlage in keinem der betrachteten Länder Anwendung. Für einzelne Niederschlagszeitreihen liefert das Gumbelmodell mit Schwerpunkt Lokation jedoch eine gute Beschreibung. Die Zeitreihe der Station Goeteborg ist dafür ein Beispiel. Das Gumbelmodell mit Schwerpunkt Skala dagegen ist entsprechend der Residuenanalyse geeignet für die Analyse der in Deutschland, Polen und Rumänien beobachteten Niederschlagszeitreihen. In den weiteren betrachteten, europäischen Ländern können die vorliegenden Zeitreihen als Realisation einer Weibullverteilten Zufallsvariablen mit veränderlichen Streu- und Formparametern interpretiert werden.

Aus der statistischen Modellierung folgt die analytische Beschreibung der Zeitreihen in der Form von zeitabhängigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen. Exemplarisch sind für die 258 Zeitreihen Europas die Tendenzen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des zeitreihenspezifischen 95%-Perzentils für die Monate Januar und August in den Abbildungen 11.2 und 11.3 dargestellt. Rote Punkte markieren einen Anstieg in der Überschreitungswahrscheinlichkeit und blaue Punkte weisen entsprechend auf eine Abnahme innerhalb des Beobachtungszeitraums hin. Die Größe der Punkte ist proportional zur Magnitude der Wahrscheinlichkeitsänderung gewählt. In den verbleibenden Fällen (schwarze Punkte) sind die Beträge der Differenz kleiner 0.005%. Durch die Wahl des 95%-Perzentils als Schwellenwert wird verhindert, in niederschlagsärmeren Gebieten, wie etwa Spanien, bezüglich eines zu hoch gewählten Schwellenwertes keine oder nur geringfügige Wahrscheinlichkeitsänderungen zu bekommen, während beispielsweise im niederschlagsreicheren Westen Norwegens der angenommene Schwellenwert gut geeignet sein kann um Änderungen im Auftreten relativ hoher Niederschlagssummen zu untersuchen. Ein weiterer Schritt wäre, die Schwellenwerte zeitreihen- und monatspezifisch zu wählen, was jedoch hier nicht verfolgt wurde. An Stationen mit sehr ausgeprägten Jahresgängen der monatlichen Niederschlagssummen kann dies relevant sein.

Im Januar werden an dem überwiegenden Anteil der erfassten europäischen Stationen Anstiege in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils beobachtet. Um einen Eindruck von der Größenordnung der dargestellten Wahrscheinlichkeitsänderungen zu haben, sei erwähnt, daß die größten Anstiege in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils 32.4% (in Belfast und Stornoway) betragen. Die detektierten negativen Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit weisen in diesem Monat lediglich geringe Magnituden auf. Im August dagegen treten im Süden Frankreichs und insbesondere im Osten Deutschlands, aber auch in Polen, Österreich, in der Schweiz und an einzelnen Stationen Großbritanniens, Finnlands und Rußlands deutliche negative Änderungen auf. Dem Betrage nach tritt in Karlsruhe die größte negative Änderung in der Überschreitungswahrscheinlichkeit auf. Sie beträgt -11.5%. Aufgrund der recht geringen Stationsdichte außerhalb Deutschlands und der ohnehin geringen Respräsentanz des Niederschlags sind die länderspezifischen Aussagen jedoch nicht überzubewerten. Die Ergebnisse der Überschreitungswahrscheinlichkeiten in den verbleibenden Kalendermonaten, sowie die Tendenzen bezüglich der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils sind im Anhang C.1 und C.2 zusammengestellt.

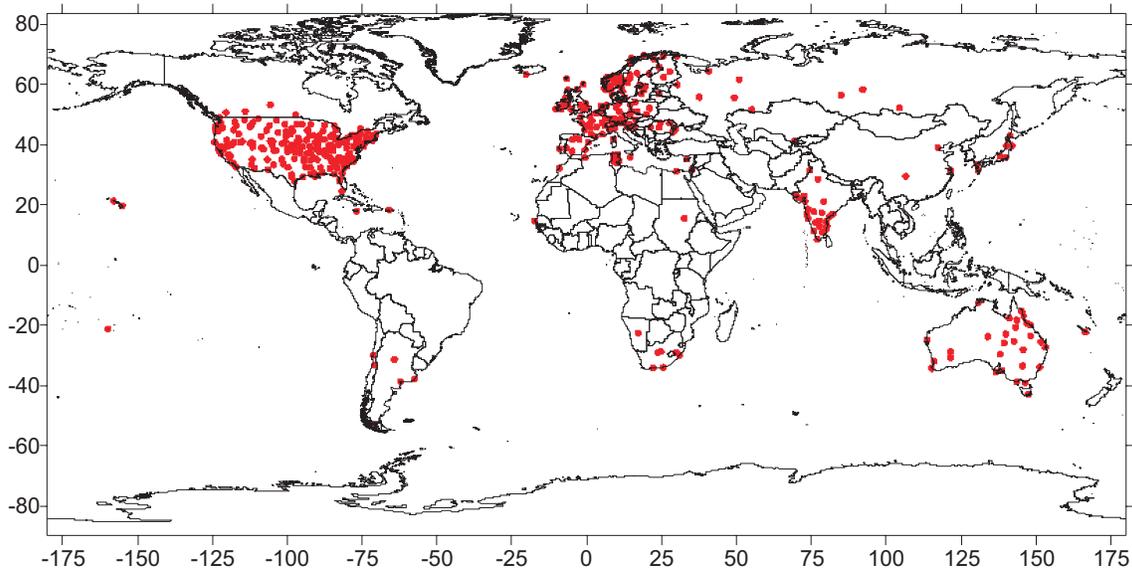


Abbildung 11.1: Geographische Verteilung der Datenbasis von 446 Stationen mit Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen 1901 bis 2000.

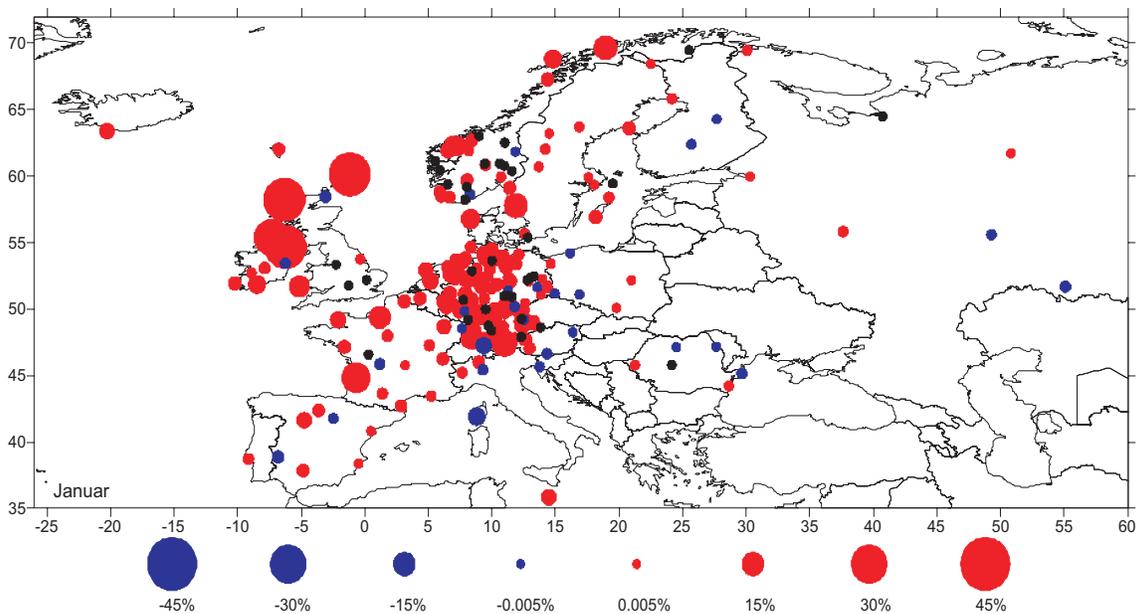


Abbildung 11.2: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils an europäischen Stationen im Monat Januar. Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert, dessen Größe proportional zur Magnitude der Änderung gewählt ist. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

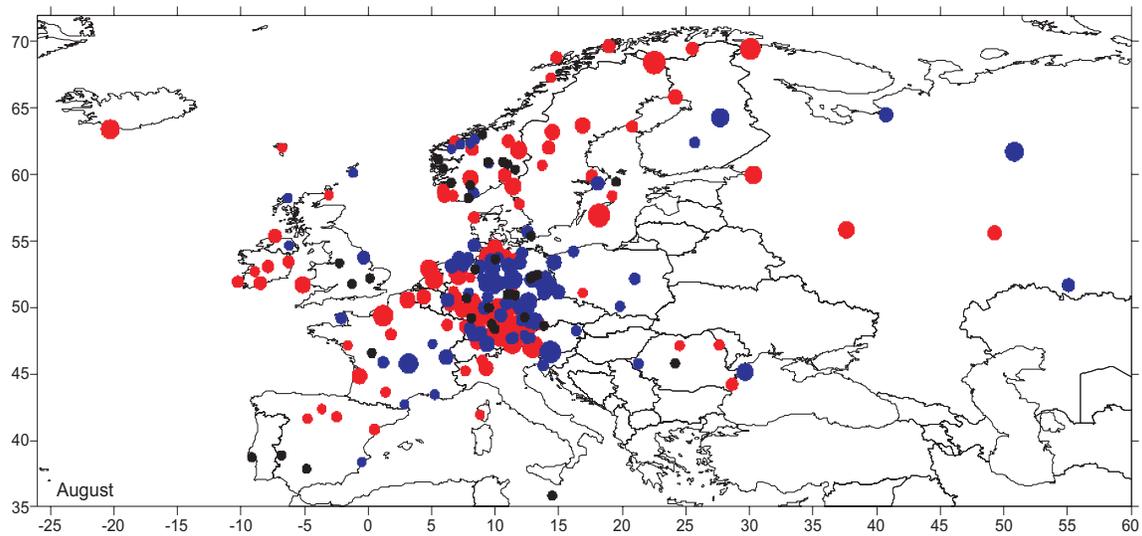


Abbildung 11.3: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils an europäischen Stationen im Monat August. Darstellung analog zu Abbildung 11.2.

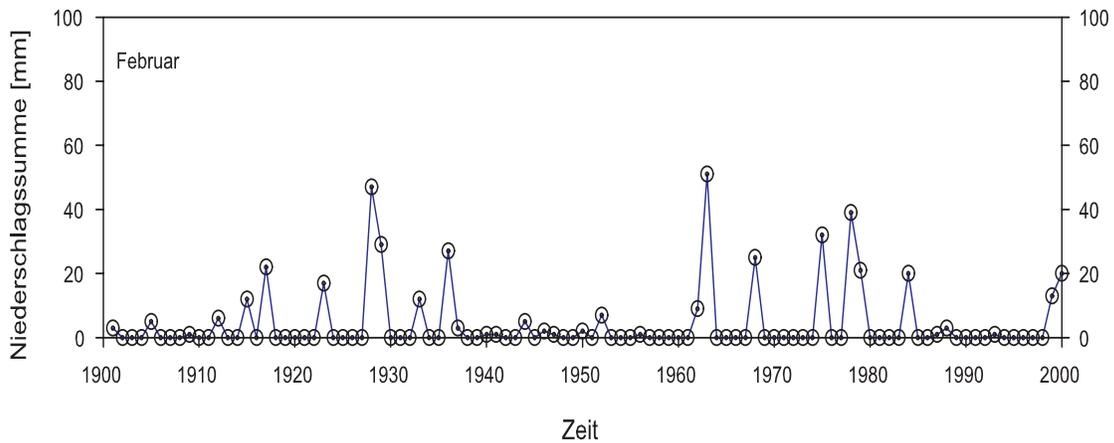


Abbildung 11.4: Zeitreihe der monatlichen Niederschlagssummen im Februar an der Station Solapur (17.67°N, 75.90°E) in Indien.

Außerhalb Europas findet für die vorliegenden Reihen ausschließlich das Weibullmodell Anwendung. Jedoch ist die Methodik der statistischen Modellierung, zumindest unter Verwendung des eingeschränkten Angebots an Basisfunktionen, hier nicht unbeschränkt anwendbar. Als Beispiel seien die Niederschlagsreihen einiger im Südwesten der Vereinigten Staaten gelegenen Stationen (vgl. Kapitel 11.3) erwähnt. Die jahreszeitlichen Schwankungen in der Verteilungsform sind stark ausgeprägt. Die ausschließliche Verwendung der Basisfunktion $S_{1,0}$ zur Beschreibung der Saisonfigur im Formparameter ist nicht ausrei-

chend um diese zu beschreiben. Dies äußert sich dann in einer unangemessen großen Anzahl detektierter Extremereignisse. Sicherlich sind, sofern die Anzahl detektierter Extremereignisse einen gewissen Prozentanteil der Zeitreihe überschreitet ($\approx 1 - 2\%$), nicht länger jene Extremereignisse als unerwartete seltene Werte der Reihe zu interpretieren, sondern das angepasste statistische Modell als unzureichend anzusehen. Durch eine Erweiterung der zur Verfügung stehenden Basisfunktionen wäre eine noch großräumigere Anwendbarkeit der Methodik denkbar. Niederschlagsregime jedoch, wie sie in Indien oder Teilen Chinas anzutreffen sind, mit nahezu keinem Niederschlagsaufkommen über viele Jahre zu bestimmten Jahreszeiten oder in einzelnen Monaten, begrenzen auf jeden Fall die Anwendbarkeit der Methodik. Ein Beispiel liefern die in Abbildung 11.4 gezeigten Niederschlagssummen im Monat Februar an der Station Solapur (Indien). Eine vertrauenswürdige Schätzung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zu jedem Zeitpunkt ist kaum möglich. Allerdings kann das vorliegende Verfahren zumindest auf Zeitreihen ausgewählter Monate mit ausreichendem Niederschlagsvorkommen angewendet werden um Trends in den Parametern der entsprechenden Verteilung zu schätzen. Die saisonale Komponente der beiden Parameter bleibt dann unberücksichtigt.

Eine detailliertere Präsentation der Ergebnisse wird in den Kapiteln 11.2 und 11.3 ausschließlich für die Stationen Deutschlands und der Vereinigten Staaten erfolgen. Die Begründung der Auswahl liegt in der hohen vorliegenden Stationsdichte für diese Gebiete, die das Aufzeigen raum-zeitlicher Strukturen möglich macht. Gleichzeitig werden damit das Gumbelmodell mit Schwerpunkt Skala (Deutschland) als auch das Weibullmodells (Vereinigte Staaten) jeweils auf einen größeren Datensatz angewandt.

11.2 Deutschland

Für die Niederschlagsanalyse Deutschlands standen 132 Zeitreihen monatlicher Auflösung für den Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000 zur Verfügung. Die geographische Verteilung der entsprechenden Stationen ist in Abbildung 11.5 ersichtlich. Nach der Köppen-Geiger-Klimaklassifikation (SCHÖNWIESE, 2003) liegt Deutschland im feuchtgemäßigten Klima (Cf). In den Niederschlagsreihen werden vornehmlich Änderungen in der Streuung, oftmals jahreszeitlich differenziert, beobachtet. Deutliche jahreszeitliche Änderungen in der Verteilungsform dagegen liegen nicht vor. Die betrachteten Zeitreihen können als Realisierung einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen mit dem Schwerpunkt Skala interpretiert werden.

11.2.1 Trendkomponente

In Deutschland werden an 51 Stationen 57 signifikante Trendfunktionen im Streuparameter detektiert. Im Lageparameter treten in 67 Zeitreihen der betrachteten Stationen Deutschlands Trends auf. In den Abbildungen 11.5 und 11.6 ist die geographische Verteilung der signifikanten Trends bezüglich des Lage- und des Streuparameters der Gumbelverteilung dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit ist an den sechs Stationen mit zwei signifikanten

Trendfunktionen lediglich der dominierende lineare Trend im Streuparameter gekennzeichnet. Insbesondere westlich der Weser, sowie in Schleswig-Holstein und Süddeutschland werden an einem Großteil der Stationen positive Trends in mindestens einem der Parameter detektiert. Östlich der Weser treten nur noch vereinzelt positive Trends im Streuparameter auf und östlich der Elbe werden schließlich drei negative Trends im Lageparameter detektiert. Bis auf einige wenige Ausnahmen im nördlichsten sowie im südlichsten Teil Deutschlands kann der Trend im Streuparameter als positiv linear angesehen werden. Wie

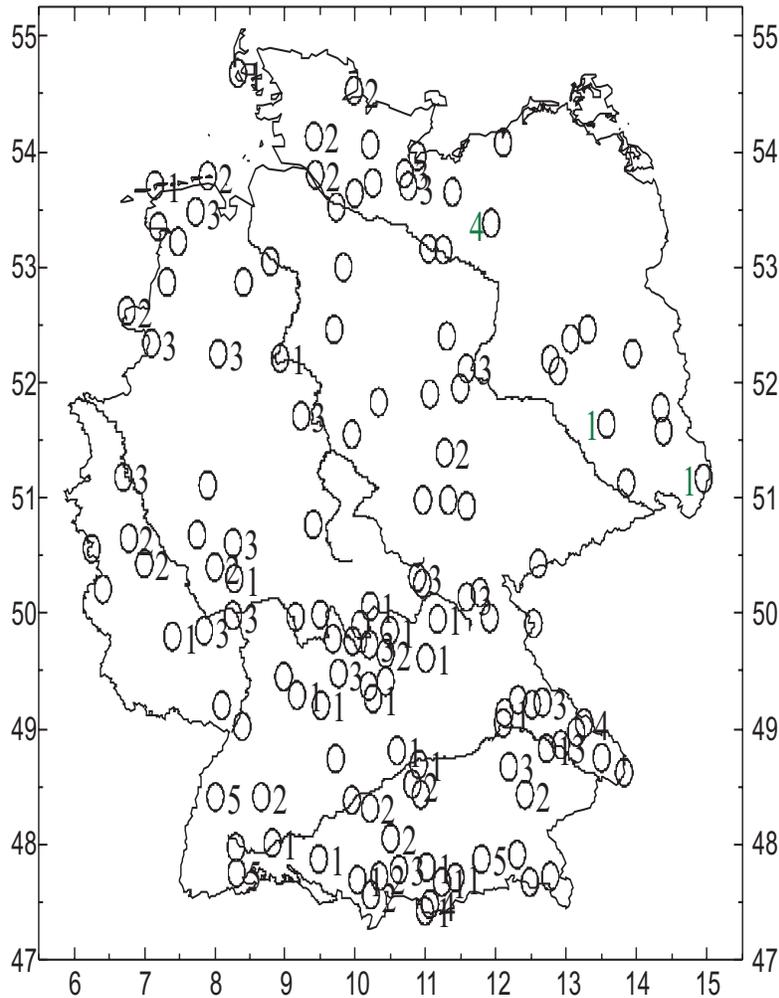


Abbildung 11.5: Geographische Verteilung der Stationen betrachteter Niederschlagsreihen (schwarze Kreise) sowie die Ordnungen detektierter Trends im Lageparameter der Gumbelverteilung. Schwarze Zahlen rechts der Station beschreiben die Trendordnungen positiver und grüne Zahlen links der Station die Trendordnung negativer Trends im Lageparameter.

in Tabelle 11.1 dargelegt, treten 44 positiv lineare Trends im Streuparameter auf. Die Ordnungen zwei und drei werden bezüglich der positiven Trends jeweils nur dreimal detektiert und höhere Ordnungen treten nicht auf. Lediglich an einer Station verläuft der Trend ne-

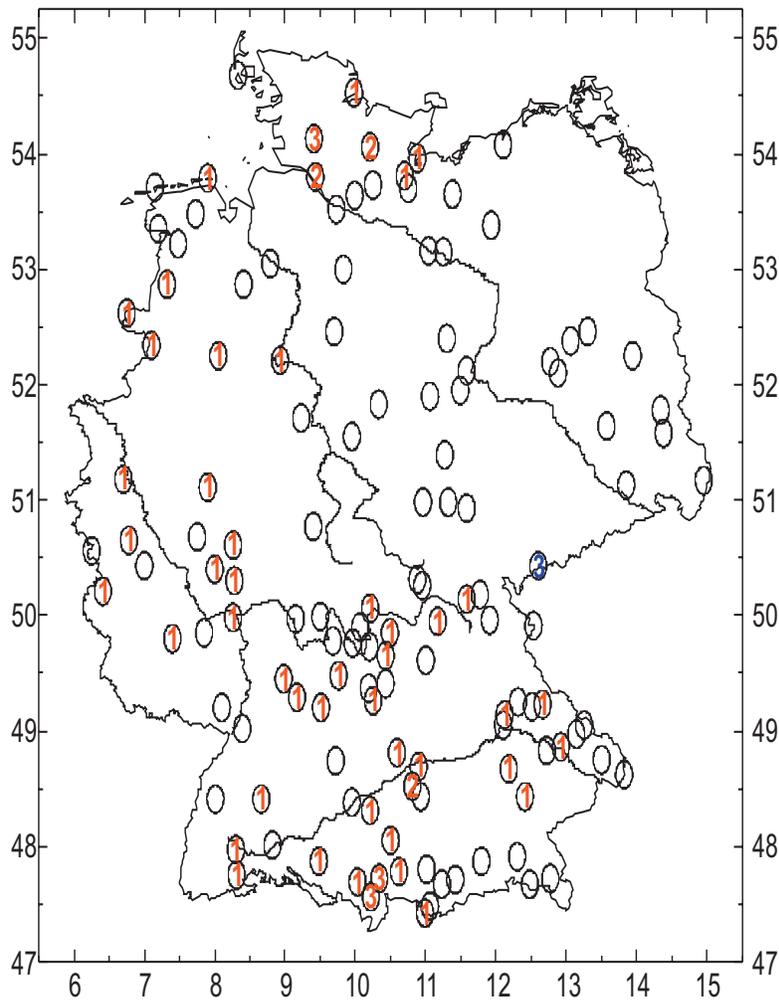


Abbildung 11.6: Geographische Verteilung der Stationen betrachteter Niederschlagsreihen (schwarze Kreise) sowie die Ordnungen detektierter Trends im Streuparameter der Gumbelverteilung. Rote Zahlen geben die Trendordnung positiver und blaue Zahlen solche negativer Trends im Streuparameter an.

gativ und gemäß der dritten Ordnung. Die verbleibenden detektierten negativen Trends der Ordnung zwei und drei treten in der Summe mit einem positiven linearen Trend im Streuparameter auf und repräsentieren jeweils die geringere Amplitude. Im Lageparameter dominieren ebenfalls deutlich die positiven Trends. An 64 Stationen wird er detektiert und zwar treten überwiegend die Ordnungen eins bis drei auf. Die drei negativen Trends im Osten Deutschlands sind in zwei Fällen linear und einmal von der Ordnung vier.

11.2.2 Saisonale Komponente

In dem angewandten Modell, der Interpretation der Klimavariablen Niederschlag als Gumbel-verteilte Zufallsvariable mit Schwerpunkt Skala, wird hinsichtlich des Lagepara-

Tabelle 11.1: Anzahl in Deutschland detektierter Trends in den Parametern der Gumbelverteilung.

Ordnung	Streuparameter					Lageparameter						
	pos.			neg.		pos.					neg.	
	1	2	3	2	3	1	2	3	4	5	1	4
Anzahl	44	3	3	4	3	23	17	19	2	3	2	1

meters ausschließlich die starre Basisschwingung $S_{1,0}$ zur Beschreibung der Saisonfigur angeboten. Dem Streuparameter stehen dagegen die Schwingungen der Wellenzahlen eins bis sechs pro Jahr, jeweils mit starrer Amplitude sowie linearer und quadratischer Amplitudenfunktion, zur Auswahl.

Lediglich eine (Eberbach (49.45°N, 8.98°E)) der 132 analysierten Stationszeitreihen weist keine signifikante saisonale Schwankung im Lageparameter auf. Bezüglich des Streuparameters weist ebenfalls nur eine Station (Horb-Betra (48.41°N, 8.66°E)) keine signifikante saisonale Schwankung auf. In 44 der analysierten Reihen verbleibt die saisonale Komponente des Streuparameters über den Beobachtungszeitraum konstant. Die betreffenden Stationen sind in Abbildung 11.7 durch einen blauen Punkt gekennzeichnet. Auch diese Stationen häufen sich westlich der Weser und in Süddeutschland. An 34 Stationen jedoch hat sich die Amplitude bezüglich mindestens einer Wellenzahl signifikant geändert und an den verbleibenden 54 Stationen werden Änderungen in Amplitude und Phase der Saisonfigur detektiert.

11.2.3 Niederfrequente Komponente

In dem Datensatz monatlicher Niederschlagsreihen Deutschlands wird in 24 Fällen eine signifikante niederfrequente Komponente im Streuparameter detektiert. Obwohl Polynome bis zur maximalen Ordnung fünf angeboten werden, treten lediglich die Ordnungen zwei und drei auf. Es werden 15 Polynome der Ordnung zwei und neun Polynome der Ordnung drei detektiert. Diese treten fast ausschließlich im Süden und zwar insbesondere in der Nähe des Mains und des Rheins auf. Abbildung 11.8 zeigt, daß die detektierten niederfrequenten Komponenten sehr ähnlich sind und einen stetigen Anstieg bis etwa 1960 mit anschließendem, weniger stark ausgeprägten, Abfall enthalten. Interessanterweise werden analoge niederfrequente Komponenten in 17 Zeitreihen der Vereinigten Staaten bezüglich des Streuparameters der Weibullverteilung detektiert (vgl. Kapitel 11.3.3).

11.2.4 Extremereignisse

Insgesamt werden lediglich 7 der 158400 (132 · 1200) monatlichen Niederschlagssummen als Extremereignisse und somit als unerwartete Werte in dem angepaßten Modell detektiert. Diese geringe Anzahl deutet ebenfalls auf eine gute Beschreibung durch das angepasste

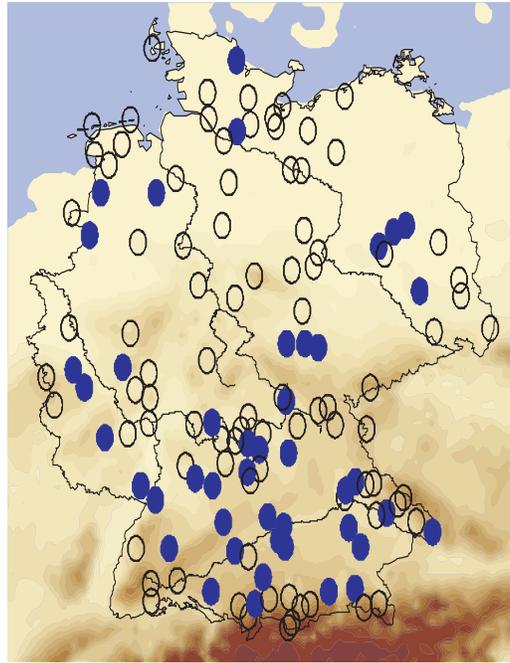


Abbildung 11.7: Geographische Verteilung der Stationen ohne (blaue Punkte) und mit (schwarze Kreise) signifikanten Änderungen in der Saisonkomponente des Streuparameters der Gumbelverteilung.

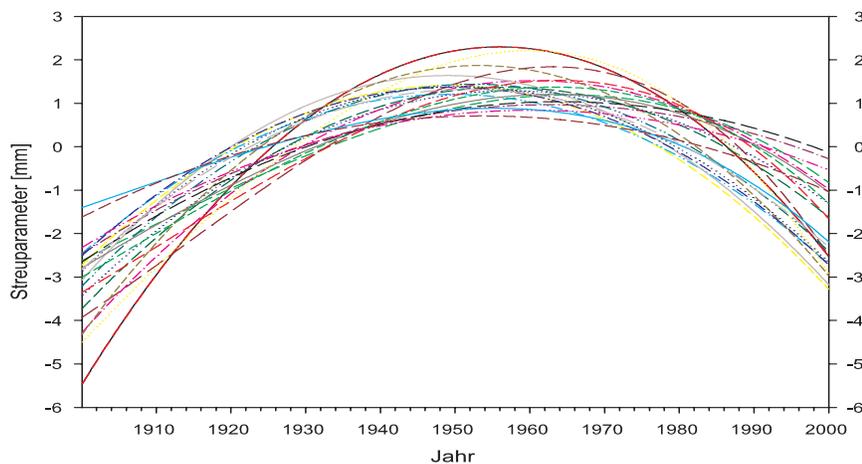


Abbildung 11.8: Verläufe der 24 detektierten niederfrequenten Komponenten im Streuparameter der Gumbelverteilung.

Modell hin. Dabei handelt es sich ausschließlich um extrem nasse Ereignisse. Hiervon treten 3 im Juli, 2 im Februar und jeweils ein Extremereignis im März und Januar auf. Über eine mögliche Häufung von Extremereignissen in bestimmten Gebieten läßt sich aufgrund der geringen Anzahl keine Aussage treffen. Die betroffenen Stationen sind Bad Kreuz-

nach (49.85°N, 7.85°E), Brakel (51.71°N, 9.23°E), Erlangen (49.61°N, 11°E), Halberstadt (51.9°N, 11.06°E), Königsfeld (49.95°N, 11.17°E), Magdeburg (52.12°N, 11.58°E) und Regen (48.97°N, 13.14°E).

11.2.5 Residuenanalyse

Am Ende der Zerlegung ist zu überprüfen, ob die Residuen die getroffenen Annahmen erfüllen. Im Falle der Interpretation der Niederschlagsreihen Deutschlands als Realisierung einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen mit zeitabhängigem Lage- und Streuparameter sollten nach Eliminierung der detektierten Strukturen in den Parametern der Gumbelverteilung die Residuen $G(0,1)$ -verteilt und streng stationär sein. Folgt gemäß der entsprechenden statistischen Tests, daß die Residuen mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit diese Annahmen nicht erfüllen, sollten die gewonnenen Ergebnisse der Zerlegung zumindest mit Vorsicht betrachtet werden oder besser ein passenderes statistisches Modell gewählt werden.

In sieben der 132 analysierten Residualreihen beträgt die Ablehnungswahrscheinlichkeit der $G(0,1)$ -Verteilung gemäß des Kolmogorov-Smirnov-Tests mehr als 90%. Das sind weniger Fälle als man durch Zufall erwarten kann, d. h. die Residuen können somit als $G(0,1)$ -verteilt betrachtet werden. Weiterhin wird durch Unterteilung der Residualreihen in zwei Subintervalle und Vergleich der beiden empirischen Verteilungen die Stationarität untersucht. Die entsprechende Kolmogorov-Smirnov-Statistik besagt, daß die Ablehnungswahrscheinlichkeit für die Stationarität der Verteilung lediglich in sechs Fällen größer 90% ist. Sie können somit ebenfalls als stationär erachtet werden. Die Residuenanalyse bestätigt somit die getroffenen Modellannahmen und deutet auf eine gute Beschreibung der Reihen auf Basis des verwendeten Modells hin.

11.2.6 Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten

In den vorherigen Unterkapiteln sind in den Parametern der Gumbelverteilung als signifikant detektierte, strukturierte zeitliche Änderungen dargestellt worden. Durch die geographische Verteilung der detektierten deterministischen Anteile in den Zeitreihen (vgl. Abbildung 11.5, 11.5 und 11.7) ist in den Änderungen der Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten bestimmter Schwellenwerte während des 20. Jahrhunderts ebenfalls ein raum-zeitliches Muster zu erwarten. Um Wahrscheinlichkeitsänderungen im Auftreten relativ hoher sowie relativ niedriger Niederschlagssummen an den verschiedenen Stationen Deutschlands vergleichen zu können, ist bezüglich jeder Niederschlagsreihe als obere Schwelle das 95%-Perzentil und als untere Schwelle das 5%-Perzentil gewählt worden. Für einen groben Überblick über die Magnituden der gewählten Schwellen und ihre geographische Verteilung, sind in Abbildung 11.9 die 5%-Perzentile (links) und die 95%-Perzentile der verwendeten Niederschlagszeitreihen in Isolinienkarten dargestellt. Das 5%-Perzentil variiert zwischen 9mm an der Station Artern (51.39°N, 11.27°E) und 39.1mm an der Station Immenstadt (47.56°N, 10.22°E). Die höchsten Perzentilwerte treten im südlichsten Teil Deutschlands auf; die geringsten im Osten Deutschlands. Eine sehr ähnliche geographische

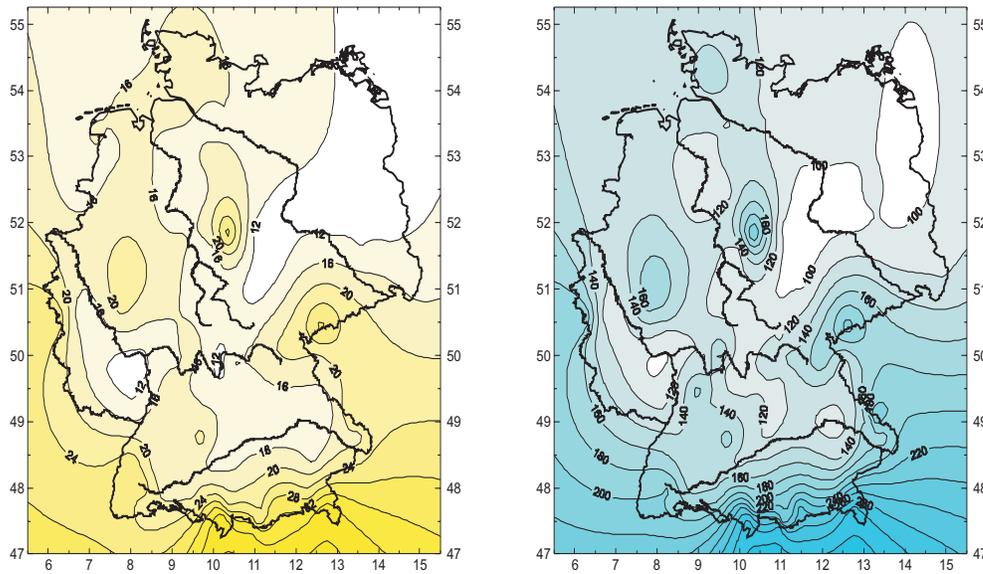


Abbildung 11.9: Geographische Verteilung des 5%-Perzentils (links) und des 95%-Perzentils (rechts) der monatlichen Niederschlagssummen, 1901 bis 2000, in Deutschland.

Tabelle 11.2: Anzahl der Stationen mit positiven (H^+), negativen (H^-) und keinen Änderungen (H^0) in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils. Die Werte A^+ bzw. A^- geben die maximalen Magnituden positiver bzw. negativer Wahrscheinlichkeitsänderungen an und μ_A den Mittelwert aller Magnituden.

Monat	Jan.	Feb.	Mär.	Apr.	Mai	Jun.	Jul.	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
H^0	16	15	15	15	15	16	16	15	15	15	15	15
H^+	110	107	107	100	90	77	75	63	64	79	67	106
H^-	6	10	10	17	27	39	41	54	3	38	50	11
A^+ [%]	15.86	16.18	15.20	12.56	9.90	12.32	13.25	12.77	11.15	9.31	12.47	14.83
A^- [%]	-0.94	-1.23	-0.93	-1.42	-2.86	-4.98	-5.62	-8.40	-7.33	-7.62	-5.62	-0.78
μ_A [%]	2.23	1.91	1.87	1.68	1.95	1.84	1.99	0.68	0.78	1.38	1.05	2.36

Struktur ist hinsichtlich des 95%-Perzentils zu beobachten. Hier schwanken die Werte zwischen 84 mm, ebenfalls an der Station Artern, und 305.9 mm an der Station Zugspitze (47.42°N, 10.99°E).

In Tabelle 11.2 ist für jeden Monat ersichtlich, an wieviel der betrachteten 132 Stationen keine Änderungen (H^0), positive (H^+) oder negative Änderungen (H^-) in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils aufgetreten sind. Ferner sind die dazugehörigen maximalen positiven sowie negativen Amplituden (A^+ und A^-) in den Änderungen der Überschreitungswahrscheinlichkeiten aufgelistet. Der Mittelwert aller über den Beobachtungszeitraum eingetretenen Wahrscheinlichkeitsänderungen ist unter μ_A angegeben.

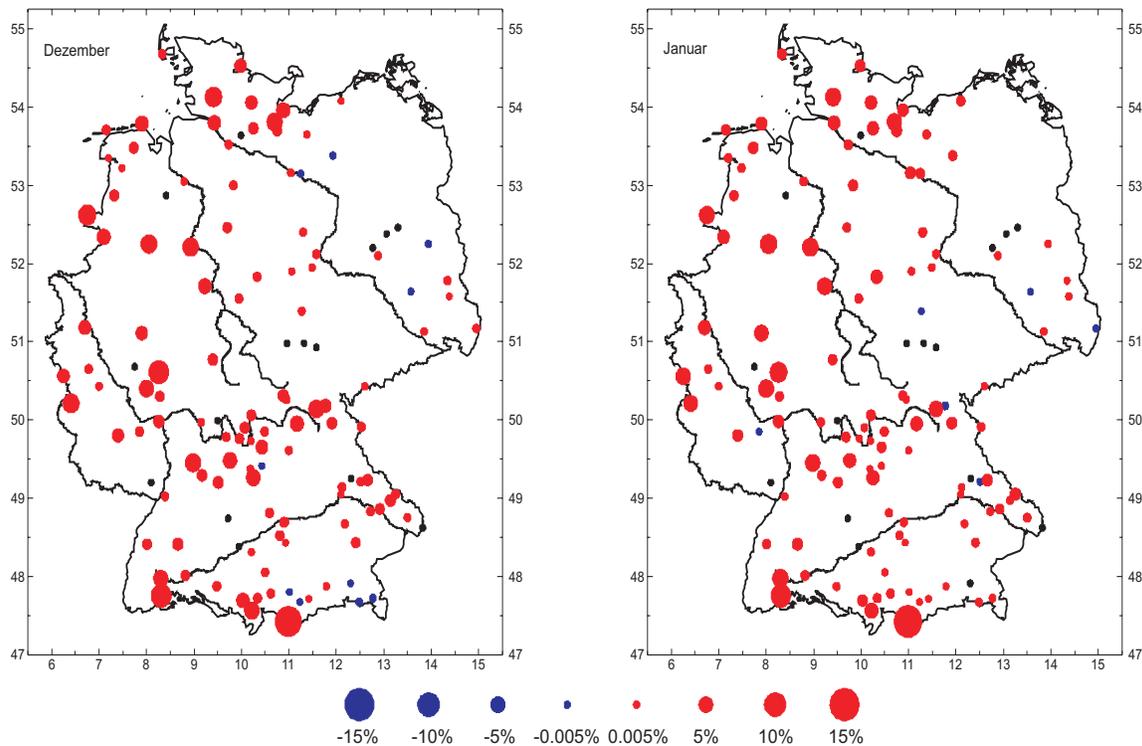


Abbildung 11.10: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils in den Monaten Dezember (links) und Januar (rechts). Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert, dessen Größe proportional zur Magnitude der Änderung gewählt ist. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

Während des ganzen Jahres überwiegt die Anzahl der Stationen mit positiven Änderungen der Anzahl an Stationen mit negativen Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit. Auffällig ist insbesondere in den Winter-, aber auch in den Frühlingsmonaten, die große Anzahl von Stationen mit positiven Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils. So zeigen etwa im Monat Januar mehr als 80% der Stationen ein zunehmendes Auftreten dieser relativ hohen Niederschlagssummen im Verlauf des 20. Jahrhunderts. Die meisten negativen Änderungen werden in den Sommermonaten detektiert. Bemerkenswert ist, daß die größten Magnituden A^+ bezüglich der positiven Wahrscheinlichkeitsänderungen in den Monaten August bis April an der Station Zugspitze beobachtet worden sind. Aus den noch folgenden Betrachtungen der Magnituden der Wahrscheinlichkeitsänderungen als auch aus dem Mittelwert μ_A aller beobachteten Magnituden ist ersichtlich, dass es sich hierbei um ungewöhnlich deutliche Änderungen im Rahmen der Analyse deutscher Niederschlagsreihen handelt.

Zur Betrachtung der geographischen Verteilung jahreszeitlicher Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils, sind in den Abbildungen 11.10 bis 11.15 Anstiege mit roten Punkten, Abnahmen mit blauen Punkten und unveränderte

Wahrscheinlichkeiten ($< 0.005\%$) durch schwarze Punkte an den betreffenden Stationen markiert. Weiterhin ist die Größe der Punkte proportional zur Magnitude der Wahrscheinlichkeitsänderung gewählt. Auffällig ist, dass im Süden Deutschlands ganzjährig die Anzahl der Stationen mit positiven Wahrscheinlichkeitsänderungen dominieren. Die größten Magnituden treten hier in den Sommermonaten auf. Im Westen Deutschlands (westlich der Weser) dominieren ebenfalls ganzjährig die positiven Tendenzen, jedoch sind die höchsten Wahrscheinlichkeitsänderungen in den Wintermonaten zu beobachten. Östlich der Weser herrschen in den Winter- und Frühlingsmonaten geringe Wahrscheinlichkeitszunahmen vor, während in den Sommer- und Herbstmonaten die betragsmäßig größeren, negativen Tendenzen dominieren. Die stärksten Abnahmen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils treten hier in den Monaten August und September auf.

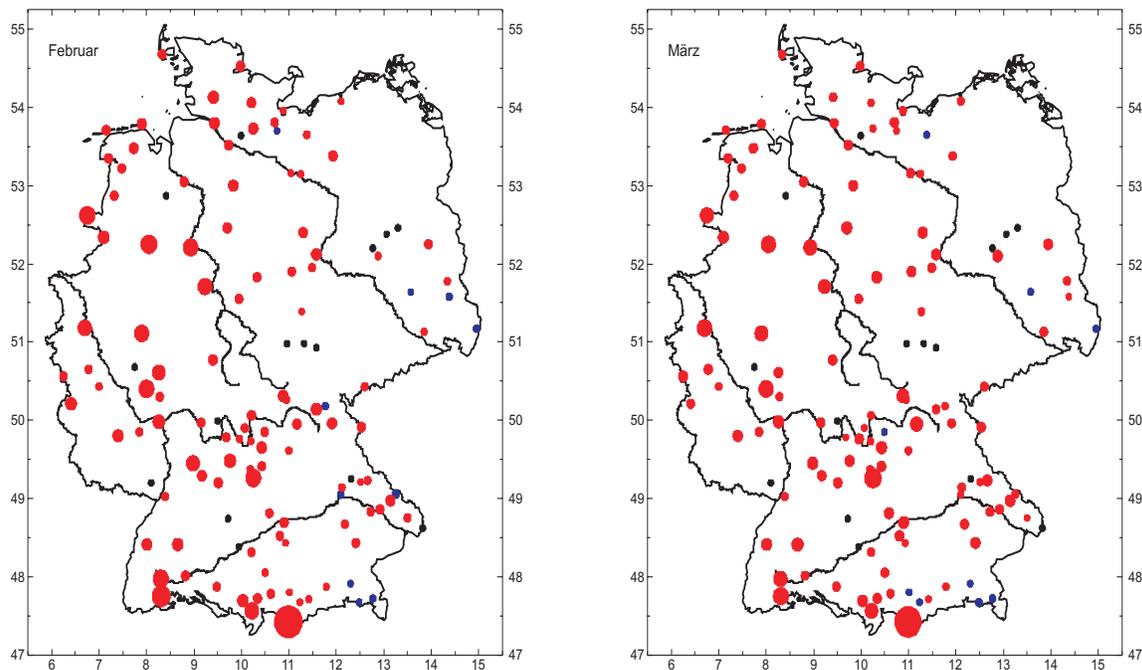


Abbildung 11.11: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils in den Monaten Februar (links) und März (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.10.

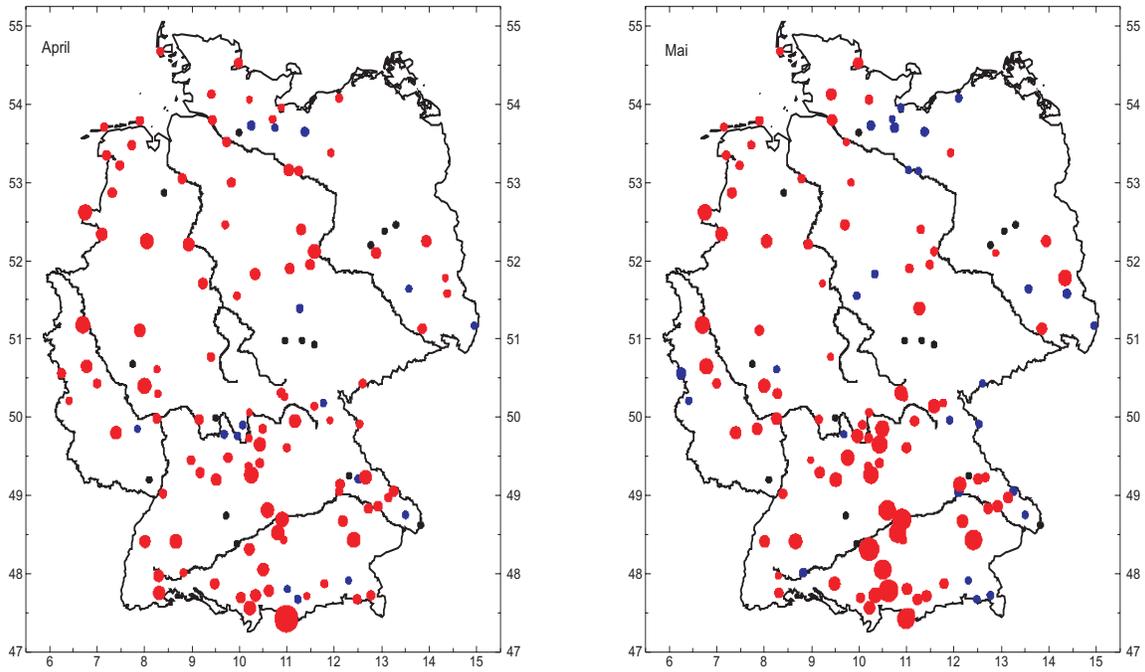


Abbildung 11.12: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils in den Monaten April (links) und Mai (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.10.

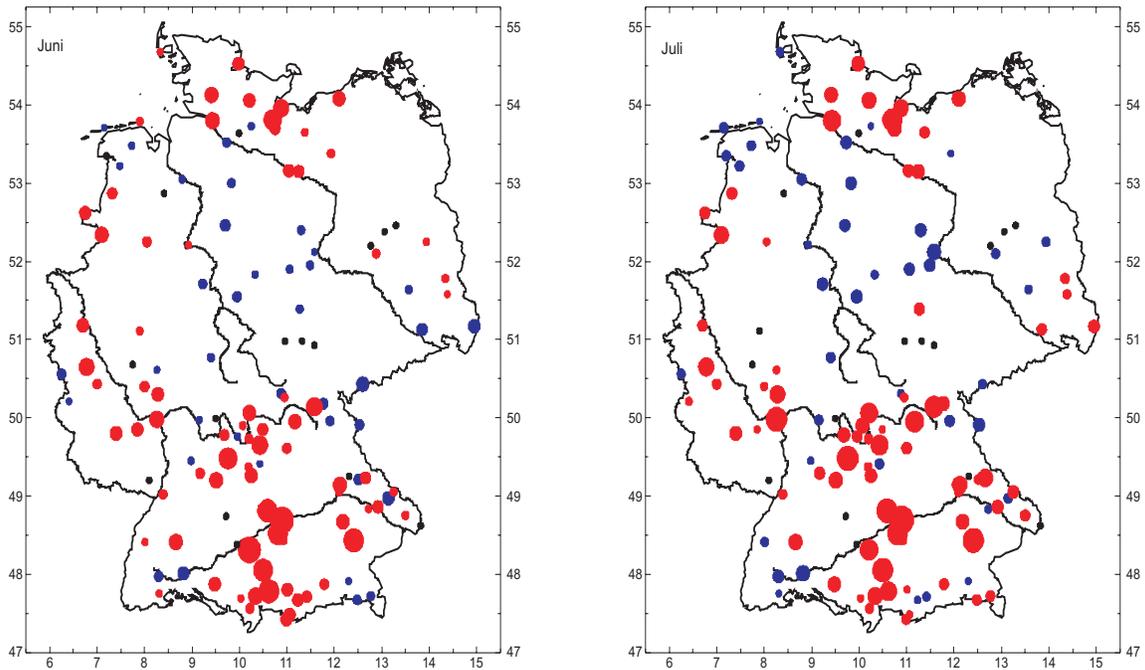


Abbildung 11.13: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils in den Monaten Juni (links) und Juli (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.10.

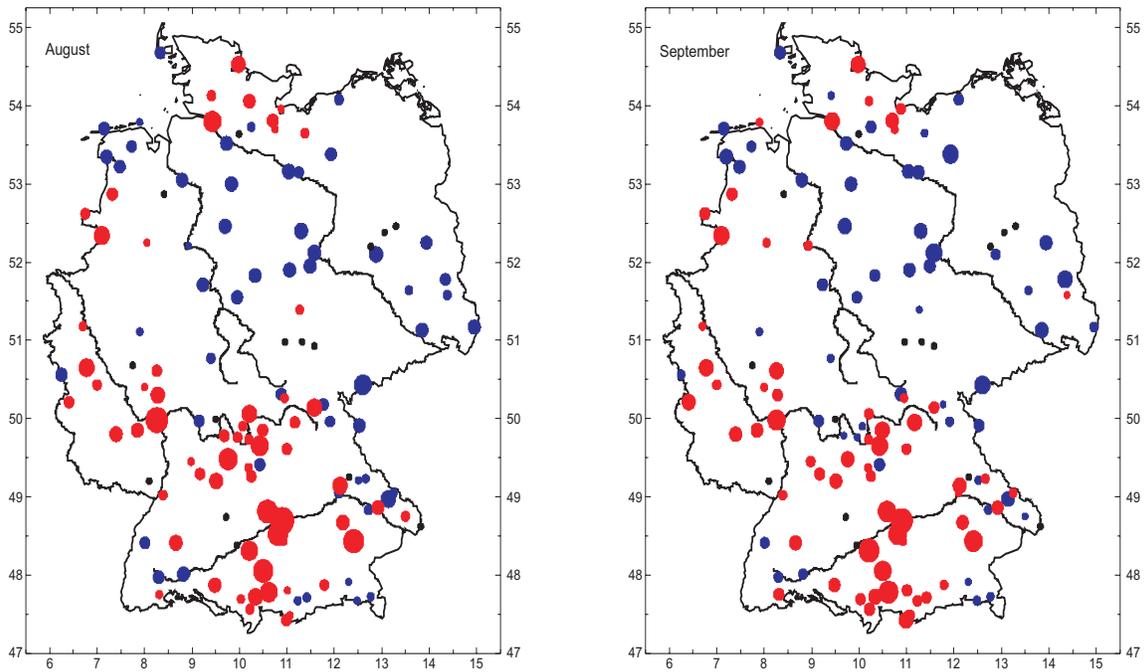


Abbildung 11.14: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils in den Monaten August (links) und September (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.10.

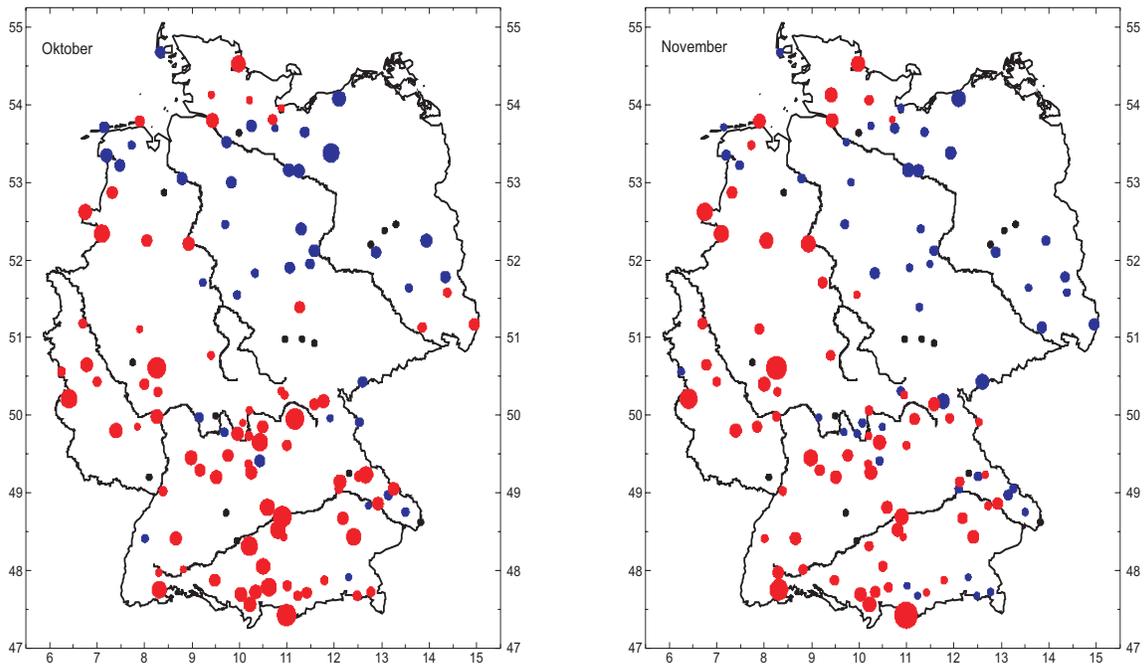


Abbildung 11.15: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils in den Monaten Oktober (links) und November (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.10.

Tabelle 11.3: Analog zu Tabelle 11.2 bzgl. der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils.

Monat	Jan.	Feb.	Mär.	Apr.	Mai	Jun.	Jul.	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
H^o	15	15	15	15	15	17	15	15	15	16	15	15
H^+	84	74	72	69	54	43	47	33	27	29	24	64
H^-	33	43	45	48	63	72	70	84	90	87	93	53
$A^+[\%]$	10.12	11.22	8.61	6.32	5.25	5.91	4.54	2.71	3.58	6.41	5.98	7.82
$A^-[\%]$	-10.48	-9.17	-6.02	-4.90	-5.28	-3.72	-4.02	-5.43	-5.97	-4.67	-7.65	-12.82
$\mu_A[\%]$	0.86	0.90	1.04	0.49	-0.11	-0.24	-0.28	-0.96	-1.09	-0.93	-1.51	-0.14

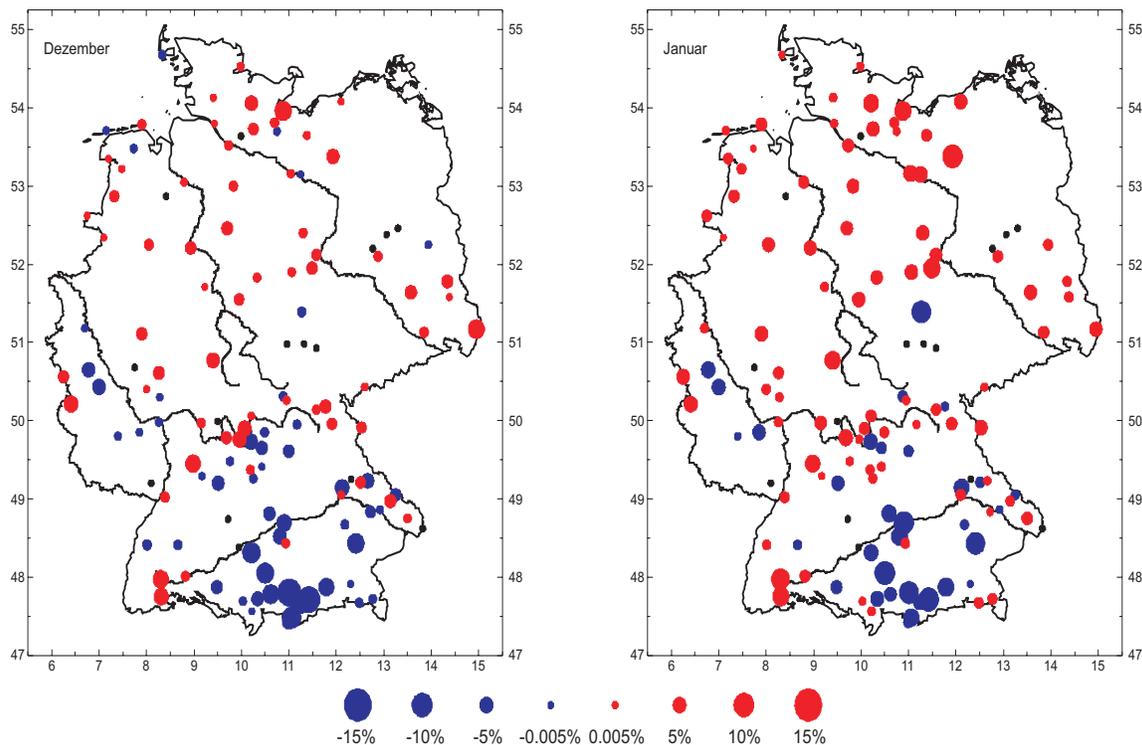


Abbildung 11.16: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Dezember (links) und Januar (rechts). Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert, dessen Größe proportional zur Magnitude der Änderung gewählt ist. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

Tabelle 11.3 gibt nun, analog zu Tabelle 11.2, die Anzahl der Stationen mit positiven, negativen oder keinen Änderungen in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit des 5%-Perzentils an. Es ist ersichtlich, daß an einem Großteil der Stationen in den Winter- und Frühlingsmonaten die bereits beschriebene Zunahme im Auftreten relativ hoher Nieder-

schlagssummen ebenfalls mit einer Zunahme im Auftreten relativ niedriger Niederschlagssummen einhergeht. In den Sommer- und Herbstmonaten jedoch, überwiegen die negativen Tendenzen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten gegenüber den positiven. Die maximalen Magnituden der Wahrscheinlichkeitsänderungen treten sowohl hinsichtlich positiver als auch negativer Tendenzen in den Wintermonaten auf. Sie schwanken um 10%. Gemittelt über die Magnituden der Wahrscheinlichkeitsänderungen aller betrachteten Stationen Deutschlands, ist in allen Monaten ein Anstieg der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils zu erkennen (vgl. Tabelle 11.2). In Bezug auf die Unterschreitungswahrscheinlichkeit des 5%-Perzentils ist im Deutschlandmittel jedoch nur in den Monaten Januar bis April ein Anstieg zu verzeichnen. In den verbleibenden Monaten tritt im Mittel eine Abnahme der Unterschreitungswahrscheinlichkeit auf.

In der geographischen Verteilung der Wahrscheinlichkeitsänderungen, wie sie in den Abbildungen 11.16 bis 11.21 für die verschiedenen Monate dargestellt sind, fällt insbesondere die Anhäufung von Stationen mit relativ starken Abnahmen im Auftreten geringer Niederschlagssummen in den Monaten November bis Februar südlich der Donau auf.

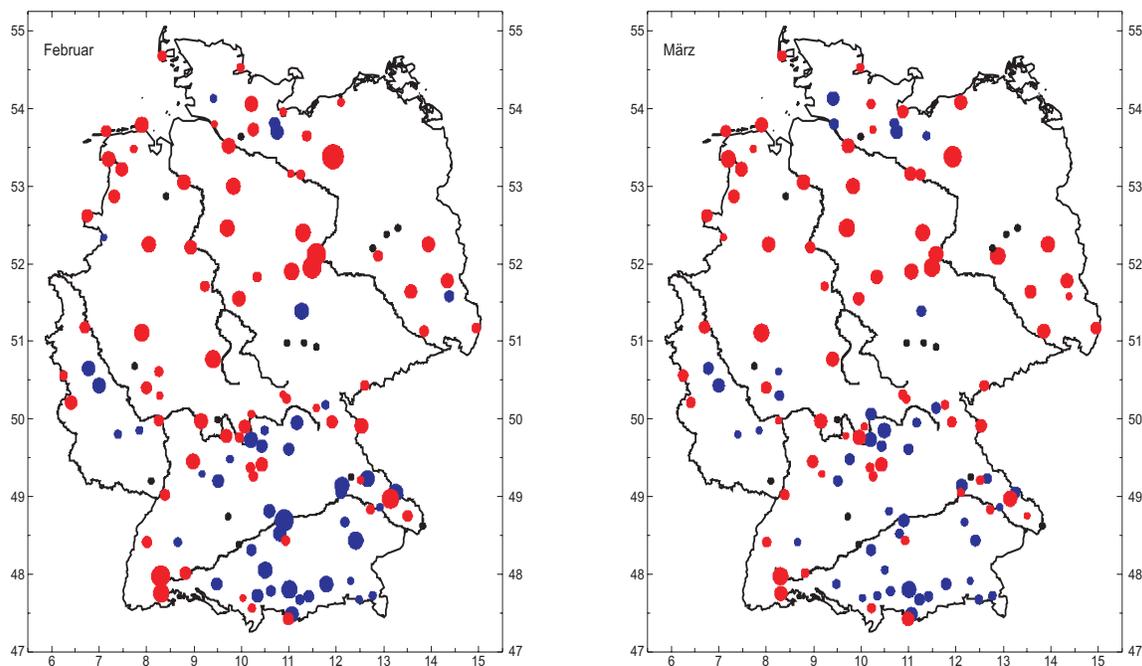


Abbildung 11.17: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Februar (links) und März (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.16.

Weiterhin sind relativ deutliche Anstiege der Unterschreitungswahrscheinlichkeit nördlich des Mains in den Monaten Dezember bis April zu erkennen.

Grob zusammengefasst, ist in den meisten Monaten in Süddeutschland eine Zunahme im Auftreten relativ hoher und eine Abnahme im Auftreten relativ niedriger Niederschlagssummen zu erkennen. Im Westen Deutschlands beobachtet man dies, jedoch mit geringeren Magnituden, in den Sommermonaten. Im Winter dagegen, treten hier im Laufe des 20. Jahrhunderts relativ hohe als auch relativ niedrige Niederschlagssummen zunehmend häufiger auf. Im Osten Deutschlands sind die Zunahmen der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten in den Wintermonaten, sowie die Abnahmen beider Wahrscheinlichkeiten in den Sommer- und Herbstmonaten dominant.

Nach dieser Darstellung der geographischen Verteilung in den Änderungen der Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten, sowie einzelner Jahresgänge der Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 8 (zum Beispiel Abbildung 8.12), seien nun, exemplarisch für die Station Eppenrod in Abbildung 11.22 einmal die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten der 180 mm-Schwelle (oben) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der 10 mm-Schwelle (unten) für jeden Monat und den gesamten Beobachtungszeitraum von 1901 bis 2000 dargestellt (vgl. Anhang, Abbildung E.3). Die zugrundeliegende Niederschlagszeitreihe weist Änderungen in der Saisonfigur des Streuparameters und positive Trends in beiden Parametern der Verteilung auf. Charakteristisch für eine westlich gelegene Station ist hier die Verschiebung des Maximums der Überschreitungswahrscheinlichkeit von den Sommer- in die Wintermonate erkennbar. Ebenfalls sind die jahreszeitlich unterschiedlichen Tendenzen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten, mit Zunahmen im Frühling und Winter, sowie Abnahmen im Sommer und Herbst zu sehen.

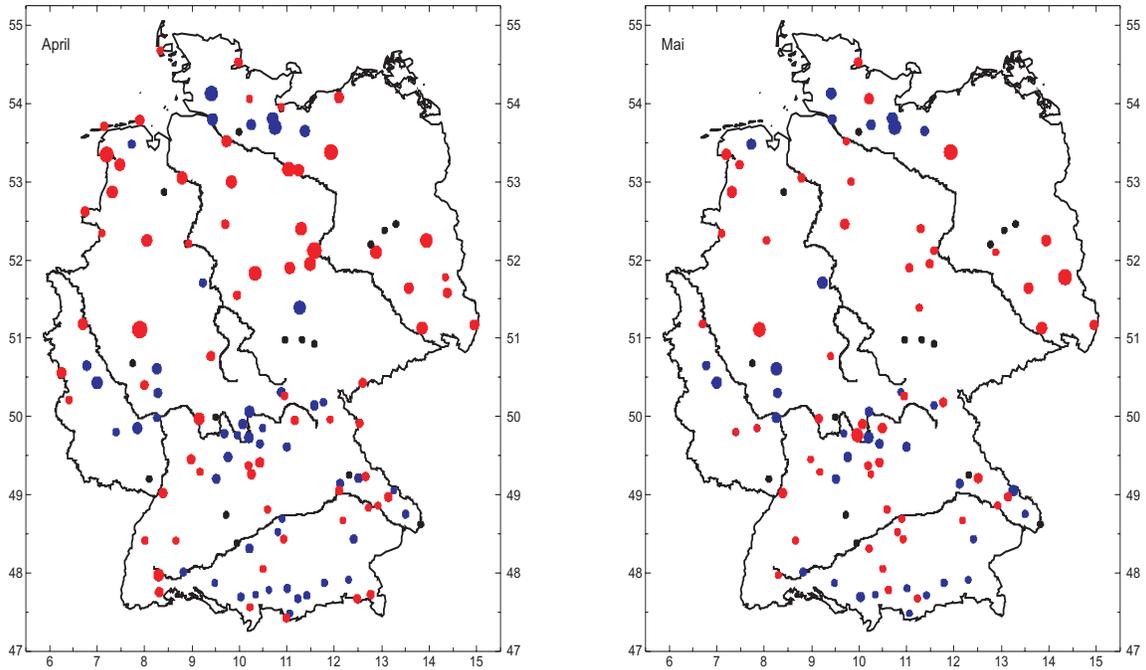


Abbildung 11.18: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten April (links) und Mai (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.16.

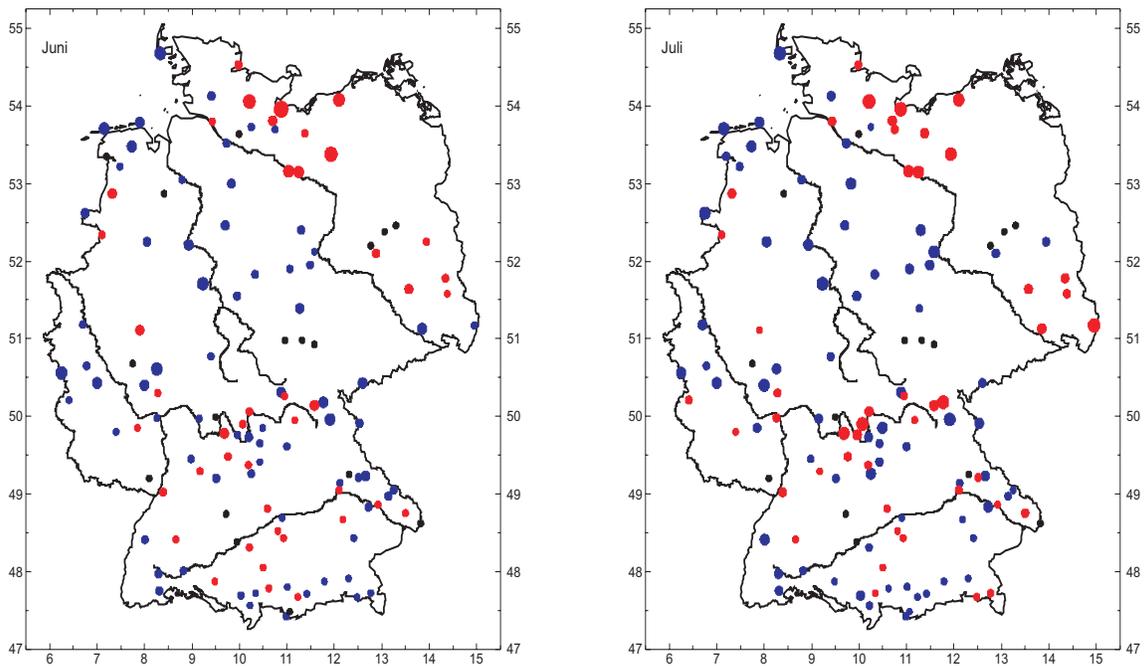


Abbildung 11.19: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Juni (links) und Juli (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.16.

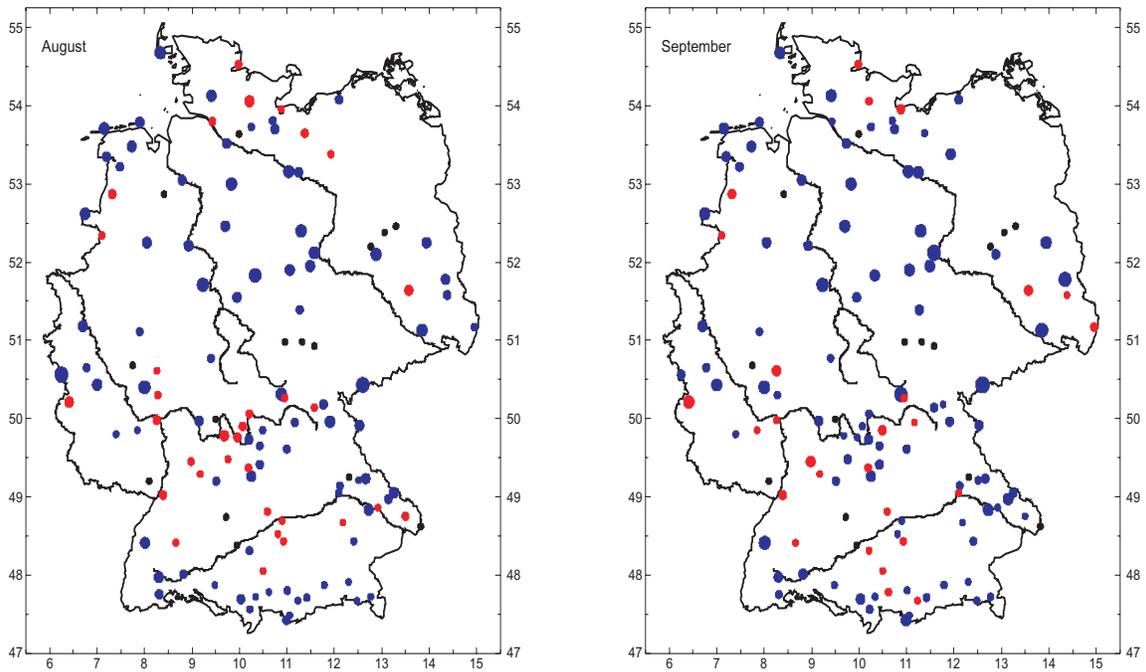


Abbildung 11.20: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten August (links) und September (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.16.

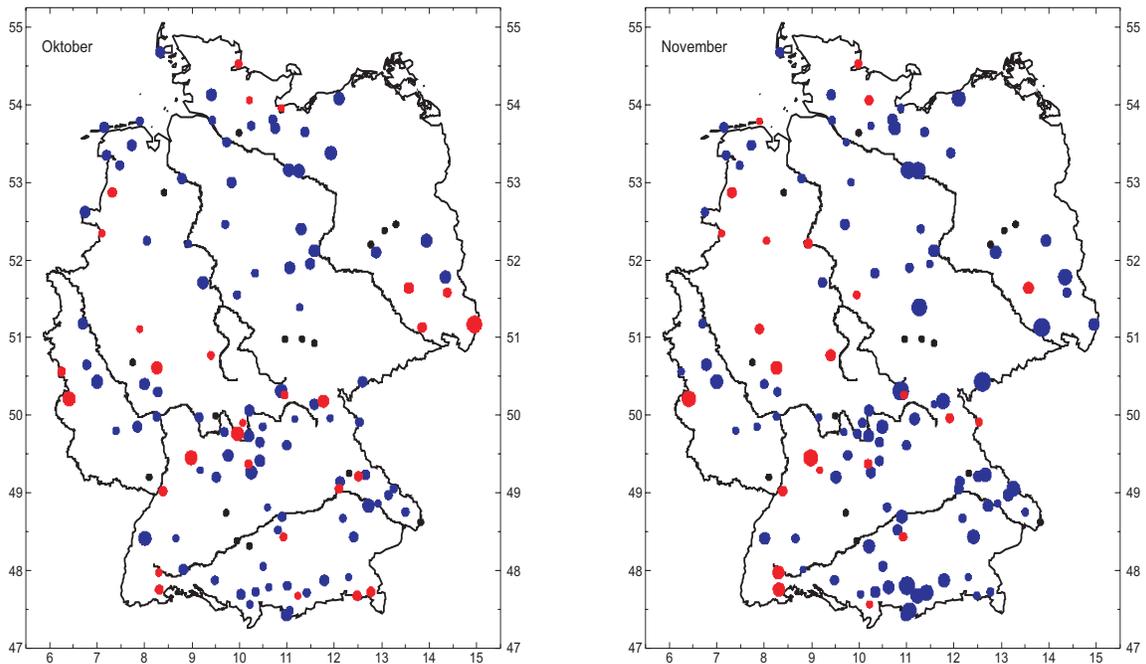


Abbildung 11.21: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Oktober (links) und November (rechts). Darstellung analog zu Abbildung 11.16.

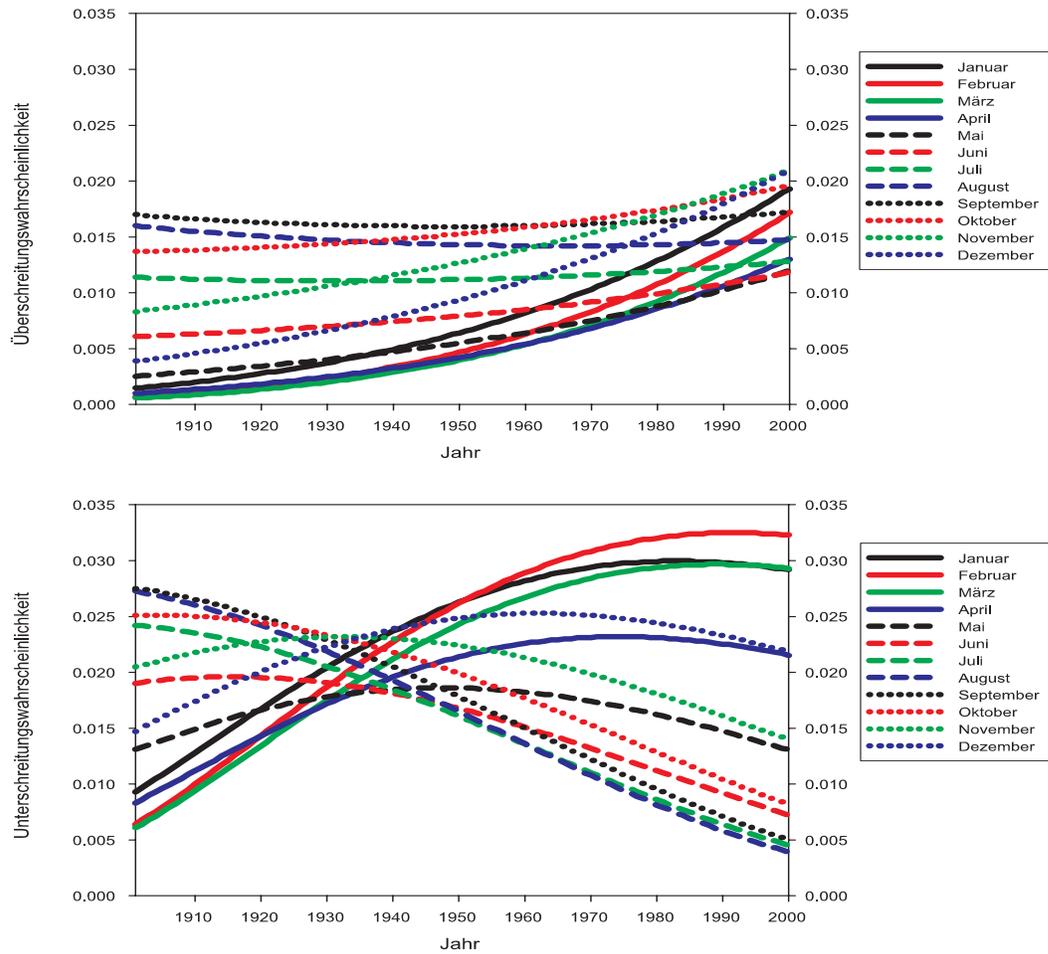


Abbildung 11.22: Zeitliche Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeit der 180 mm-Schwelle (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeit der 10 mm-Schwelle in den Monaten Januar bis Dezember und den Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000 an der Station Eppenrod (50.4°N, 8°E).

11.2.7 Trendkarten des Mittels

Neben den vorangegangenen Analysen zu Wahrscheinlichkeitsänderungen im Auftreten relativ hoher sowie relativ niedriger Werte, sollen nun auch Änderungen im Mittel betrachtet werden. Hierbei stellt sich die Frage, inwiefern eine vergleichsweise aufwendige statistische Modellierung für eine robuste Schätzung von Änderungen im Erwartungswert monatlicher Niederschlagssummen nötig ist, beziehungsweise ob der Kleinst-Quadrat-Schätzer andere und vor allem schlechtere Ergebnisse liefert. Als Trend wird im Rahmen der Modellierung jeweils die Differenz des Mittels im letzten und ersten Monat des Beobachtungszeitraums bezeichnet. Im Fall der betrachteten hundertjährigen Zeitreihen monatlicher Auflösung liefert auf Basis von Gleichung 9.3

$$\Delta\mu_m = a(m) + b(m)\gamma - a(1188 + m) - b(1188 + m)\gamma. \quad (11.1)$$

den Trend im Mittel im Monat $m = 1, \dots, 12$. Das bedeutet, in die Trendberechnung gehen in den Verteilungsparametern detektierte deterministische Anteile, jedoch nicht die Extremereignisse des angepaßten statistischen Modells ein.

In den Abbildungen 11.23 bis 11.28 ist zu erkennen, daß die auf Basis der statistischen Modellierung geschätzten Trends in Süddeutschland kaum jahreszeitlich unterschiedliche Tendenzen zeigen. In den Monaten Januar bis Dezember treten hier Anstiege im Mittel bis etwa 15 mm auf. Die getrennte Anwendung des Kleinst-Quadrat-Schätzers auf die Zeitreihen der zwölf verschiedenen Monate liefert dagegen deutliche jahreszeitliche Unterschiede (vgl. Anhang, Abbildungen B.1 bis B.6). Die Trendamplituden schwanken zwischen etwa +25 mm im Februar und -20 mm im August. Nördlich des Mains dagegen treten auch mittels der statistischen Modellierung jahreszeitliche Unterschiede in der Schätzung des Trends auf. Im Westen dominieren die positiven Trends mit den höchsten Amplituden in den Wintermonaten und im Osten Deutschlands dominieren die negativen Trends mit den stärksten Abnahmen im August. Auf Basis der Kleinst-Quadrat-Methode wird eine ähnliche raum-zeitliche Struktur erzielt, jedoch werden dem Betrage nach die Trendamplituden zumeist höher geschätzt. Dies betrifft sowohl die positiven als auch die negativen Änderungen im Erwartungswert der monatlichen Niederschlagssummen.

Für eine Bewertung der unterschiedlichen Trendabschätzungen auf Basis der Kleinst-Quadrat-Methode einerseits und der statistischen Modellierung andererseits sind Monte-Carlo-Simulationen zu Rate gezogen worden. In der Anwendung der statistischen Modellierung auf die Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen bestätigt die Residuenanalyse (vgl. Kapitel 11.2.5) ihre Interpretation als Realisation einer Gumbel-verteilten Zufallsvariablen als eine gute Beschreibung. Somit sind Untersuchungen zum Verhalten der Kleinst-Quadrat-Schätzer bei Anwendung auf Gumbel-verteilte Zufallsreihen mit vorgegebenen Änderungen im Erwartungswert durchgeführt worden. In einem Umkehrschluß können durch Gegenüberstellung dieser tatsächlichen Trends mit den auf Basis der Kleinst-Quadrat-Methode geschätzten Trends in den generierten Zeitreihen die Gefahren systematischer Fehler in der Anwendung auf Niederschlagsreihen aufgedeckt werden.

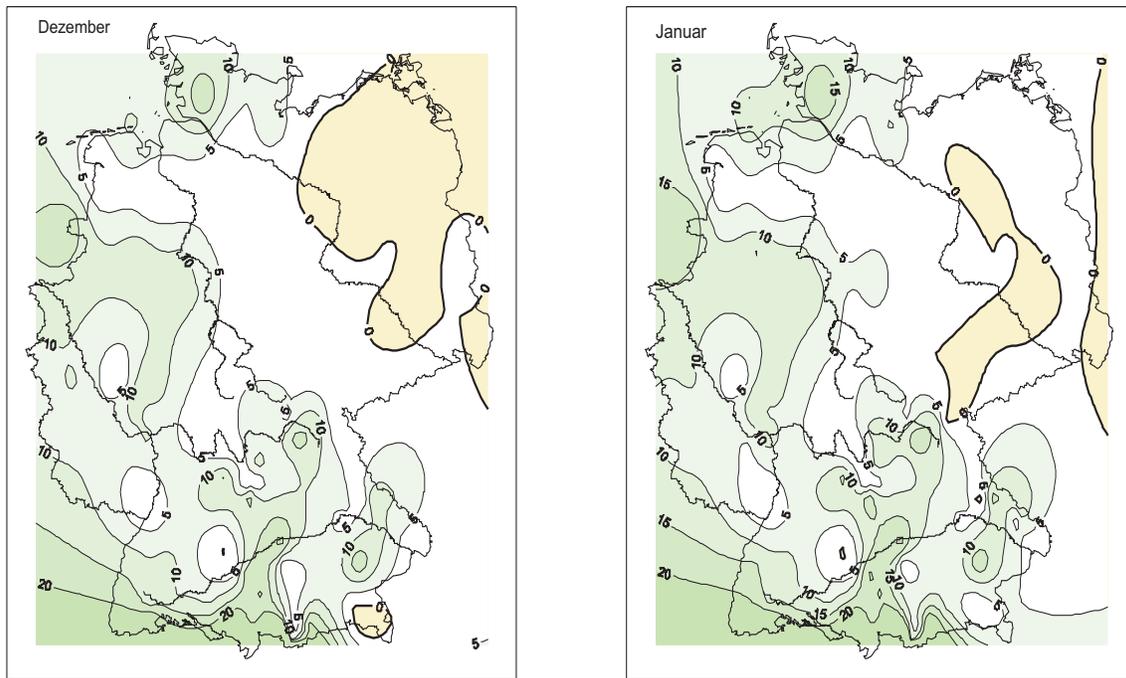


Abbildung 11.23: Aus der statistischen Modellierung abgeleitete Trendkarten der Monatsmittel des Niederschlags für die Monate Dezember (links) und Januar (rechts).

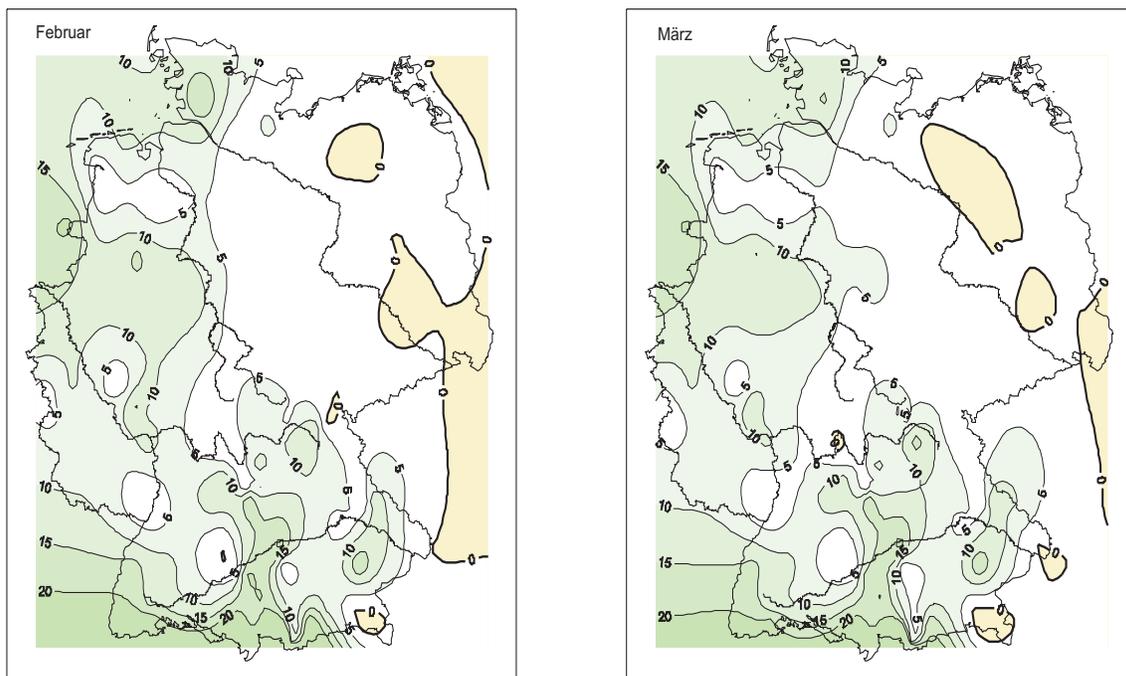


Abbildung 11.24: Aus der statistischen Modellierung abgeleitete Trendkarten der Monatsmittel des Niederschlags für die Monate Februar (links) und März (rechts).

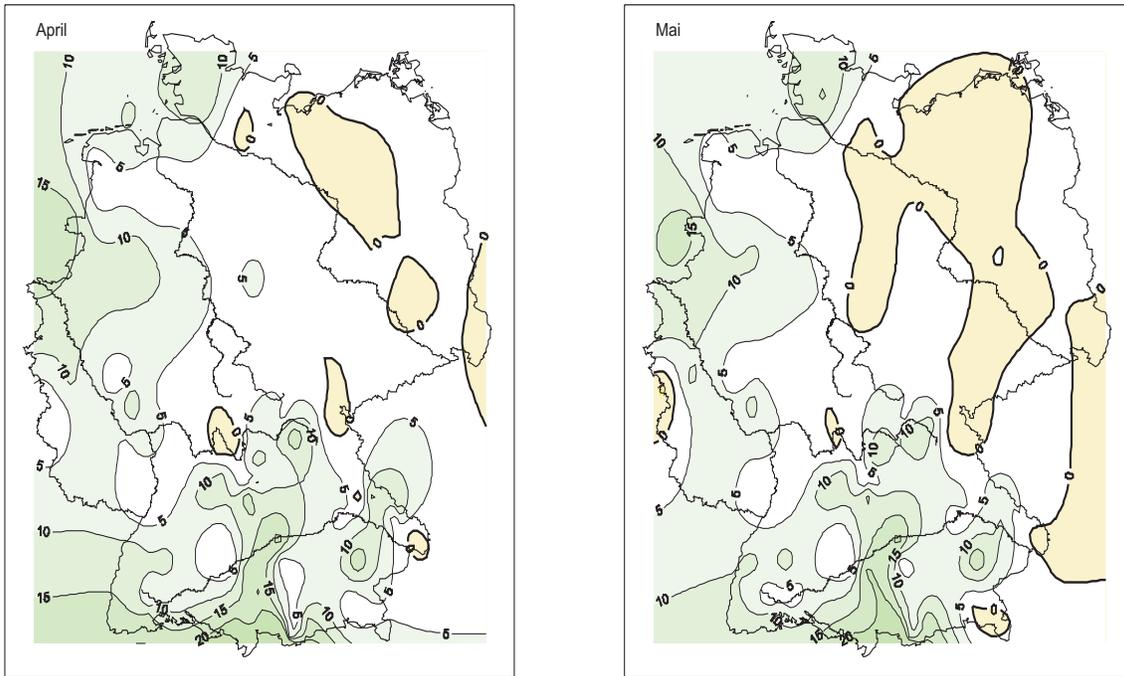


Abbildung 11.25: Aus der statistischen Modellierung abgeleitete Trendkarten der Monatsmittel des Niederschlags für die Monate April (links) und Mai (rechts).

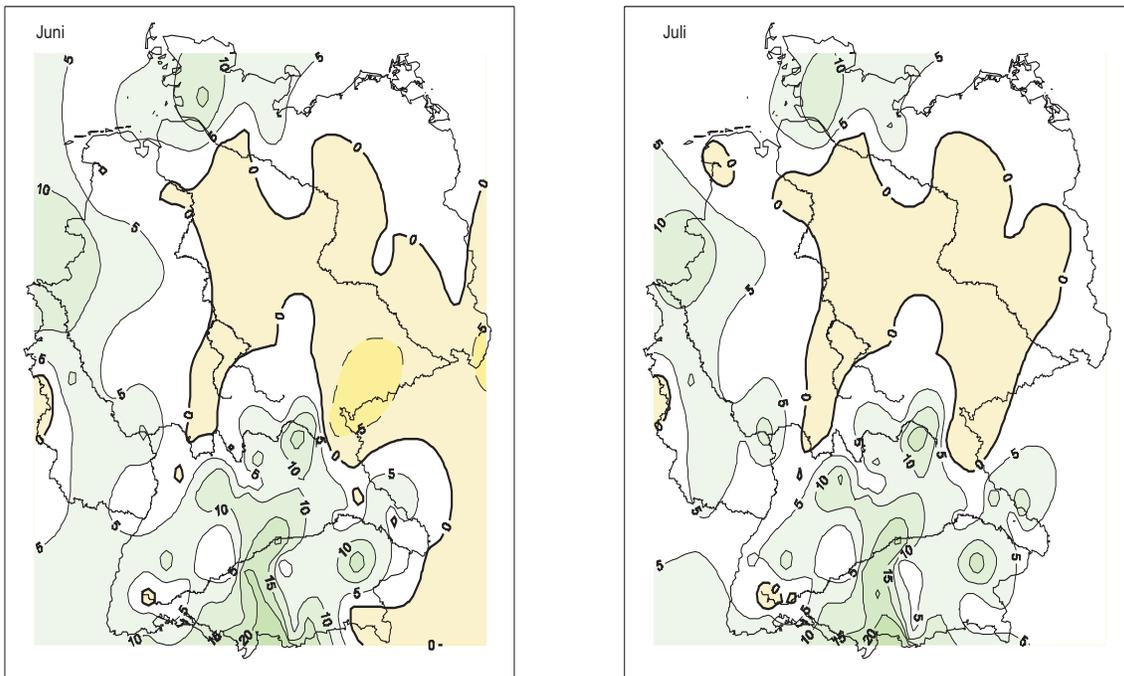


Abbildung 11.26: Aus der statistischen Modellierung abgeleitete Trendkarten der Monatsmittel des Niederschlags für die Monate Juni (links) und Juli (rechts).

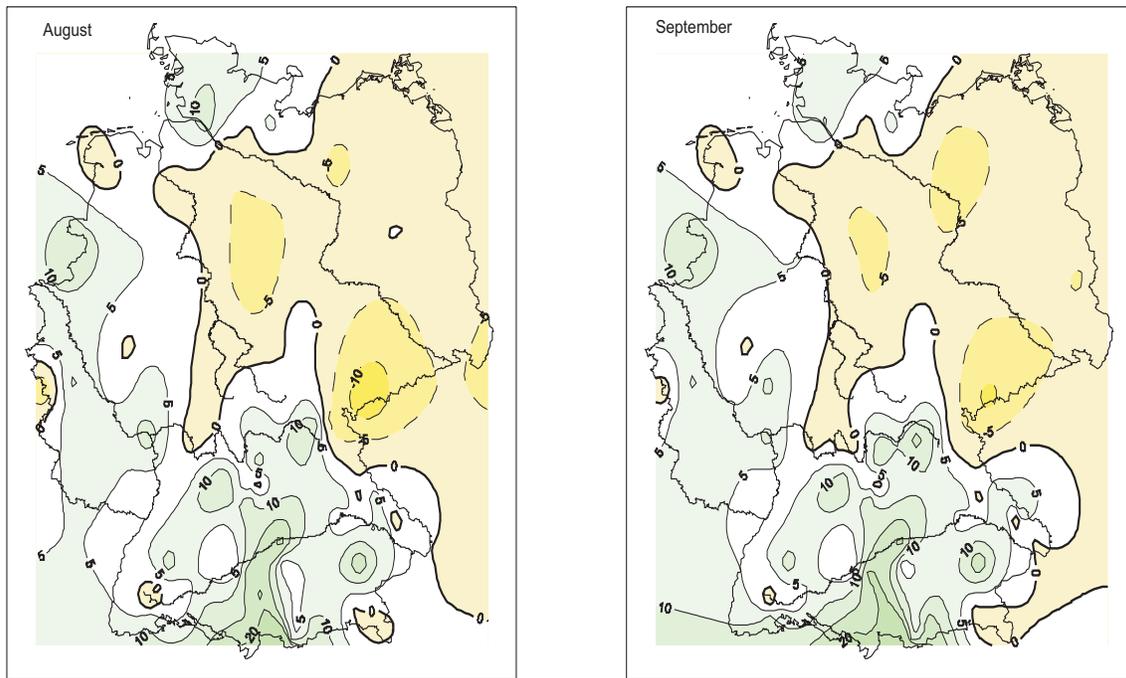


Abbildung 11.27: Aus der statistischen Modellierung abgeleitete Trendkarten der Monatsmittel des Niederschlags für die Monate August (links) und September (rechts).

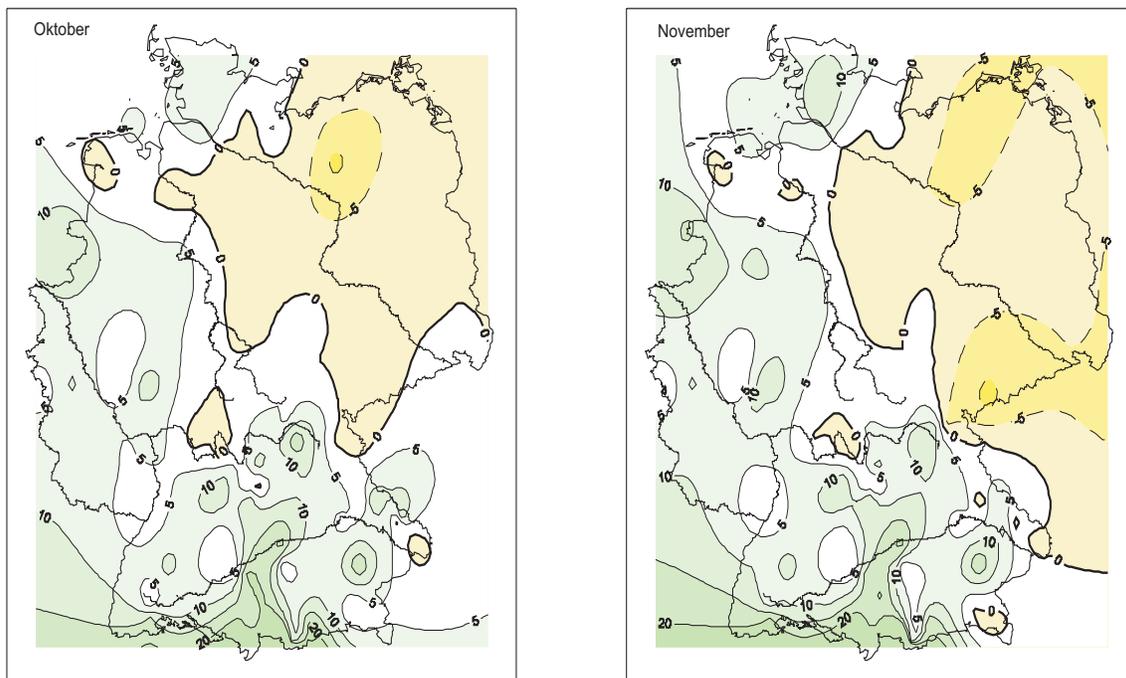


Abbildung 11.28: Aus der statistischen Modellierung abgeleitete Trendkarten der Monatsmittel des Niederschlags für die Monate Oktober (links) und November (rechts).

Mittels Monte-Carlo-Simulationen sind acht verschiedene Experimente durchgeführt worden. Es werden positive und negative Änderungen im Erwartungswert, hervorgerufen durch Änderungen in den Parametern der Gumbelverteilung, betrachtet. Mögliche Fälle positiver und negativer Änderungen im Lageparameter bei verschiedenen konstanten Werten des Streuparameters, aber auch solche positiver und negativer Änderungen im Streuparameter bei konstantem oder gleichzeitigen positiven oder negativen Änderungen im Lageparameter wurden untersucht. Die angesetzten Amplituden entsprechen für beobachtete Niederschlagsreihen Deutschlands des 20. Jahrhunderts realistischen Werten in Millimeter Niederschlag (vgl. Anhang, Tabelle D.2). Die betrachteten Experimente beschränken sich nun allerdings auf lineare Trendverläufe. Für jedes Experiment sind zunächst 100 Gumbel-verteilte Zufallsreihen der Länge $N=1000$ erzeugt worden. Tabelle 11.4 zeigt für die verschiedenen Experimente die entsprechend Gleichung 9.3 tatsächliche Änderung im Erwartungswert $\Delta\mu$, den Mittelwert aller 100 durch lineare Regression bestimmten Kleinst-Quadrate-Schätzer des Trends $\overline{\Delta\mu}_{KQ}$, die Standardabweichung dieser Trends $\sigma_{\Delta\mu}$, sowie den niedrigsten und den höchsten der 100 Trendwerte $\Delta\mu_{KQ}^{\pm}$. Unter Verwendung dieser relativ langen Zeitreihen unterscheiden sich im Mittel die Kleinst-Quadrate-Schätzer des Trends nur geringfügig vom wahren Trend im Erwartungswert. Jedoch werden die positiven Trends systematisch überschätzt, wobei der positive Bias offenbar mit dem Wert des Streuparameters zunimmt. Aber auch in den Fällen generierter negativer Trends im Erwartungswert wird ein positiver Bias beobachtet, also eine Unterschätzung der negativen Trendamplitude. Als Ursache könnte zunächst vermutet werden, daß relativ hohe Werte mit einem zu hohen Gewicht in die Bestimmung des Trends eingehen. Beachtlich sind vor allem die hohen Standardabweichungen $\sigma_{\Delta\mu}$ der geschätzten Trends. Je nach zufälligem Auftreten der relativ hohen Werte in den Gumbel-verteilten Zufallsreihen schwankt der Kleinst-Quadrate-Schätzer beispielsweise im Experiment mit linearer Zunahme im Lageparameter um 15 Einheiten und konstanten Streuparameter $b=50$ zwischen 0.78 und 33.44. Auch dieser Schwankungsbereich nimmt mit dem angenommenen Wert des Streuparameters zu. Bemerkenswert ist auch, daß bei konstantem Erwartungswert ($\Delta a=0$, $b=40$) und auch noch bei einer Zunahme des Erwartungswertes ($\Delta a=8$, $b=40$) die Kleinst-Quadrate-Methode zu negativen Trendabschätzungen gelangen kann.

Eine große Rolle spielt die Länge der generierten Zeitreihen für die Güte der Trendschätzer. Als Maß für die Güte dient der mittlere quadratische Fehler MSE des Schätzers und somit die Summe des quadrierten Bias' $(\overline{\Delta\mu}_{KQ} - \Delta\mu)^2$ und der Varianz $(\sigma_{\Delta\mu})^2$. Die Experimente sind abermals durchgeführt worden, jedoch beinhaltet jede generierte Zeitreihe nun lediglich 100 Realisationen. In Tabelle 11.5 sind die analogen Ergebnisse zu Tabelle 11.4 unter Verwendung der kürzeren Zeitreihen zusammengestellt. Im Mittel werden nun die Trendamplituden der positiven Trends systematisch unter- und die der negativen systematisch überschätzt, d. h. nun wird generell ein negativer Bias beobachtet, welcher dem Betrage nach größer ist als unter Verwendung der Zeitreihen der Länge $N=1000$. Die höchsten zu erwartenden Werte können in der relativ kurzen generierten Zeitreihe durch Zufall nicht enthalten sein. Die Standardabweichung bzw. Varianz der Trendschätzer nach der Kleinst-Quadrate-Methode ist bei kürzeren Zeitreihen ebenfalls generell größer. Die Trendamplituden der 100 generierten Zeitreihen umfassen einen

Tabelle 11.4: Trends von jeweils 100 erzeugten Zeitreihen der Länge $N=1000$ als Realisation einer Gumbelverteilten Zufallsvariablen mit verschiedenen linearen Änderungen im Lageparameter (Δa) sowie verschiedenen konstanten oder veränderlichen Streuparametern (b). Es stehen die tatsächlichen Änderungen im Erwartungswert $\Delta\mu$ im Vergleich zum mittleren, aus den 100 Reihen geschätzten, linearen Trend nach der Kleinst-Quadrate-Methode $\overline{\Delta\mu}_{KQ}$, die Standardabweichung $\sigma_{\Delta\mu}$ dieses Schätzers sowie die größte und kleinste Schätzung des Trends ($\Delta\mu_{KQ}^+$ bzw. $\Delta\mu_{KQ}^-$).

	$\Delta a=15,$ $b=50$	$\Delta a=15,$ $b=20$	$\Delta a=8,$ $b=40$	$\Delta a=0,$ $b=40$	$\Delta a=8,$ $b=40+\Delta 8$	$\Delta a=-15,$ $b=50$	$\Delta a=-8,$ $b=40-\Delta 8$	$\Delta a=0,$ $b=40+\Delta 10$
$\Delta\mu$	15	15	8	0	12.6	-15	-12.6	5.77
$\overline{\Delta\mu}_{KQ}$	15.49	15.20	8.39	0.39	13.05	-14.51	-12.27	6.22
$\sigma_{\Delta\mu}$	6.97	2.79	5.57	5.57	6.16	6.70	5.02	6.31
$\Delta\mu_{KQ}^-$	0.78	9.31	-3.38	-11.38	0.08	-29.22	-22.83	-7.06
$\Delta\mu_{KQ}^+$	33.44	22.38	22.75	14.75	28.23	3.44	1.27	21.81

Tabelle 11.5: Analog zu Tabelle 11.4, jedoch unter Betrachtung kürzerer Gumbel-verteilter Zufallsreihen der Länge $N=100$.

	$\Delta a=15,$ $b=50$	$\Delta a=15,$ $b=20$	$\Delta a=8,$ $b=40$	$\Delta a=0,$ $b=40$	$\Delta a=8,$ $b=40+\Delta 8$	$\Delta a=-15,$ $b=50$	$\Delta a=-8,$ $b=40-\Delta 8$	$\Delta a=0,$ $b=40+\Delta 10$
$\Delta\mu$	15	15	8	0	12.6	-15	-12.6	5.77
$\overline{\Delta\mu}_{KQ}$	12.85	14.14	6.28	-1.72	10.78	-17.15	-14.21	3.90
$\sigma_{\Delta\mu}$	23.82	9.53	19.06	19.06	20.91	23.82	17.31	21.39
$\Delta\mu_{KQ}^-$	-43.84	-8.54	-39.07	-47.07	-38.96	-73.84	-55.18	-49.93
$\Delta\mu_{KQ}^+$	59.52	32.81	43.62	35.62	51.44	29.52	22.13	46.37

imensen Schwankungsbereich. Im Experiment mit linearer Zunahme des Lageparameters um 15 Einheiten und konstantem Streuparameter $b=50$ schwanken beispielsweise die Trendamplituden zwischen -43.83 und 59.52.

Der große mittlere quadratische Fehler MSE des Kleinst-Quadrate-Schätzers läßt seine Anwendung zur Bestimmung von Trends im monatlichen Niederschlagsmittel als zweifelhaft erscheinen. Interessant ist nun, analog den mittleren quadratischen Fehler der Trendschätzer unter Verwendung der Distanzfunktion der Gumbelverteilung ρ_G zu betrachten. Unter Verwendung der adäquaten Distanzfunktion sind zunächst deutlich bessere Ergebnisse, also kleinere Fehler zu erwarten. Um die Ergebnisse direkt vergleichen zu können, sind nun ebenfalls nur ein linearer Trend im Lage- und ein linearer Trend

Tabelle 11.6: Auf Basis der Distanzfunktion der Gumbelverteilung geschätzte Trends von jeweils 100 erzeugten Zeitreihen der Länge $N=1000$ als Realisation einer Gumbelverteilten Zufallsvariablen mit verschiedenen linearen Änderungen im Lageparameter (Δa) sowie verschiedenen konstanten oder veränderlichen Streuparametern (b). Es stehen die tatsächlichen Änderungen im Erwartungswert $\Delta\mu$ im Vergleich zum mittleren, aus den 100 Reihen geschätzten, linearen Trends $\overline{\Delta\mu}_G$, die Standardabweichung $\sigma_{\Delta\mu_G}$ dieses Schätzers sowie die größte und kleinste Schätzung des Trends ($\Delta\mu_G^+$ bzw. $\Delta\mu_G^-$).

	$\Delta a=15,$ $b=50$	$\Delta a=15,$ $b=20$	$\Delta a=8,$ $b=40$	$\Delta a=0,$ $b=40$	$\Delta a=8,$ $b=40+\Delta 8$	$\Delta a=-15,$ $b=50$	$\Delta a=-8,$ $b=40-\Delta 8$	$\Delta a=0,$ $b=40+\Delta 10$
$\Delta\mu$	15	15	8	0	12.6	-15	-12.6	5.77
$\overline{\Delta\mu}_G$	15.56	15.20	8.5	0.47	13.27	-14.25	-12.23	6.21
$\sigma_{\Delta\mu_G}$	7.14	2.87	5.76	5.67	5.91	7.01	4.1	5.90
$\Delta\mu_G^-$	0.66	9.18	-3.57	-11.82	1.22	-29.20	-22.70	-6.24
$\Delta\mu_G^+$	32.22	21.87	25.08	13.73	27.50	1.60	-0.04	20.33

Tabelle 11.7: Analog zu Tabelle 11.6, jedoch unter Betrachtung kürzerer Gumbel-verteilter Zufallsreihen der Länge $N=100$.

	$\Delta a=15,$ $b=50$	$\Delta a=15,$ $b=20$	$\Delta a=8,$ $b=40$	$\Delta a=0,$ $b=40$	$\Delta a=8,$ $b=40+\Delta 8$	$\Delta a=-15,$ $b=50$	$\Delta a=-8,$ $b=40-\Delta 8$	$\Delta a=0,$ $b=40+\Delta 10$
$\Delta\mu$	15	15	8	0	12.6	-15	-12.6	5.77
$\overline{\Delta\mu}_G$	11.18	13.43	5.06	-2.88	9.39	-18.24	-14.95	2.57
$\sigma_{\Delta\mu_G}$	23.48	9.40	18.71	18.72	20.48	23.54	16.88	20.91
$\Delta\mu_G^-$	-44.70	-9.49	-40.28	-47.66	-40.38	-74.08	-55.58	-48.27
$\Delta\mu_G^+$	57.51	31.81	41.37	33.73	49.43	28.16	19.56	43.13

im Streuparameter der Gumbelverteilung zur Bestimmung der Änderungen im Mittel der generierten Zeitreihen zugelassen worden. Auch sind die Trends, wie im Falle der Kleinst-Quadrate-Schätzer, unabhängig von ihrer Signifikanz, also ohne Verwendung des modifizierten F-Tests (vgl. Gleichung 5.35), eingegangen. Bei zusätzlicher Berücksichtigung der Signifikanz würden zu viele verschiedene Aspekte in die Betrachtung eingehen. Beispielsweise werden Kleinst-Quadrate-Schätzer auch in Verbindung mit dem verteilungsfreien Mann-Kendall-Trendtests verwendet (siehe z. B. RAPP und SCHÖNWIESE, 1996). Während der Kleinst-Quadrate-Schätzer auf Gauß-verteilten Abweichungen basiert, ist der Mann-Kendall-Trendtest unabhängig von der zugrundeliegenden Verteilung anwendbar. Die Tabellen 11.6 und 11.7 zeigen also wieder für die acht verschiedenen Experimente den Mit-

telwert der Trendschätzer $\overline{\Delta\mu_G}$, die Standardabweichung der jeweils 100 verschiedenen Trendschätzer $\sigma_{\Delta\mu_G}$ sowie die aufgetretenen Maximalwerte $\Delta\mu_G^-$ und $\Delta\mu_G^+$. Wieder sind die Untersuchungen für die generierten Zeitreihen der Länge $N=1000$ und der Länge $N=100$ durchgeführt worden. Offensichtlich bringt die Verwendung der adäquaten Distanzfunktion keine Reduzierung des mittleren quadratischen Fehlers der Trendschätzer. Interessanterweise ist für die vertrauenswürdige Schätzung von Trends im monatlichen Niederschlagsmittel nicht die Wahl der Distanzfunktion ρ , sondern der Stichprobenumfang N der wesentliche Faktor. Schließlich spielt der Stichprobenumfang für die Güte von Maximum-Likelihood-Schätzern im allgemeinen eine wesentliche Rolle (siehe auch Kapitel 4). Zwar liefert nur die Verwendung der adäquaten Distanzfunktion eine vollständige analytische Beschreibung von beobachteten Niederschlagsreihen und ermöglicht so die Schätzung der Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten extremer Werte. Bereits in Kapitel 2 ist dagegen die Unzulänglichkeit des Kleinst-Quadrate-Schätzers in diesem Zusammenhang dargelegt worden. In der Schätzung von Änderungen im monatlichen Niederschlagsmittel jedoch, erscheint er zunächst nicht unterlegen. Tatsächlich basieren aber Schätzer von Trends im Niederschlagsmittel bestimmter Kalendermonate selten auf mehr als 100 Werten. Die jahreszeitlich differenzierte Schätzung des Trends unter Verwendung des gesamten Stichprobenumfangs, statt der separaten Analyse der Zeitreihen eines jeden Kalendermonats, liefert in der Analyse hundertjähriger Zeitreihen monatlicher Auflösung eine Steigerung des Stichprobenumfangs von $N=100$ auf $N=1200$. Diese ist lediglich auf Basis der statistischen Modellierung und nicht unter Verwendung des Kleinst-Quadrate-Schätzers möglich. Bei der Betrachtung der Reihen der verschiedenen Kalendermonate reagieren die Trendschätzer dann aufgrund des vergleichsweise geringeren Stichprobenumfangs zu stark auf einzelne zufällige Werte.

Auf der Grundlage dieser Untersuchungen liefert die hier eingeführte Methodik der statistischen Modellierung somit eine Basis zur robusten Schätzung jahreszeitlich differenzierter Änderungen im Niederschlagsmittel. Sie beinhaltet die Möglichkeit, Änderungen in unterschiedlichen Verteilungsparametern in den Erwartungswert einfließen zu lassen und so die jahreszeitlich unterschiedlichen Tendenzen unter Verwendung der gesamten Zeitreihe zu bestimmen. Die damit verbundene Erhöhung des zugrundegelegten Stichprobenumfangs ist wesentlich für die Robustifizierung der Ergebnisse. Der Kleinst-Quadrate-Schätzer ist zwar grundsätzlich in der Schätzung von Änderungen im Niederschlagsmittel nicht unterlegen, erfordert jedoch die Betrachtung der Zeitreihen der einzelnen Kalendermonate. Der damit verbundene geringere Stichprobenumfang führt dann bei zufälligen Unterschieden in den Zeitreihen, also unterschiedlichen Realisationen unter den selben statistischen Eigenschaften, zu beträchtlichen Unterschieden in den geschätzten Änderungen des Erwartungswertes. Selbst das Vorzeichen muß nicht der Wahrheit entsprechen.

11.3 Die Vereinigten Staaten

Zur besseren Einordnung der Analyseergebnisse in die geographischen und somit auch klimatologischen Besonderheiten der USA sei eine Grobcharakterisierung der Niederschlagsregime vorweg geschickt. Die Vereinigten Staaten liegen zwischen klimatischen Extremen. Zu den Luftmassenquellgebieten gehören die großen polnahen Landflächen sowie die subtropischen und tropischen Ozeane auf der Äquatorseite (WEISCHET, 1996). Durch die topographische Gliederung wird eine Konfrontation der Polarluft mit feuchtereicherer tropischer Luft ermöglicht. Das zentrale Tiefland wird durch die Rocky Mountains im Westen und den Appalachen im Osten nach Süden hin verengt. Kalte polare Luftmassen können weit in den Süden vordringen. Genauso jedoch kann warme tropische Luft bis weit in den Norden gelangen. Somit treten innerhalb der USA bezüglich der jährlichen Niederschlagssummen als auch der jahreszeitlichen Variabilität beträchtliche Unterschiede auf. Der Osten der USA ist aufgrund der aus dem Golf von Mexiko nordwärts strömenden Warmluftmassen relativ niederschlagsreich. Im Bereich der Golfküste und den Appalachen misst man über 1500 mm Niederschlag pro Jahr. Milde Winter, heiße Sommer und ganzjährig hohe Niederschläge sind Kennzeichen des Südostens der USA. Dagegen sind im Nordosten sehr viel deutlichere jahreszeitliche Unterschiede zu finden: Die Sommer sind warm und sehr niederschlagsreich, die Winter sind kalt und trocken. Kaltluft aus dem kanadischen Raum sorgt für recht kühle Winter- und Frühlingsmonate. Andererseits zeigt sich im Sommer das Vordringen warmer, feuchter Luftmassen aus dem Golf von Mexiko.

Die Grenze zwischen dem recht niederschlagsreichen Osten und dem trockeneren Westen läßt sich etwa entlang des 98. Längengrades ziehen. Hier in etwa vollzieht sich der Übergang vom humiden zum ariden Bereich, die Trockengrenze schwankt jedoch von Jahr zu Jahr. Die Westseite des Kontinents liegt exponiert gegen das außertropische Zirkulationssystem der Atmosphäre. Es wird bestimmt vom Aleutentief und der Westwinddrift mit dem zyklonalen Wirbelaustausch tropisch-subtropischer Warmluft und subpolarer Kaltluft. Im Süden bis etwa 35° nördlicher Breite herrscht ganzjährig antizyklonaler Einfluß des Subtropenhochs und im Norden, bis 45° nördlicher Breite, ganzjähriger zyklonaler Einfluß mit Niederschlägen während des gesamten Jahres. Dazwischen finden jahreszeitliche Wechsel von Hoch- und Tiefdruckeinfluß im Bereich der subtropischen Winterregens statt. In dem Bereich zwischen 45° und 55° nördlicher Breite ist die Westwinddrift besonders intensiv, polwärts nimmt die Niederschlagsmenge wieder ab. Die Wetterwirksamkeit der zyklonalen Störungen der Westwinddrift reichen nicht über die Rocky Mountains hinaus. Deutlicher Beweis sind die ausgesprochenen Trockengebiete westlich des 100. Längengrades. Der meridionale Gebirgsverlauf an der Pazifikküste erzeugt im Nordwesten der USA einen starken maritimen Effekt mit hohen jährlichen Niederschlagssummen. Weniger als 500 mm Jahresniederschlag werden dagegen an den Leeseiten der Gebirgszüge gemessen. In Südkalifornien läßt sich das Klima als mediterran bezeichnen, mit Sommertrockenheit und Niederschlag in den Wintermonaten. Im Südwesten der USA wird in einigen extrem trockenen Gebieten nur sporadisch Niederschlag verzeichnet.

Für einige Niederschlagsreihen (26 Stationsreihen) extrem trockener Gebiete ist die hier verwendete Methode offensichtlich nicht geeignet, da aufgrund zu seltener Nieder-

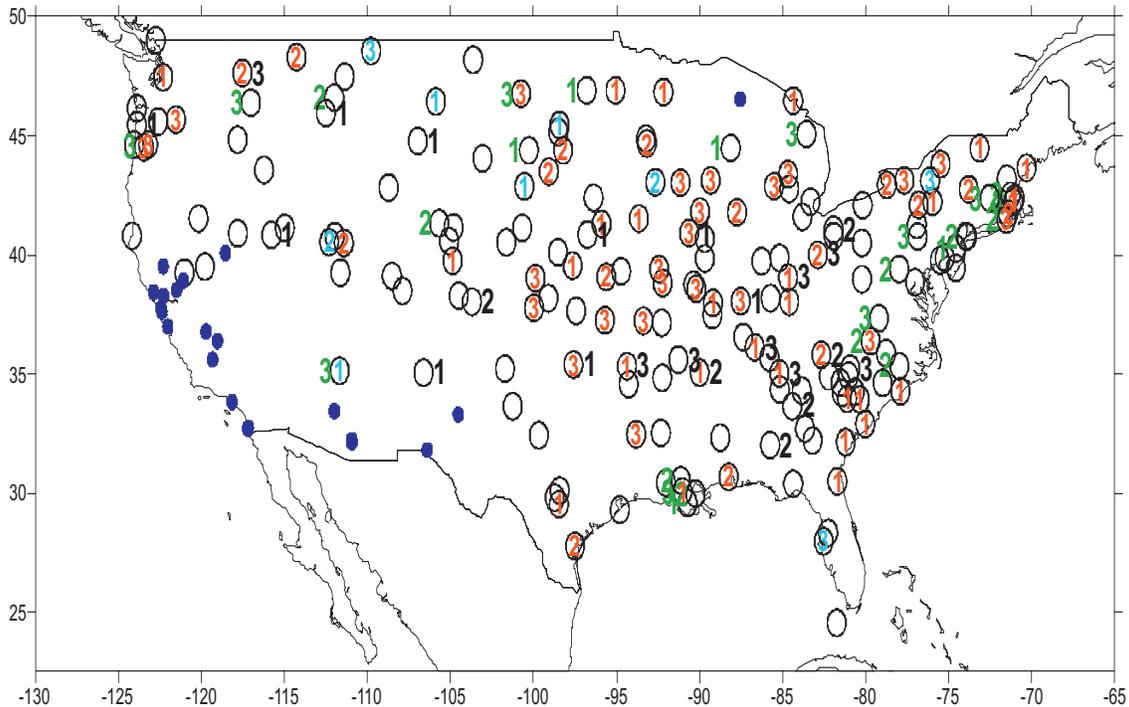


Abbildung 11.29: Geographische Verteilung der 185 Stationen betrachteter Niederschlagsreihen (schwarze Kreise) sowie detektierte Trends im Form- und Streuparameter der Weibullverteilung. Schwarze Ziffern rechts der Station markieren Ordnungen positiver und grüne Ziffern links der Station solche negativer Trends im Formparameter. Rote Ziffern im Stationskreis repräsentieren die Ordnung positiver und blaue Ziffern die Ordnung detektierter negativer Trends im Streuparameter. Blaue Punkte markieren Stationen, für deren Niederschlagsreihen das Weibullmodell ungeeignet ist.

schläge die Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion nicht zu jedem Zeitpunkt möglich ist. Diese Stationen sind in Abbildung 11.29 durch einen blauen Punkt markiert. Niederschlagsreichere Stationszeitreihen können als Realisation einer Weibull-verteilten Zufallsvariablen mit variablem Streu- und Formparameter interpretiert werden.

11.3.1 Trendkomponente

Wie Abbildung 11.29 zu entnehmen ist, werden insbesondere in den niederschlagsreichen Gebieten im Osten sowie küstennah im Nordwesten der Vereinigten Staaten Trends in den Parametern der Weibullverteilung detektiert. So ist eine deutliche Anhäufung positiver Trends im Streuparameter im humiden Bereich der Vereinigten Staaten zu finden. Tabelle 11.8 listet 28 lineare, 16 quadratische und 24 kubisch verlaufende positive Trends im Streuparameter auf. Höhere Trendordnungen werden nicht detektiert. Deutlich seltener werden die negativen Tendenzen im Streuparameter beobachtet. Die 10 detektierten Fälle sind nahezu ausschließlich im ariden Bereich der Vereinigten Staaten zu finden. Insbeson-

dere im Bereich der Appalachen treten verstärkt negative Trends im Formparameter auf, was einer Tendenz zu extremeren Niederschlagsmonaten, also einer gleichzeitigen Zunahme relativ trockener und feuchterer Monatssummen entspricht (vgl. GROISMAN et al., 1999). Direkt westlich angrenzend tritt eine Häufung des entgegengesetzten Effekts auf, das heißt positive Änderungen in der Verteilungsform.

Aufgrund der detektierten Trends lassen sich die Veränderungen im Laufe des 20. Jahrhunderts als Intensivierung oder Verstärkung der bestehenden Niederschlagscharakteristika grob beschreiben. In dem ohnehin niederschlagsreichen humiden Teil der Vereinigten Staaten treten positive Trends im Streuparameter auf. In bereits niederschlagsarmen Gebieten werden dagegen negative Trends im Streuparameter detektiert. Im Bereich der Appalachen treten relativ hohe als auch relativ niedrige Niederschlagssummen zunehmend häufiger auf.

Tabelle 11.8: Anzahl der an den Stationen der Vereinigten Staaten detektierten Trends in den Parametern der Weibullverteilung.

Ordnung	Streuparameter						Formparameter					
	pos.			neg.			pos.			neg.		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Anzahl	28	16	24	5	2	3	9	6	8	6	11	9

11.3.2 Saisonale Komponente

In 31 der 185 analysierten Reihen treten keine signifikanten Änderungen in der Saisonfigur des Streuparameters auf. Die betreffenden Stationen sind überwiegend im ariden, westlichen Teil der Vereinigten Staaten anzutreffen. An den verbleibenden 154 Stationen werden somit signifikante Änderungen in der Saisonfigur detektiert. Davon betreffen 54 lediglich die Amplitude. In 100 Reihen treten sowohl Änderungen in Amplituden- als auch in der Phasenfunktion der Saisonfigur auf.

Die angebotene starre Basisschwingung $S_{1,0}$ zur Beschreibung einer saisonalen Schwankung im Formparameter der Weibullverteilung wird insgesamt nur in 14 der betrachteten Fälle nicht als signifikant detektiert. Die betreffenden Stationen befinden sich im Bereich der Golfküste mit ganzjährig hohen Niederschlagssummen.

11.3.3 Niederfrequente Komponente

In 17 der 185 analysierten Niederschlagsreihen der Vereinigten Staaten wird eine niederfrequente niederfrequente Komponente detektiert. In sechs Fällen handelt es sich um Polynome der Ordnung zwei und in den verbleibenden 11 Fällen um Polynome der Ordnung drei. Vornehmlich im westlichen, ariden Bereich beobachtete Niederschlagszeitreihen ent-

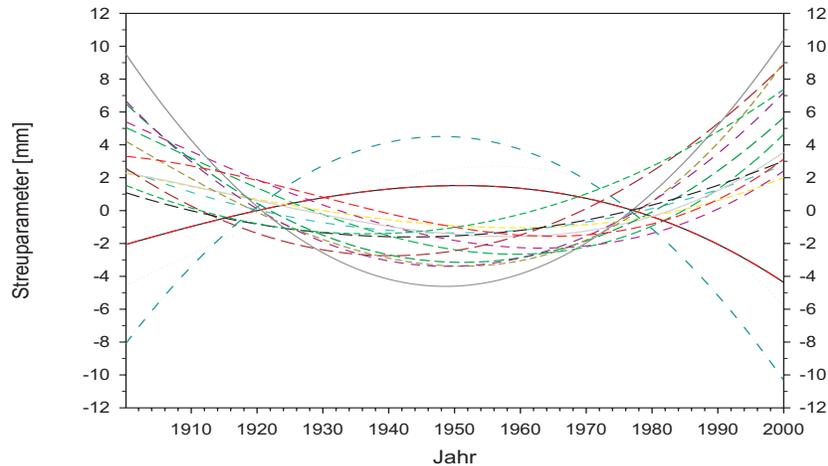


Abbildung 11.30: Verläufe der 17 signifikanten niederfrequenten Komponenten im Streuparameter der Weibullverteilung.

halten eine signifikante niederfrequenten Komponente. Der Grund für diese geographische Systematik könnte sein, daß diese Struktur in den Zeitreihen sehr hoher Variabilität der östlichen Stationen einen zu geringen, verschwundenen Anteil beschreibt und somit nicht detektiert wird.

Abermals sei auf die niederfrequente Komponente 24 deutscher Niederschlagszeitreihen im Streuparameter der Gumbelverteilung hingewiesen (vgl. Kapitel 11.2.3). Zunächst erscheinen die niederfrequenten Verläufe der Niederschlagszeitreihen Deutschlands gerade denen der Vereinigten Staaten entgegengerichtet. Allerdings beschreibt sowohl das Maximum der niederfrequenten Komponente deutscher Reihen im Streuparameter der Gumbelverteilung als auch das Minimum der niederfrequenten Komponente in einigen Reihen der Vereingten Staaten im Streuparameter der Weibullverteilung ein verstärktes Auftreten relativ niedriger Monatssummen in der Zeit um 1960.

11.3.4 Extremereignisse

Insgesamt sind 185 hundertjährige Zeitreihen als Realisation einer Weibullverteilten Zufallsvariablen interpretiert worden. Bei vorliegender monatlicher Auflösung sind das 222000 Werte. 424 der 222000 Werte sind auf der Basis des statistischen Modells als Extremereignisse detektiert worden. Das sind etwa 0.2% der Werte und somit deutlich mehr als beispielsweise in der Analyse der Niederschlagsreihen Deutschlands aufgetreten sind. Trotzdem ist ein solcher Anteil sicherlich noch vertretbar in der Hinsicht, die Werte als einzelne seltene Ereignisse zu interpretieren und sollte nicht Anlaß dazu geben, das angewandte statistische Modell als unadäquat zu verwerfen. Entsprechend Tabelle 11.9 ist keinerlei bemerkenswerte Anhäufung dieser Extremereignisse in der ersten oder zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraums zu finden. Auch werden nicht auffällig mehr Extremereignisse in bestimmten Monaten des Jahres detektiert. Bezüglich der räumlichen Verteilung der Sta-

tionen mit und ohne in den Zeitreihen enthaltenen Extremereignissen zeichnet sich lediglich ab, daß im Norden der Vereinigten Staaten tendenziell weniger Extremereignisse auftreten.

Tabelle 11.9: Anzahl detektierter Extremereignisse in den Niederschlagsreihen der Vereinigten Staaten.

Monat	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	Jahr
Gesamt	57	30	43	28	32	36	27	26	37	46	32	30	424
1. Hälfte	42	14	28	14	15	20	10	12	20	23	17	10	205
2. Hälfte	15	16	15	14	17	16	17	14	17	23	15	20	199

11.3.5 Residuenanalyse

Für die betrachteten 185 Stationszeitreihen beträgt gemäß des Kolmogorov-Smirnov-Tests die Ablehnungswahrscheinlichkeit einer $W(0,1,1)$ -Verteilung der Residuen in 40 Fällen mehr als 90%. Das sind signifikant mehr als durch Zufall zu erwarten sind. Die geographische Verteilung der Stationen mit hoher Ablehnungswahrscheinlichkeit zeigt jedoch, daß insbesondere im Südwesten der Vereinigten Staaten die Verteilungsannahmen nicht erfüllt werden. In diesem sehr trockenen Gebiet der Vereinigten Staaten gelingt keine vollständige Beschreibung mit Hilfe des verwendeten Modells. Einige Stationsreihen aus dieser Region mit extrem wenig Niederschlägen sind bereits anfänglich aus den Analysen herausgenommen worden. Weiterhin liefert die Überprüfung der Stationarität der Verteilung unter Verwendung der χ^2 -Statistik in 22 Fällen und unter Verwendung der Kolmogorov-Smirnov-Statistik in 19 Fällen eine Ablehnungswahrscheinlichkeit größer 90%. Die Verteilung der Residuen können somit noch als stationär angenommen werden.

Für die Interpretation der Ergebnisse sollte somit berücksichtigt werden, daß im sehr niederschlagsarmen Südwesten der Vereinigten Staaten die Ergebnisse mit größerer Vorsicht zu interpretieren sind. In den humiden Gebieten jedoch kann entsprechend der Residuenanalyse die statistische Modellierung auf Basis des Weibullmodells als eine gute Beschreibung der Reihen betrachtet werden.

11.3.6 Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten

Wie zuvor für die Stationszeitreihen Deutschlands, werden nun für die analysierten Zeitreihen der Vereinigten Staaten Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils sowie in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit des 5%-Perzentils betrachtet. Aufgrund der verschiedenen Niederschlagsregime der Vereinigten Staaten sind insbesondere hier die Schwellen stationsspezifisch zu wählen. Abbildung 11.31 zeigt die 5%-Perzentile (obere Grafik) und die 95%-Perzentile in Form von Isolinienkarten. Das 5%-Perzentil nimmt Werte zwischen 0 mm, an 13 Stationen im Südwesten, und 36 mm an der

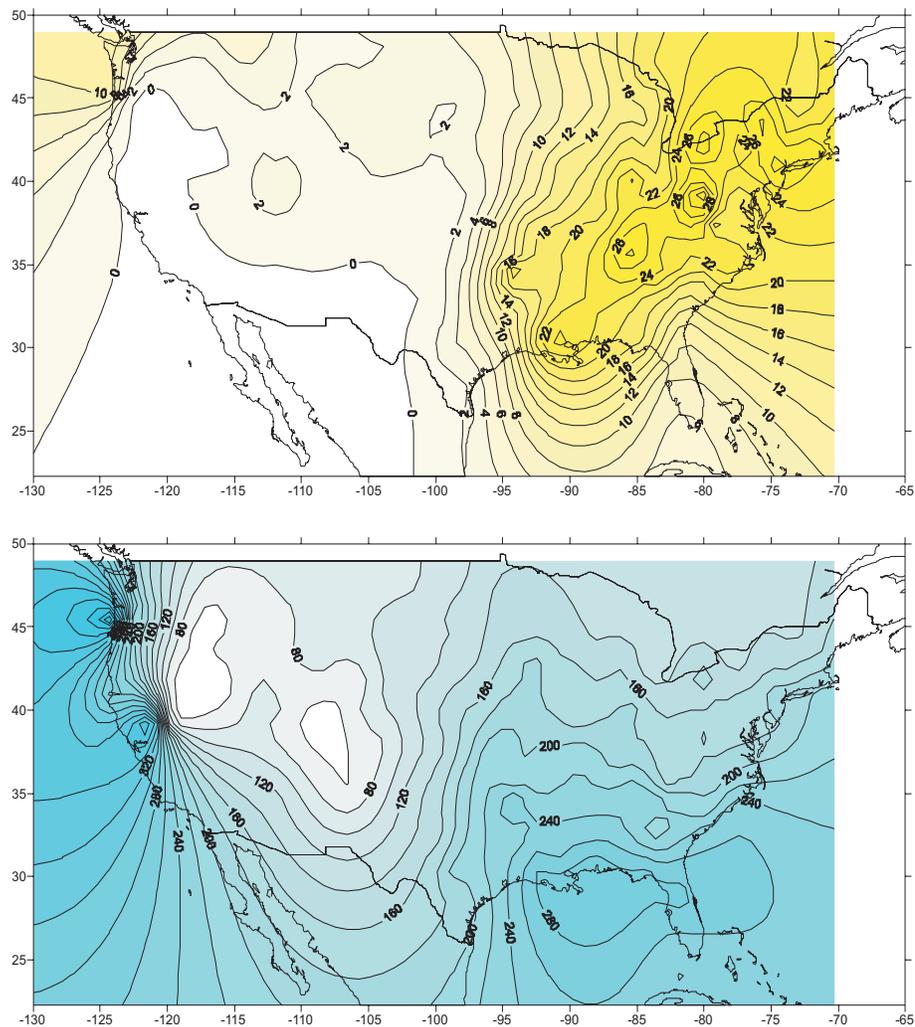


Abbildung 11.31: Geographische Verteilung des 5% (obere Grafik) und des 95%-Perzentils (untere Grafik) der monatlichen Niederschlagssummen der Vereinigten Staaten.

Station Buckhannon (38.98°N , 80.22°W) an. Insbesondere das 95%-Perzentils weist einen sehr großen Schwankungsbereich zwischen 46 mm an der Station Grand Junction (39.12°N , 108.53°W) und 521 mm an der Station Tillamook (45.45°N , 123.87°W) auf. Sehr deutlich spiegelt sich in den Karten beider Perzentile die Einteilung in einen niederschlagsarmen westlichen Teil und einen niederschlagsreicheren östlichen Teil wider. In der Karte des 5%-Perzentils treten jedoch die höchsten Werte im Bereich der Appalachen auf, während für die höchsten Werte des 95%-Perzentils die Nähe zum Golf von Mexiko die entscheidende Rolle spielt. Im Osten beobachtet man eine systematische Abnahme des 95%-Perzentils von Süden nach Norden.

Entsprechend der Verwendung des Weibullmodells zur Beschreibung der Niederschlagszeitreihen der Vereinigten Staaten, können Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils anhand Gleichung 7.6 und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-

Perzentils anhand Gleichung 7.7 für jeden Zeitpunkt des Beobachtungszeitraums bestimmt werden. Nahezu ganzjährig überwiegt die Anzahl der Stationen mit positiven Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit die Anzahl der Stationen mit negativen Änderungen (vgl. GROISMAN et al., 1999; EASTERLING et al., 2000; TRENBERTH, 1998). Besonders deutlich ist die Dominanz der positiven Änderungen in den Monaten Mai und insbesondere

Tabelle 11.10: Anzahl der Stationen mit positiven (H^+), negativen (H^-) und keinen Änderungen (H^0) in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils. Die Werte A^+ bzw. A^- geben die maximalen Magnituden positiver bzw. negativer Wahrscheinlichkeitsänderungen an und μ_A den Mittelwert aller Magnituden.

Monat	Jan.	Feb.	Mär.	Apr.	Mai	Jun.	Jul.	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
H^0	39	46	11	12	14	18	20	20	13	11	14	20
H^+	100	56	116	113	122	112	91	85	112	117	138	105
H^-	46	83	58	60	49	55	74	80	60	57	33	60
$A^+[\%]$	17.90	11.31	11.61	17.77	21.09	22.24	22.89	27.82	21.29	17.09	21.64	14.44
$A^-[\%]$	-10.37	-11.28	-7.52	-7.22	-6.72	-13.32	-16.12	-13.55	-10.91	-5.99	-8.05	-7.92
$\mu_A[\%]$	1.01	-0.17	1.05	1.53	3.02	2.25	0.88	1.00	2.17	1.73	2.46	0.79

im November (siehe Tabelle 11.10; vgl. KARL and KNIGHT, 1998). Die Maximalamplituden, A^+ und A^- , erreichen, beispielsweise im Vergleich zu Deutschland (vgl. Tabelle 11.2), relativ hohe Magnituden, was sicher im Zusammenhang zur starken Variabilität des Niederschlags in den Vereinigten Staaten steht. Die höchsten Magnituden treten, bzgl. der negativen als auch bzgl. der positiven Tendenzen, in den Sommermonaten auf.

Die geographischen Verteilung der Wahrscheinlichkeitsänderungen in den Abbildungen 11.32 bis 11.37 zeigt nicht in allen Monaten deutliche Strukturen. Die deutlichsten Änderungen treten in den niederschlagsreichen Bereichen und somit überwiegend im Osten der Vereinigten Staaten auf. Auffällig sind die relativ starken Zunahmen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten April und Mai westlich der Appalachen, sowie im Nordosten der Vereinigten Staaten im dort niederschlagsreichen Sommer, und zwar insbesondere im Juni. Analog werden einige deutliche Zunahmen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit zur Zeit des vorherrschenden Winterregens, in den Monaten November bis Februar, im Nordwesten im küstennahen Bereich beobachtet. In den Monaten September bis Dezember fallen die deutlichen Anstiege der Überschreitungswahrscheinlichkeiten an der Atlantikküste, im Bereich der Appalachen und zwar insbesondere im nördlicheren Bereich, auf. Der November ist ohnedies bemerkenswert, da im gesamten humiden Bereich nahezu ausschließlich Wahrscheinlichkeitszunahmen auftreten.

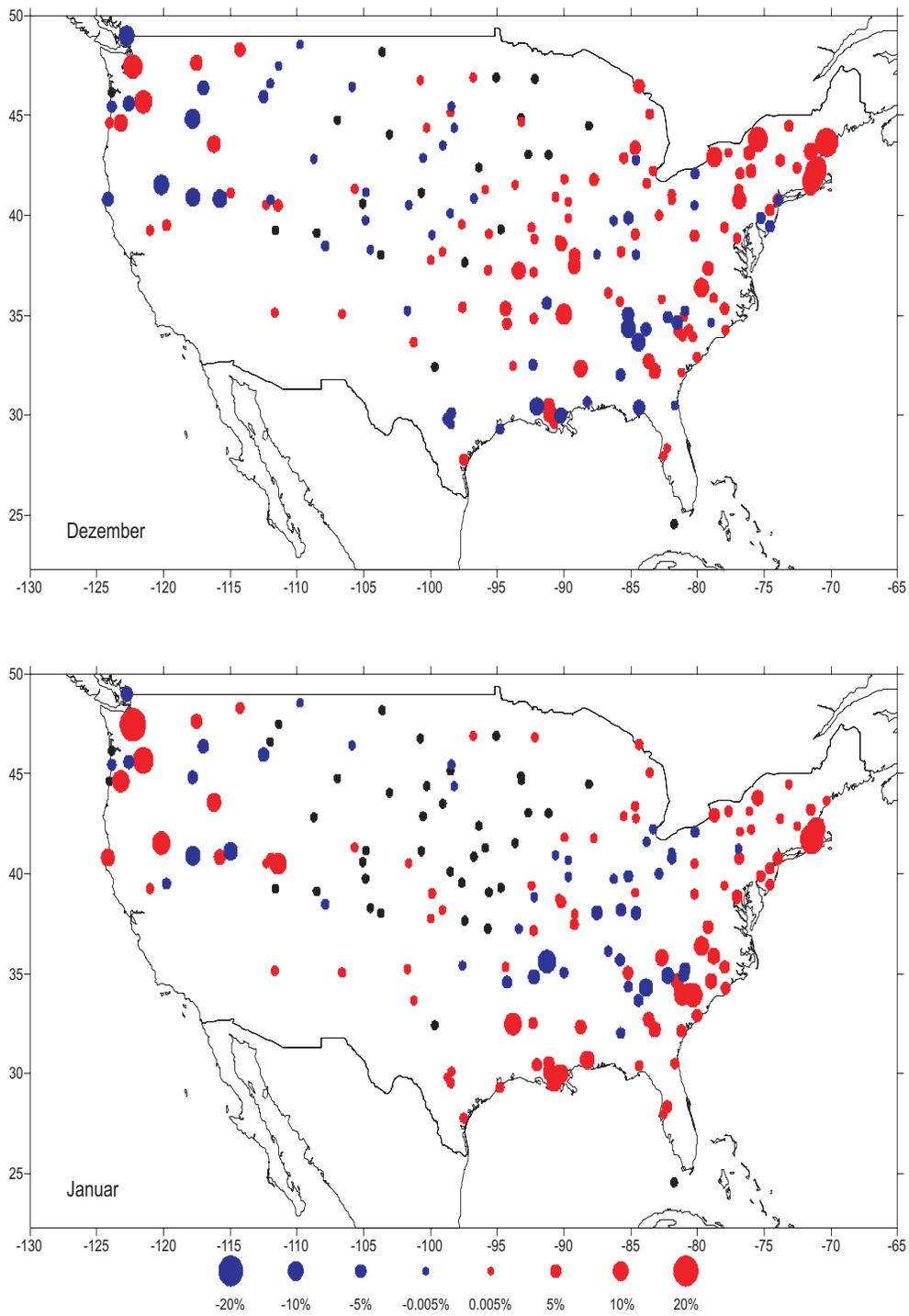


Abbildung 11.32: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten Dezember (oben) und Januar (unten). Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert, dessen Größe proportional zur Magnitude der Änderung gewählt ist. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

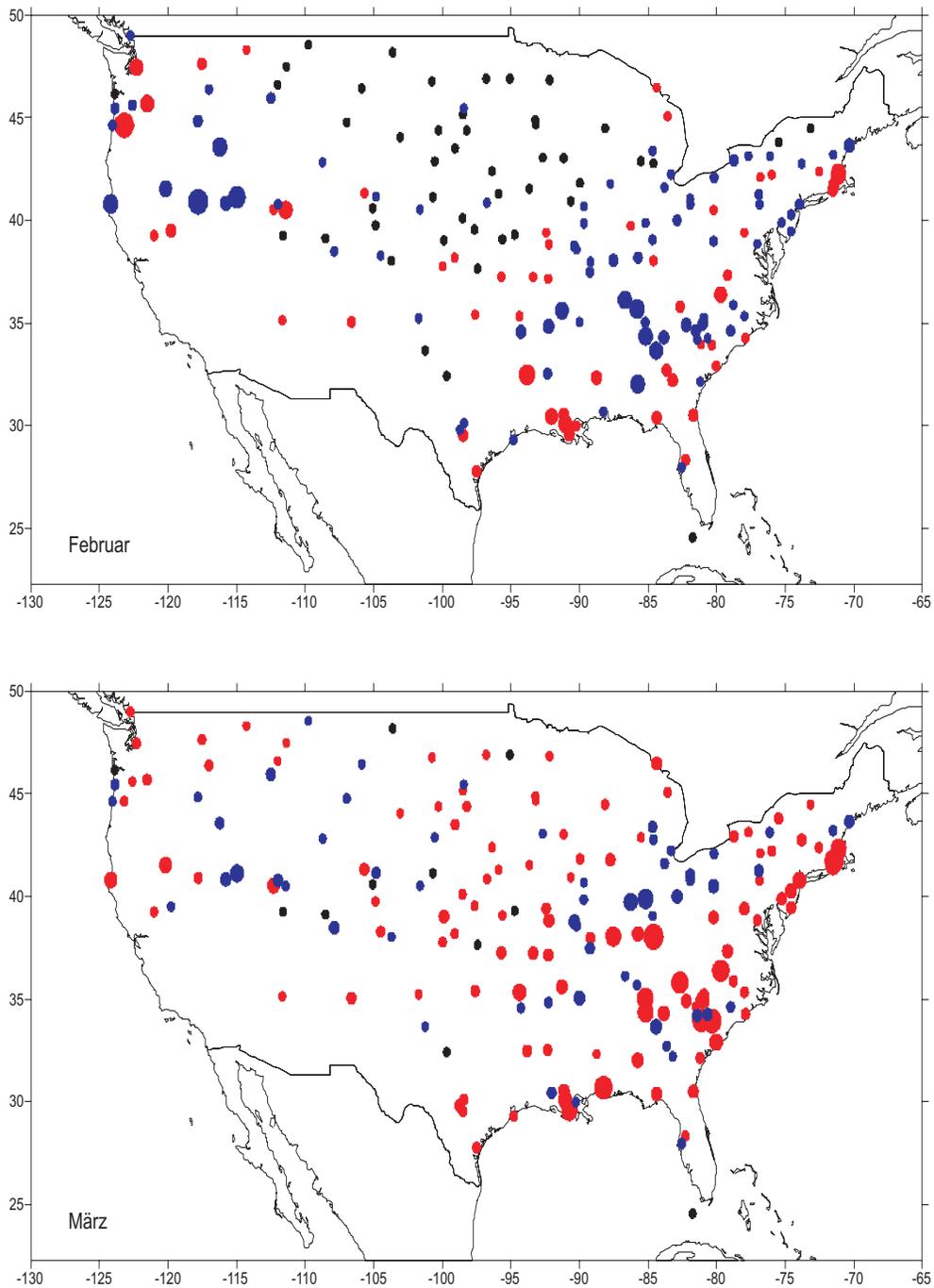


Abbildung 11.33: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten Februar (oben) und März (unten). Darstellung analog zu Abbildung 11.32.

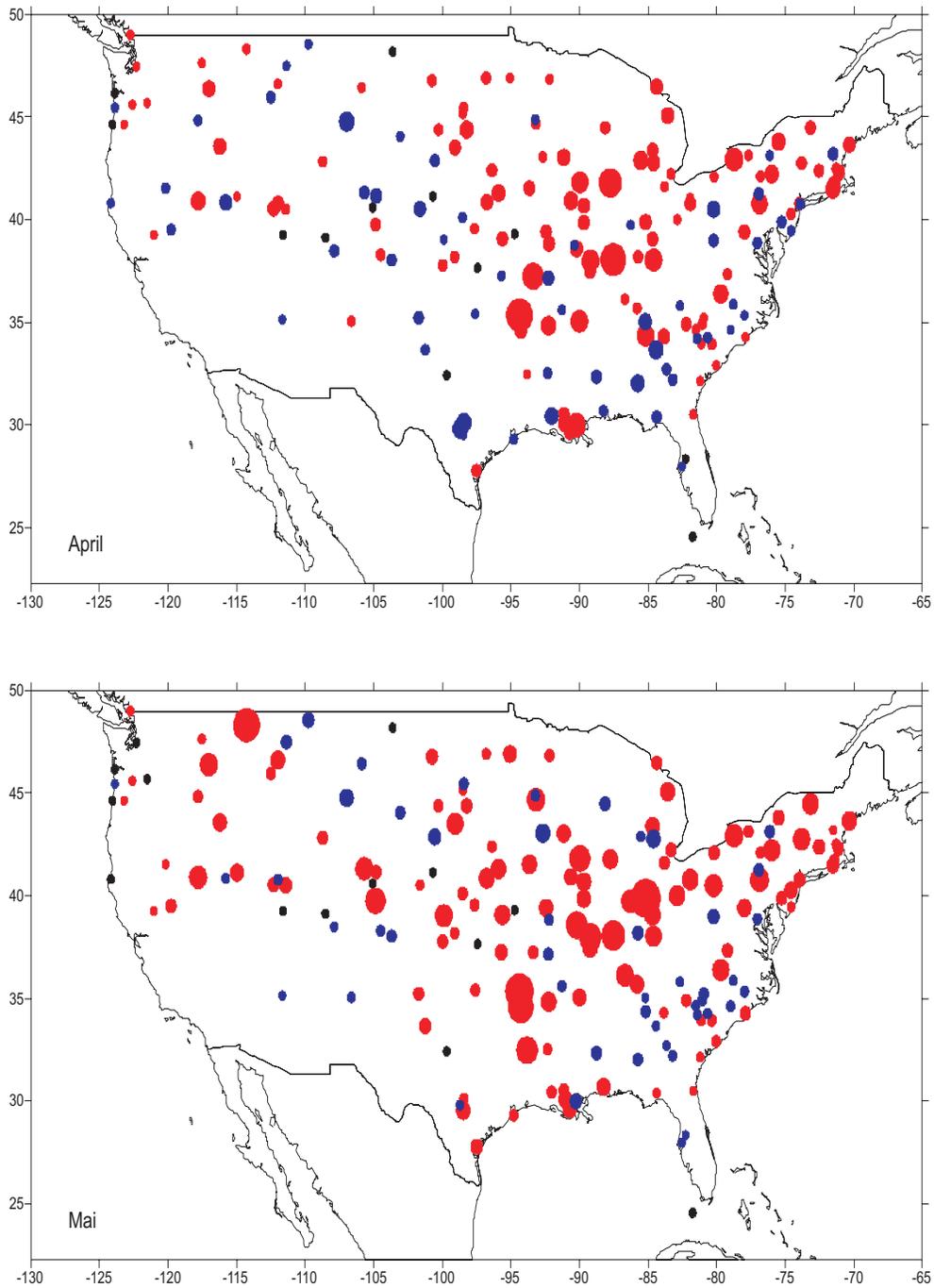


Abbildung 11.34: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten April (oben) und Mai (unten). Darstellung analog zu Abbildung 11.32.

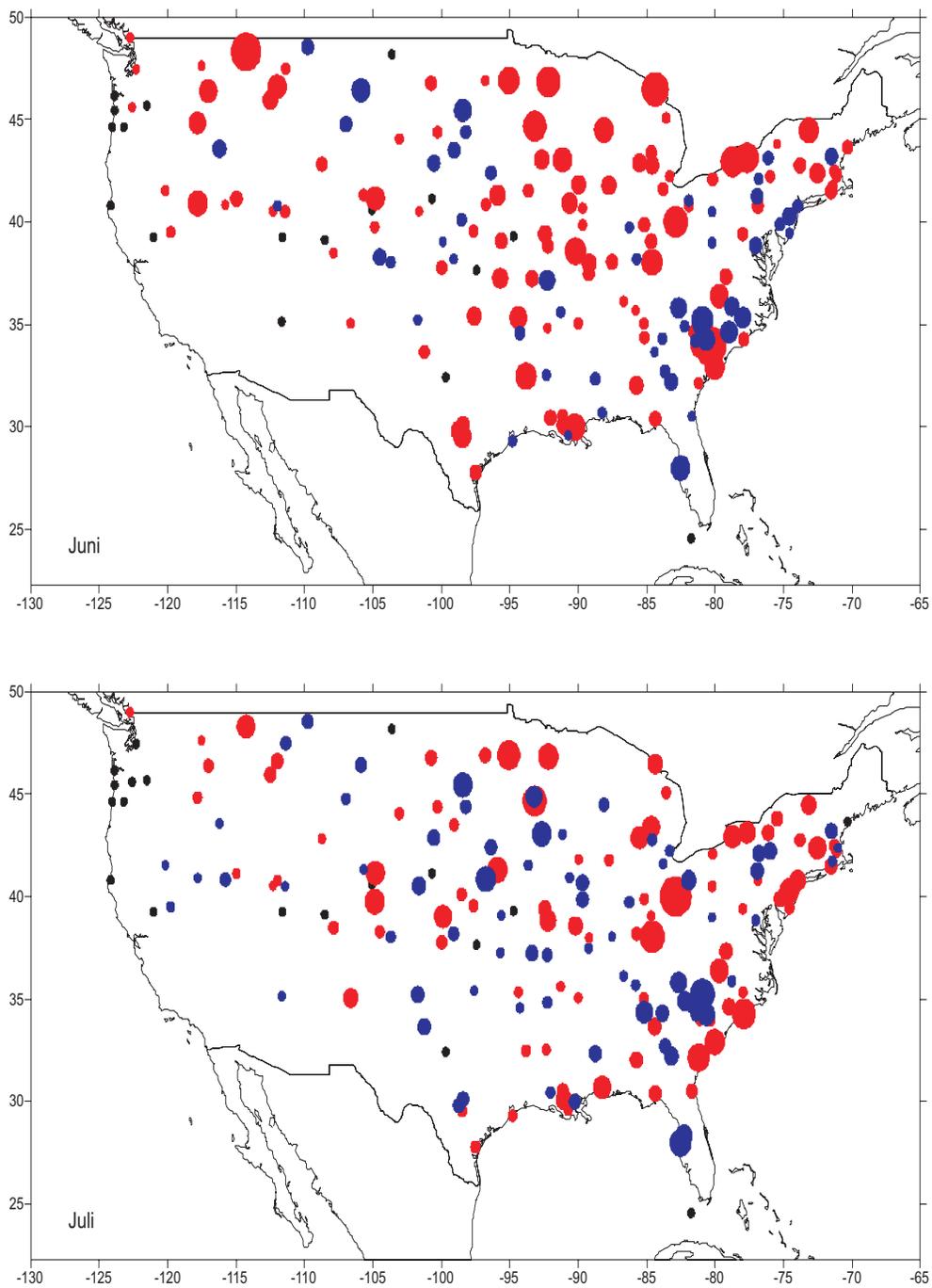


Abbildung 11.35: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten Juni (oben) und Juli (unten). Darstellung analog zu Abbildung 11.32.

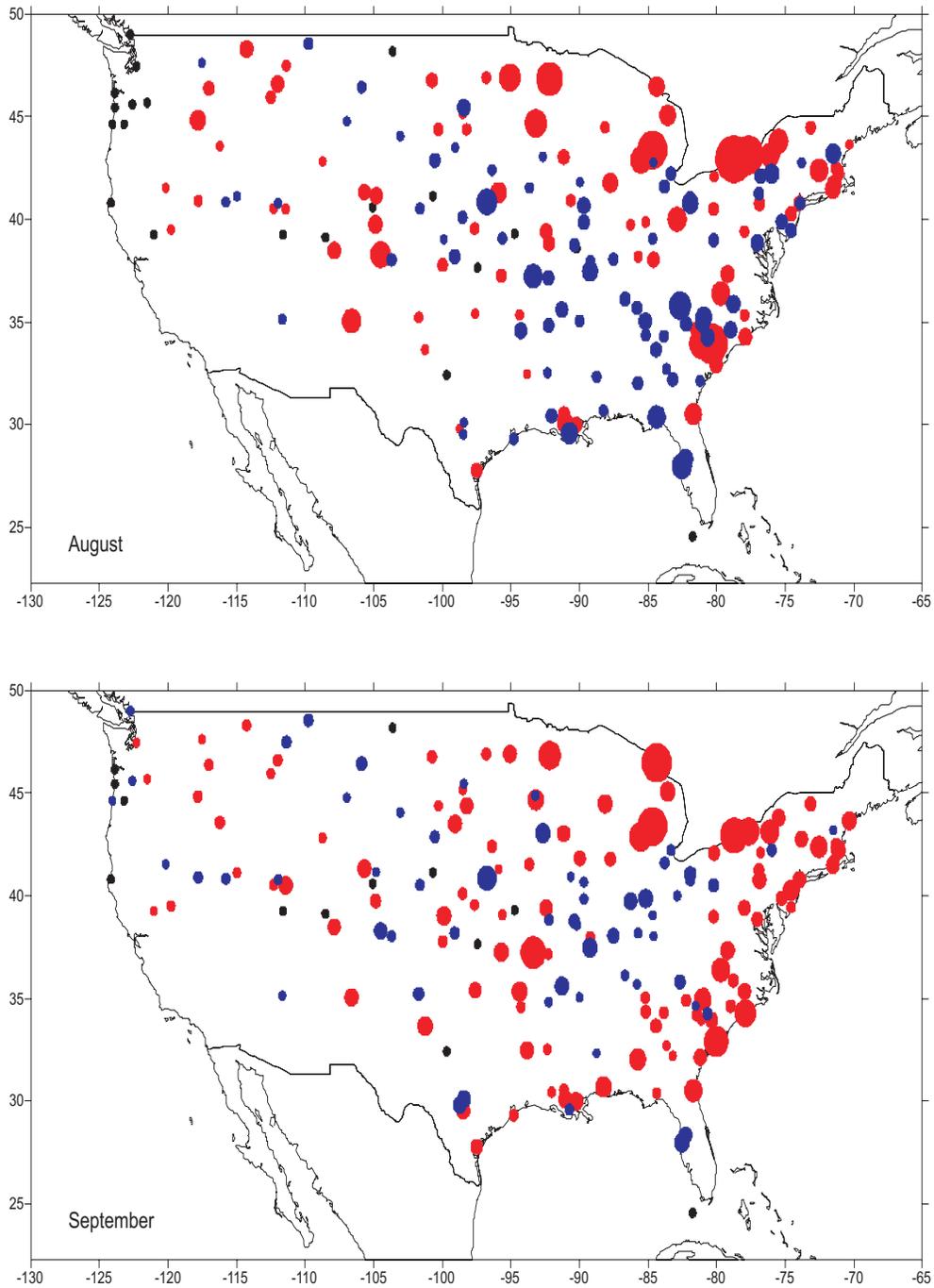


Abbildung 11.36: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten August (oben) und September (unten). Darstellung analog zu Abbildung 11.32.

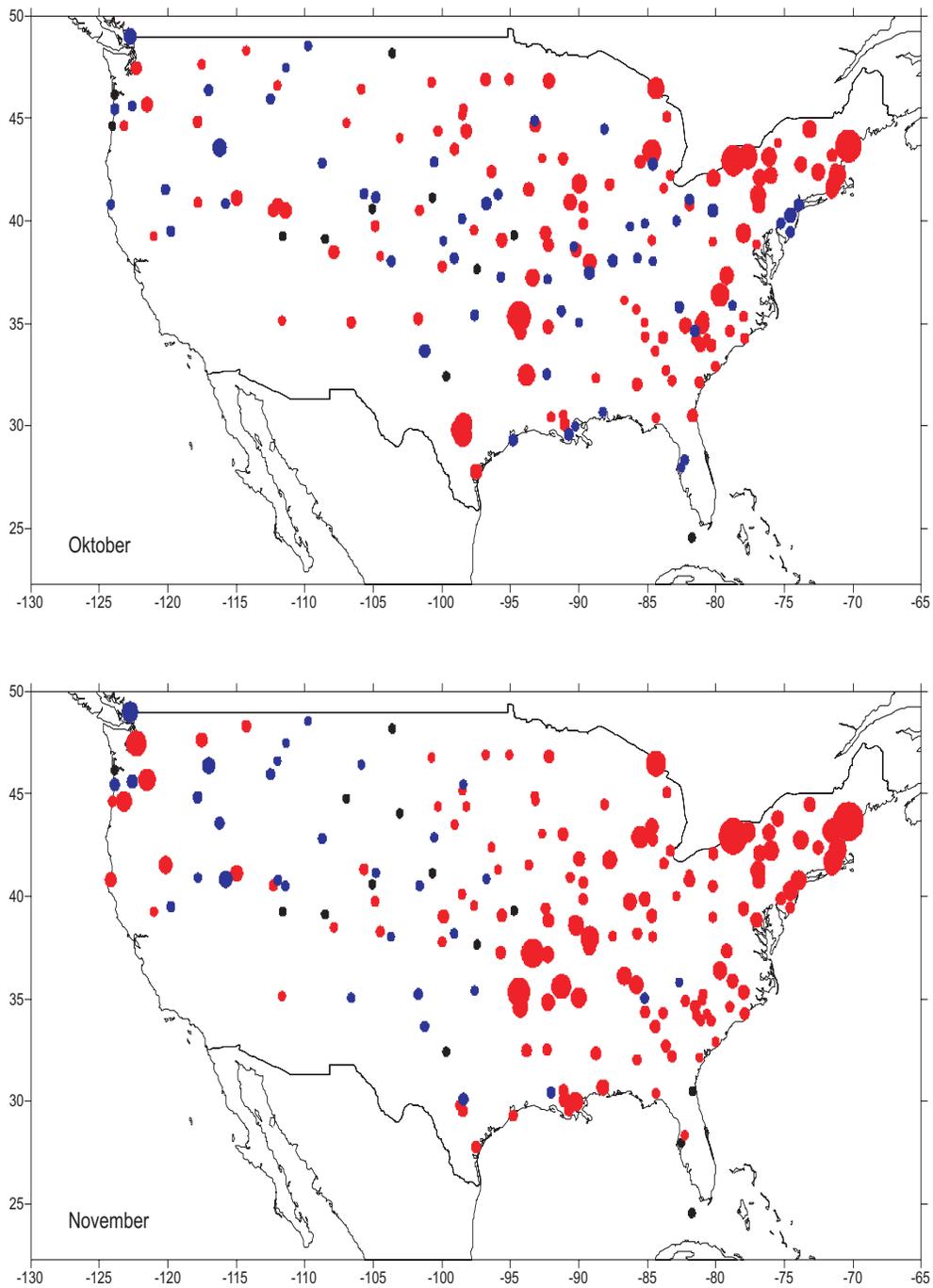


Abbildung 11.37: Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils in den Monaten Oktober (oben) und November (unten). Darstellung analog zu Abbildung 11.32.

In den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils des 20. Jahrhunderts überwiegen die negativen Tendenzen. Wie in Tabelle 11.11 ersichtlich ist, stellen lediglich die Monate Februar und August eine Ausnahme dar. Dem Betrag nach tritt im Juni ($A^+ \approx 34\%$) die stärkste Zunahme und im Februar die stärkste Abnahme ($A^- \approx 13\%$) der Unterschreitungswahrscheinlichkeit auf. Gemittelt über die Wahrscheinlichkeitsänderungen aller betrachteten Stationen der Vereinigten Staaten zeigt sich in den meisten Monaten eine negative Tendenz in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit, also eine Abnahme im Auftreten relativ niedriger Niederschlagssummen während des 20. Jahrhunderts.

Die Darstellung der Änderungen in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit in ihrer geographischen Verteilung in den Abbildungen 11.38 bis 11.43 zeigt tendenziell eher im ariden Bereich der Vereinigten Staaten eine Anhäufung positiver Tendenzen, aber auch an der Atlantikküste in den Frühlings- und Sommermonaten. Westlich der Appalachen dominieren nahezu ganzjährig die negativen Tendenzen in dieser Wahrscheinlichkeit. Auffällig sind dem Betrage nach starke negative Tendenzen westlich der Appalachen im Dezember, im Südosten der Vereinigten Staaten im September und Oktober, sowie im gesamten humiden Bereich im Monat November.

Tabelle 11.11: Analog zu Tabelle 11.10 bzgl. der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Vereinigten Staaten.

Monat	Jan.	Feb.	Mär.	Apr.	Mai	Jun.	Jul.	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
H^0	26	26	26	25	26	30	26	27	23	24	26	26
H^+	62	97	61	66	58	62	78	85	67	56	37	71
H^-	97	62	98	94	101	93	81	73	95	105	122	88
$A^+ [\%]$	14.89	11.41	6.75	10.97	15.83	34.06	18.76	16.22	17.11	13.22	7.47	13.85
$A^- [\%]$	-11.74	-13.22	-10.08	-8.06	-8.12	-6.69	-7.96	-7.92	-11.08	-11.31	-19.73	-11.84
$\mu_A [\%]$	-0.33	0.81	-0.23	-0.20	-0.18	0.00	-0.10	0.12	-0.41	-0.79	-1.87	-0.26

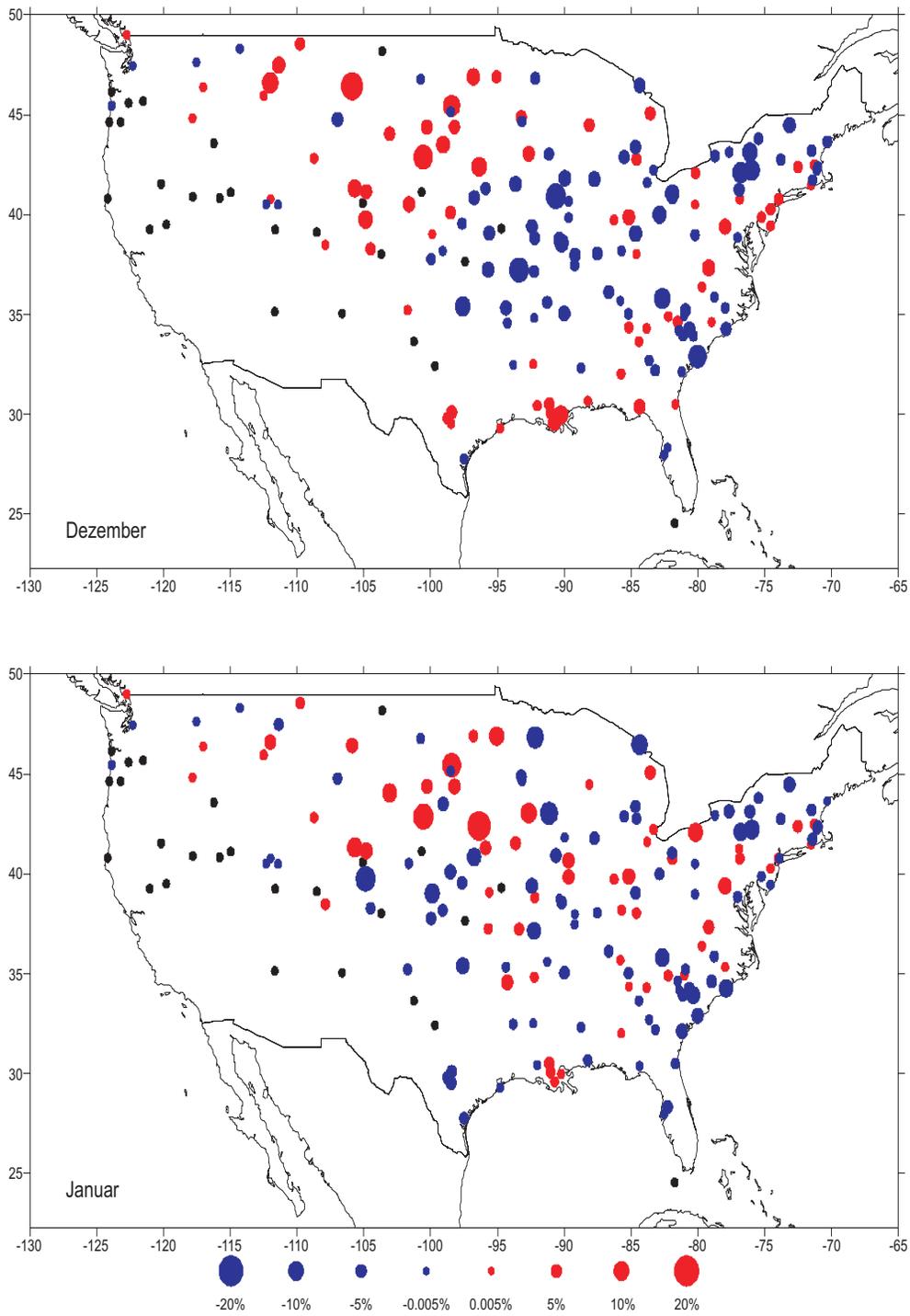


Abbildung 11.38: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Dezember (oben) und Januar (unten). Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert, dessen Größe proportional zur Magnitude der Änderung gewählt ist. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

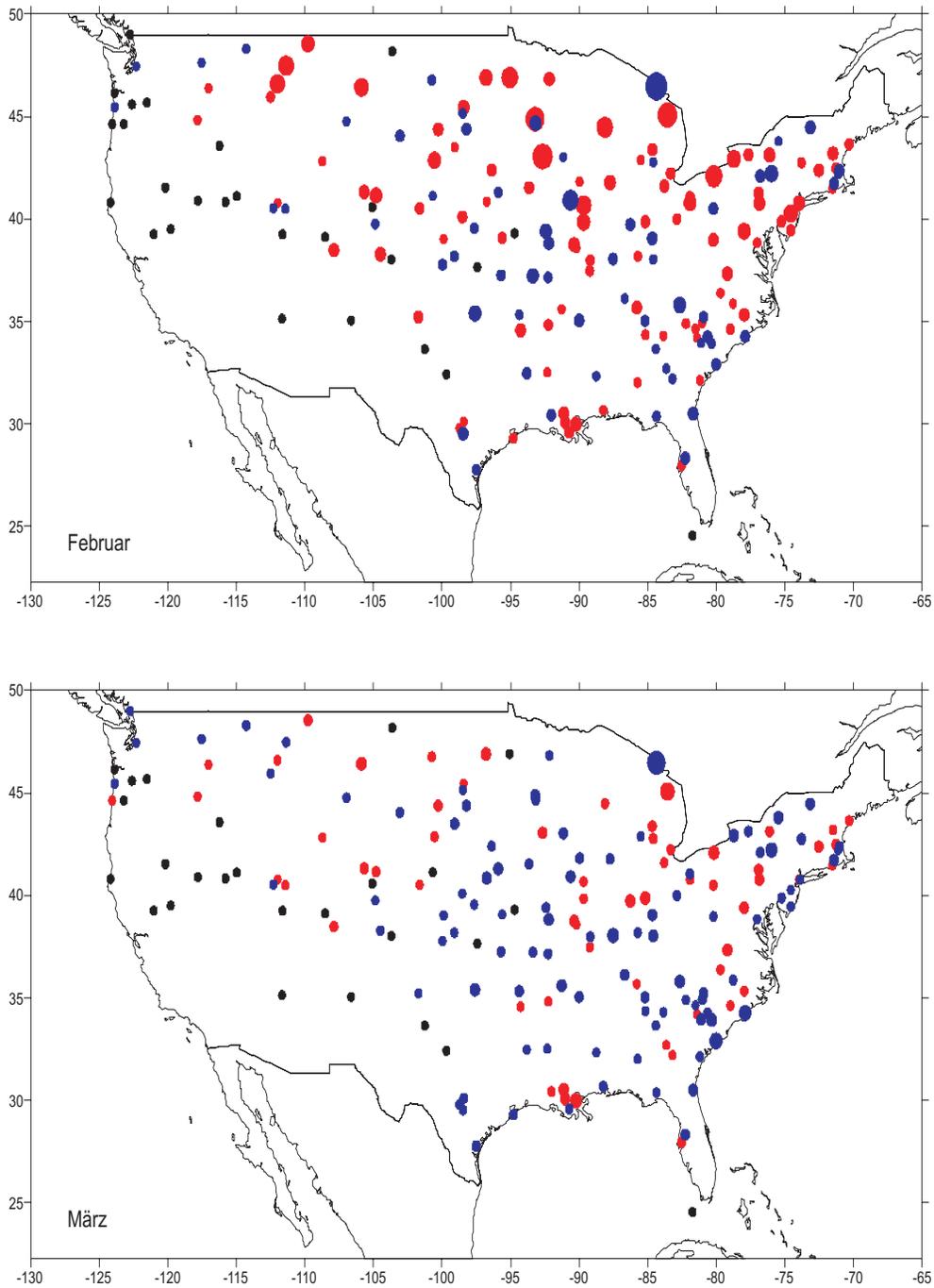


Abbildung 11.39: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Februar (oben) und März (unten). Darstellungen analog zu Abbildung 11.38.

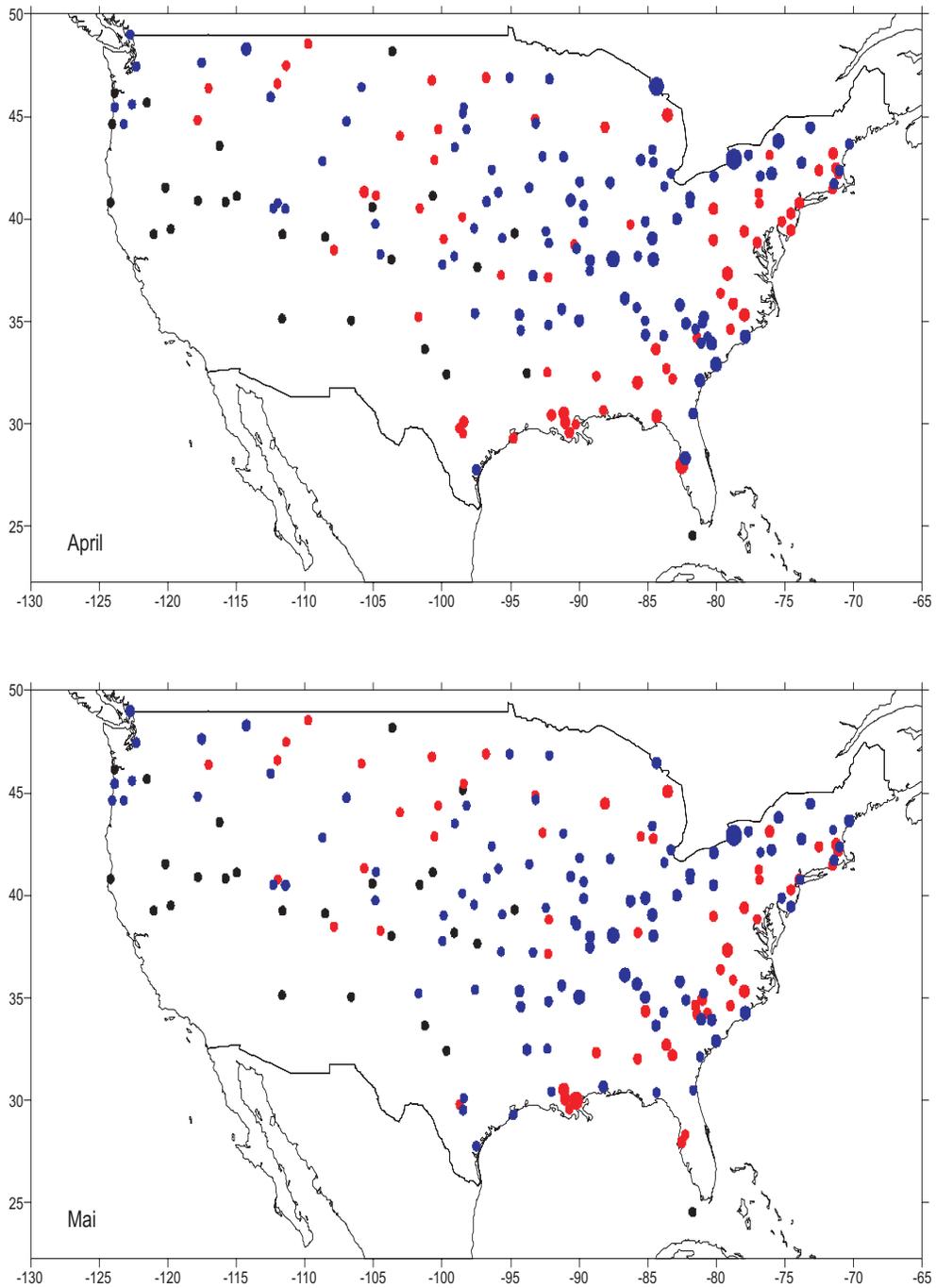


Abbildung 11.40: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten April (oben) und Mai (unten). Darstellungen analog zu Abbildung 11.38.

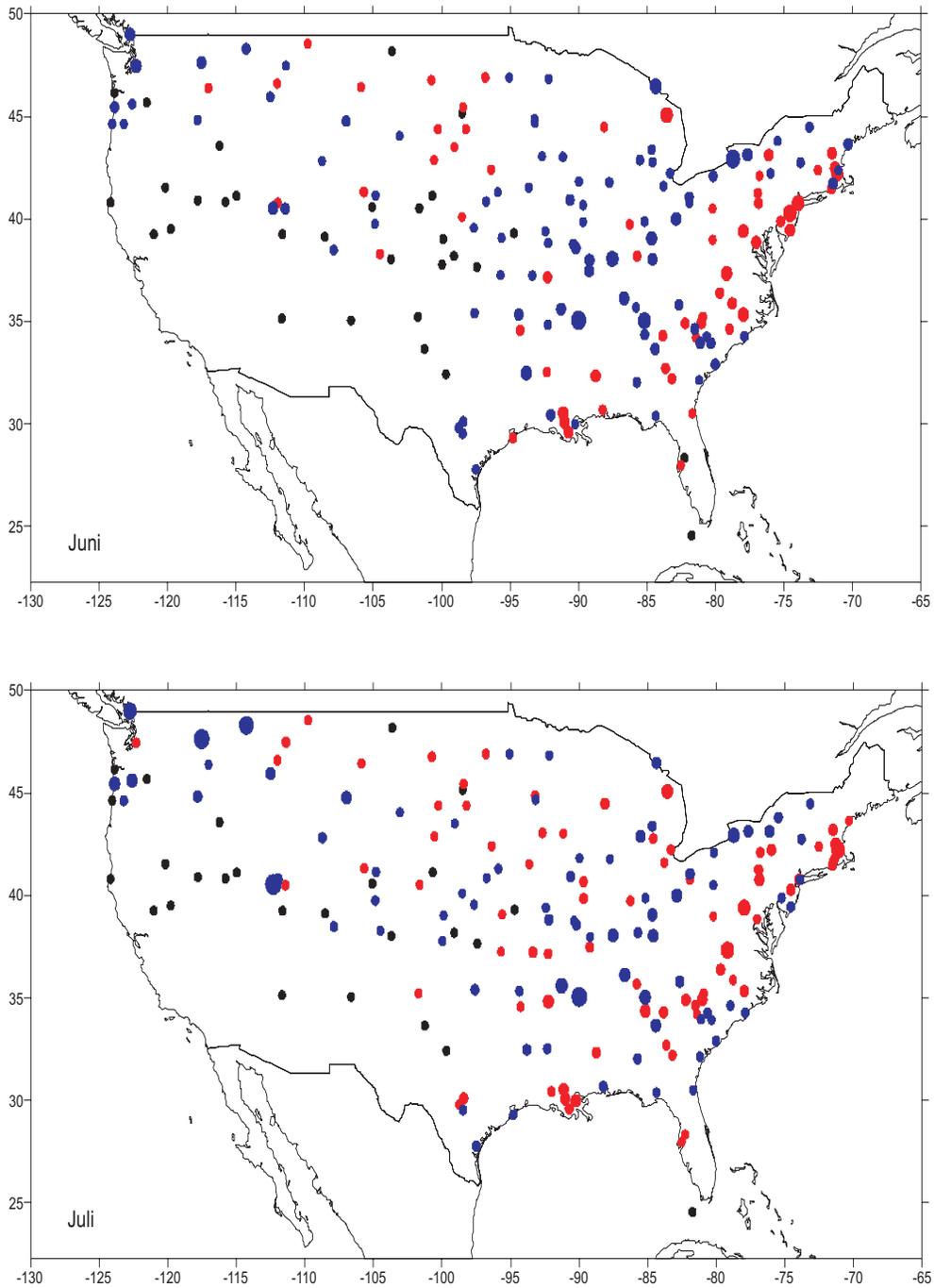


Abbildung 11.41: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Juni (oben) und Juli (unten). Darstellungen analog zu Abbildung 11.38.

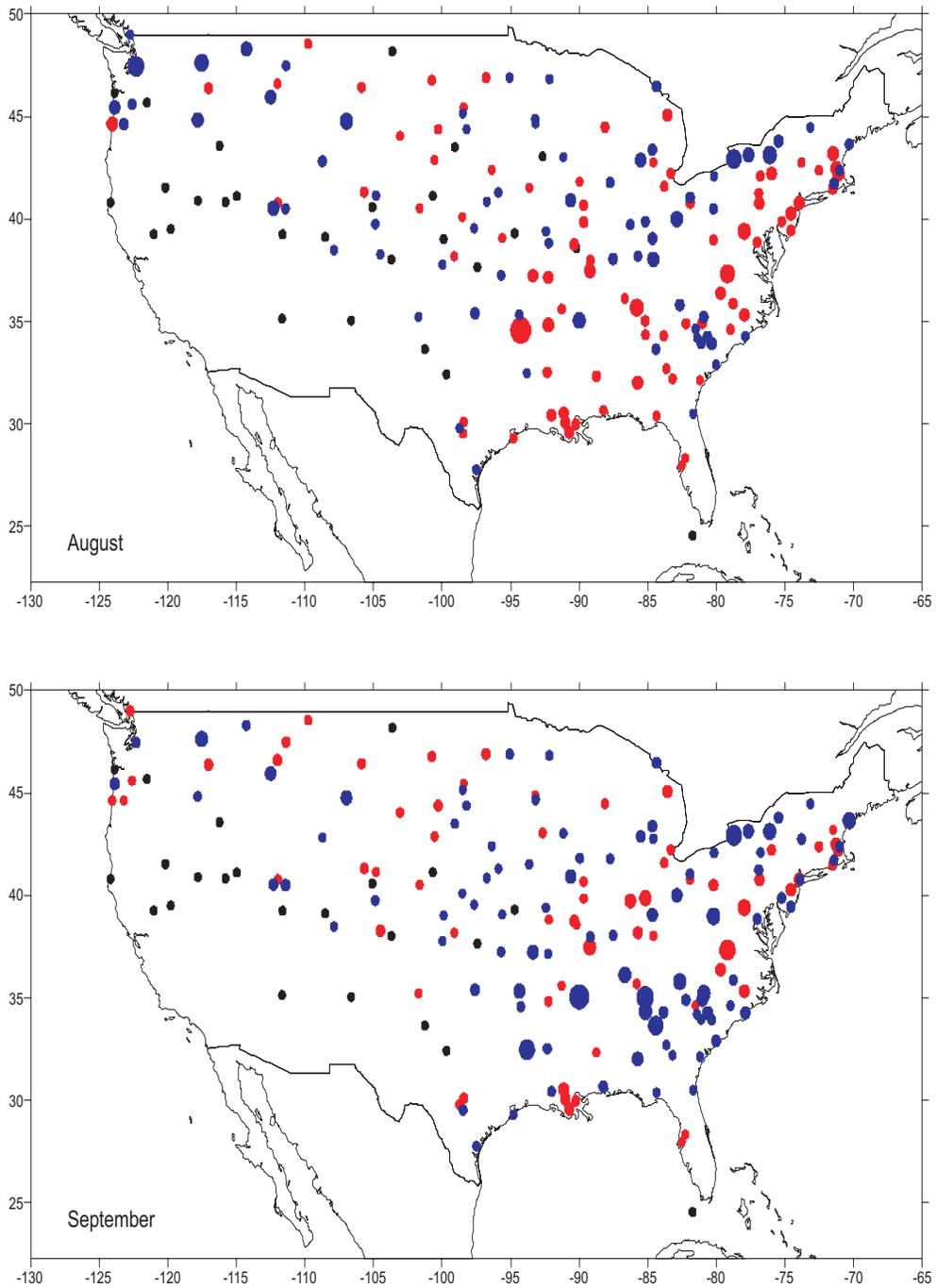


Abbildung 11.42: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten August (oben) und September (unten). Darstellungen analog zu Abbildung 11.38.

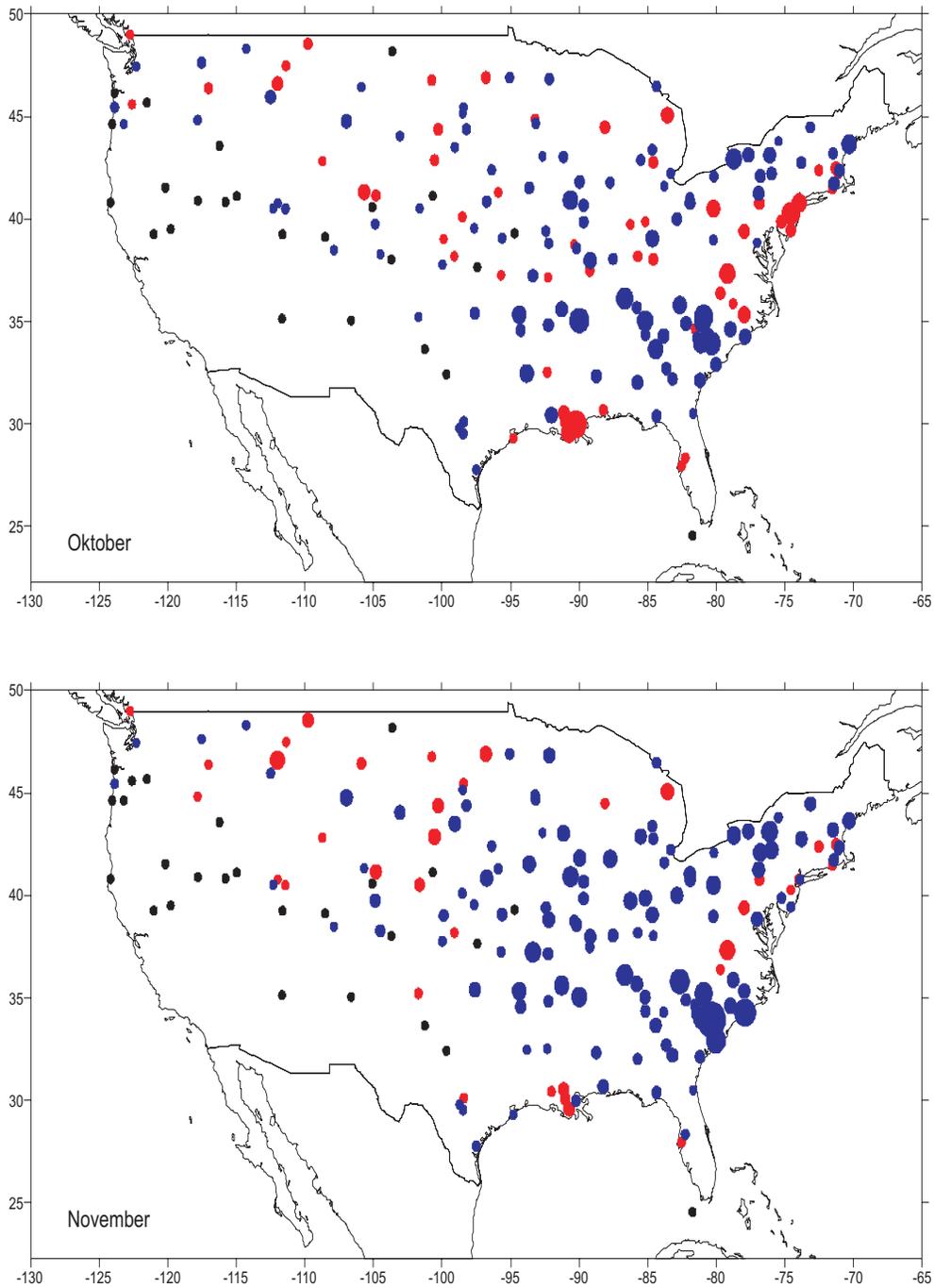


Abbildung 11.43: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Oktober (oben) und November (unten). Darstellungen analog zu Abbildung 11.38.

Kapitel 12

Schlußfolgerungen

Die hier eingeführte Methodik der statistischen Modellierung beinhaltet eine Verallgemeinerung des Konzepts der Zeitreihenzerlegung in einen deterministischen und einen statistischen Anteil. Dabei werden auch in dieser Arbeit, wie im gängigen Komponentenmodell mit unabhängigen normalverteilten Abweichungen vom Mittel, Klimazeitreihen als Realisation eines Zufallsprozesses verstanden. Da die Annahme eines Gauss-Prozesses zwar für Temperaturzeitreihen hinreichend erscheint, jedoch die Interpretation von Niederschlagsreihen und beobachteten Zeitreihen der meisten anderen gebräuchlichen Klimavariablen als Realisation unabhängiger Gauß-verteilter Zufallsvariablen konstanter Varianz statistisch unge-rechtfertigt ist, können diese Zufallsvariablen nun einer frei wählbaren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion genügen. Weiterhin werden unter Aufhebung der gängigen Beschränkung auf die Schätzung einer zeitlich veränderlichen Lokation (Mittelwert), zeitlich strukturierte Änderungen auch in anderen Parametern der wählbaren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gesucht. Diese verallgemeinerte Methodik wurde nun auf das Gaußmodell mit variablem Mittel und variabler Varianz, das Gumbelmodell mit variablem Lage- und Streuparameter mit Schwerpunkt Skala, das Gumbelmodell mit variablem Lage- und Streuparameter mit Schwerpunkt Lokation und das Weibullmodell mit variablem Streu- und Formparameter angewendet. Die Detektion klimatologisch interpretierbarer Basisfunktionen in zwei Parametern der zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion geschieht auf der Grundlage des Maximum-Likelihood-Prinzips und gelangt zu robusten Schätzern aller, in Konkurrenz zueinander zugelassener, Komponenten in beiden Parametern. Es werden simultan Trend-, saisonale und niederfrequente Komponenten sowie Extremereignisse betrachtet.

Die Methode repräsentiert ein hohes Maß an Flexibilität für die analytische Beschreibung von Klimazeitreihen verschiedener statistischer Charakteristika. Insbesondere konnte gezeigt werden, daß die Methodik eine statistische Modellierung von Zeitreihen monatlicher Niederschlagssummen durch eine Zerlegung in einen klimatologisch interpretierbaren, deterministischen Anteil und einen statistischen Anteil erreicht. Die statistische Modellierung liefert eine analytische Beschreibung der analysierten Klimazeitreihe in Form einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für jeden Zeitpunkt des Beobachtungszeitraums. Niederschlagsregime extrem arider Gebiete stellen allerdings die Grenze der Methode dar, denn eine vertrauenswürdige Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in Jahreszeiten

mit sehr seltenen Niederschlägen ist nicht möglich und erfordert eine grundsätzlich andere Herangehensweise zur Modellierung der Reihen.

Auf Basis einer gelungenen Modellierung können zum einen Unter- und Überschreitungswahrscheinlichkeiten beliebiger Schwellenwerte für jeden Zeitpunkt des betrachteten Beobachtungszeitraums vertrauenswürdig geschätzt werden. Zum anderen können auch jahreszeitlich differenzierte Änderungen im Mittel, also gebräuchliche Trends, aus der statistischen Modellierung abgeleitet werden. Im Gegensatz zum Kleinst-Quadrate-Schätzer, können nun Änderungen in verschiedenen Verteilungsparametern eingehen und die Schätzer werden nicht durch unerfüllte Modellannahmen beeinflusst. Desweiteren können jahreszeitlich differenzierte Trends im Mittel auf Basis der gesamten Zeitreihenlänge statt auf Basis der kürzeren Reihen der einzelnen Monate geschätzt werden. Durchgeführte Monte-Carlo-Simulationen bescheinigen den aus kürzeren Reihen resultierenden, starken negativen Einfluß auf die statistischen Eigenschaften der Kleinst-Quadrate-Schätzer. Die eingeführte Methodik leistet im Rahmen des öffentlichen als auch wissenschaftlichen Interesses an vertrauenswürdigen Schätzungen von Eintrittswahrscheinlichkeiten klimatischer Extreme und deren Änderungen ebenso wie an vertrauenswürdigen Schätzern langfristiger Trends im Mittel einen relevanten Beitrag.

Anhang A

Robuste Schätzung

Im Rahmen der angestrebten statistischen Modellierung werden Schätzer zur Beschreibung strukturierter Komponenten in zwei Parametern, $P_g(t)$ und $P_r(t)$ (siehe Gleichungen 5.1 und 5.2), einer wählbaren Verteilung gesucht. Nun ist es denkbar, daß gemachte Verteilungsannahmen nicht hinreichend erfüllt sind. Eine robuste Statistik sollte bei Abweichungen von den Modellannahmen, sei es durch starke Abweichungen einzelner Werte oder durch kleinere Abweichungen mehrerer Werte, nicht allzu weit wegdriften. Wie sensitiv die Schätzung strukturierter Komponenten gegenüber solchen Abweichungen ist, hängt von der Gewichtsfunktion $\psi(x(t), P_g(t), P_r(t))$ ab. Die Gewichtsfunktion der Gaußverteilung im Falle konstanter Varianz ist $\psi(x(t), \mu(t), \sigma_o) = x(t) - \hat{\mu}(t)$. Das bedeutet, der Einfluß eines einzelnen Wertes steigt mit seinem Abstand an. Da die Funktion nicht nach oben beschränkt ist, kann ein einzelner Wert also unbeschränkten Einfluß erlangen. Dieser Punkt führt zum Begriff des Bruchpunktes (breakdown point) ϵ^* . Für eine formale Definition des Bruchpunktes ϵ^* sei an Huber (1981) verwiesen. Der Bruchpunkt kann Werte zwischen 0 und 0.5 annehmen und stellt eine Kenngröße der Robustheit dar. Er gibt diejenige Grenze an, bis zu welchem Maß die zugrundeliegende Verteilungsfunktion sich ändern kann ohne den Schätzwert $T_n = T_n(x_1, \dots, x_n)$ unbeschränkt zu verändern. Aufgrund des dargelegten unbeschränkten Einflusses eines einzelnen Wertes im Falle des Kleinst-Quadrate-Schätzers, beträgt der Bruchpunkt des arithmetischen Mittels $\epsilon^* = 0$. Das Gegenbeispiel liefert der Median, der Schätzer des Lageparameters der Gumbelverteilung im Fall eines konstanten Streuparameters. Die dazugehörige Gewichtsfunktion ist $\psi(x(t), a(t), b_o) = \text{sgn}(x(t) - \hat{a}(t))$. Eine beliebige Veränderung des Medians durch Ausreißer ist nicht möglich, solange ihr Anteil weniger als 50% beträgt, denn der Median ist gerade dadurch charakterisiert, daß jeweils mindestens 50% der Beobachtungen größer gleich bzw. kleiner gleich dem Median sind. Der Bruchpunkt von M-Schätzern ist gegeben durch

$$\epsilon^* = \frac{\eta}{1 + \eta} \quad \text{mit} \quad \eta = \min \left\{ -\frac{\psi(-\infty)}{\psi(+\infty)}, -\frac{\psi(+\infty)}{\psi(-\infty)} \right\}, \quad (\text{A.1})$$

falls ψ eine monotone beschränkte Funktion ist. Ist somit $-\psi(-\infty) = \psi(+\infty)$, so ergibt sich stets $\eta = 1$ und damit der maximale Bruchpunkt $\epsilon^* = 0.5$.

Anhang B

Trendkarten nach der Kleinst-Quadrate-Methode

In Kapitel 11.2.7 werden aus der statistischen Modellierung der Niederschlagszeitreihen Deutschlands auf Basis des Gumbelmodells mit Schwerpunkt Skala Änderungen im Mittel monatlicher Niederschlagssummen abgeleitet. Die Ergebnisse sind in Form von Trendkarten für jeden Kalendermonat in den Abbildungen 11.23 bis 11.28 dargestellt. In ihrer Bewertung stehen sie den gebräuchlichen Karten, die auf Basis der Kleinst-Quadrate-Methode gewonnenen werden, gegenüber. Die folgenden Abbildungen B.1 bis B.6 zeigen also zum direkten Vergleich die Karten des linearen Trends in Millimeter Niederschlag für jeden Kalendermonat und den Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000 unter Anwendung des Kleinst-Quadrate-Schätzers auf die Niederschlagssummen des jeweiligen Monats.

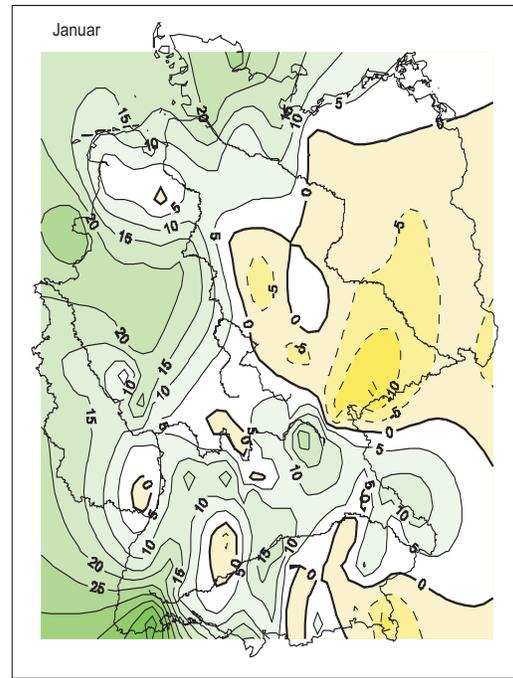
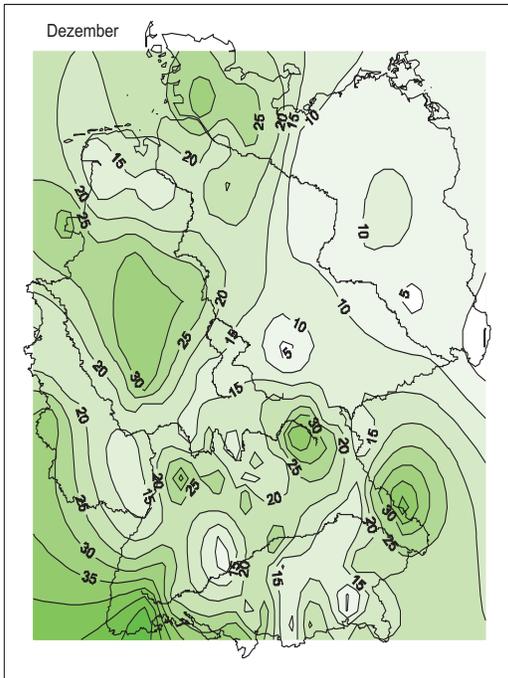


Abbildung B.1: Trendkarten der Monate Dezember (links) und Januar (rechts).

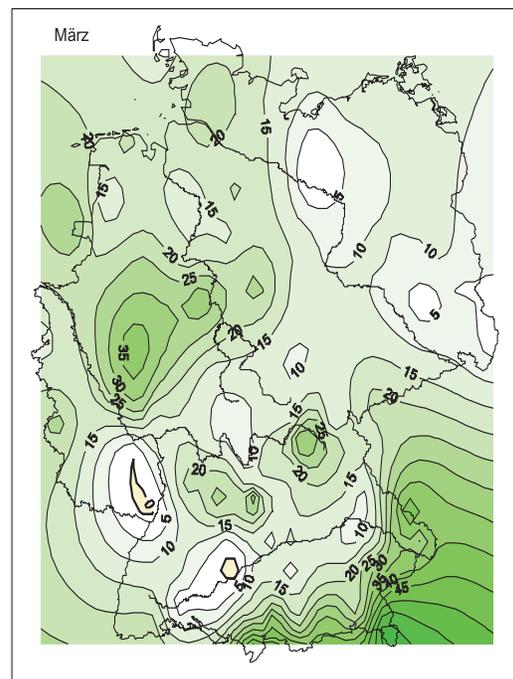
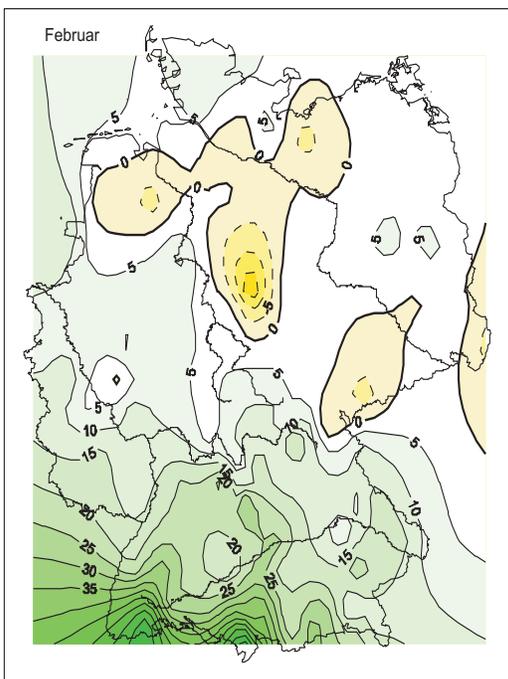


Abbildung B.2: Trendkarten der Monate Februar (links) und März (rechts).

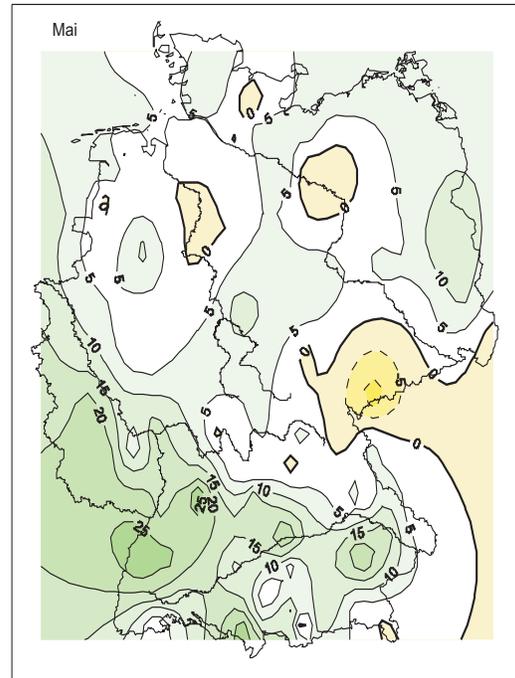
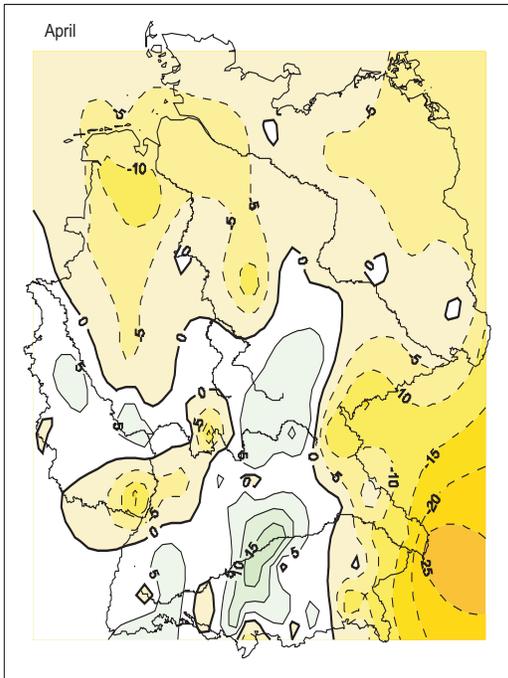


Abbildung B.3: Trendkarten der Monate April (links) und Mai (rechts).

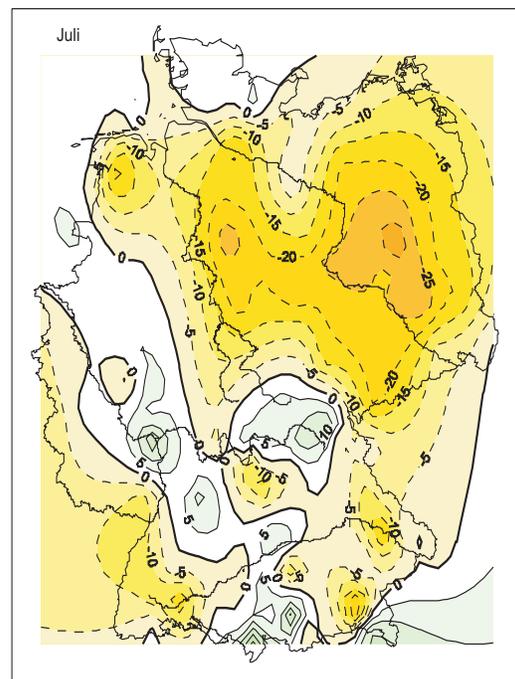
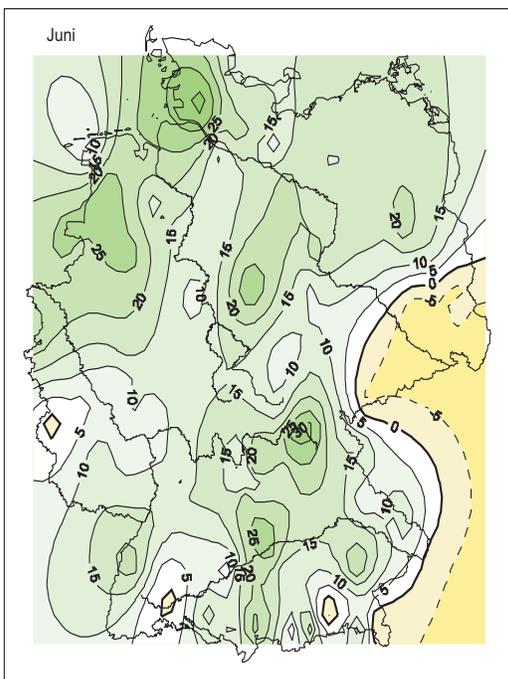


Abbildung B.4: Trendkarten der Monate Juni (links) und Juli (rechts).

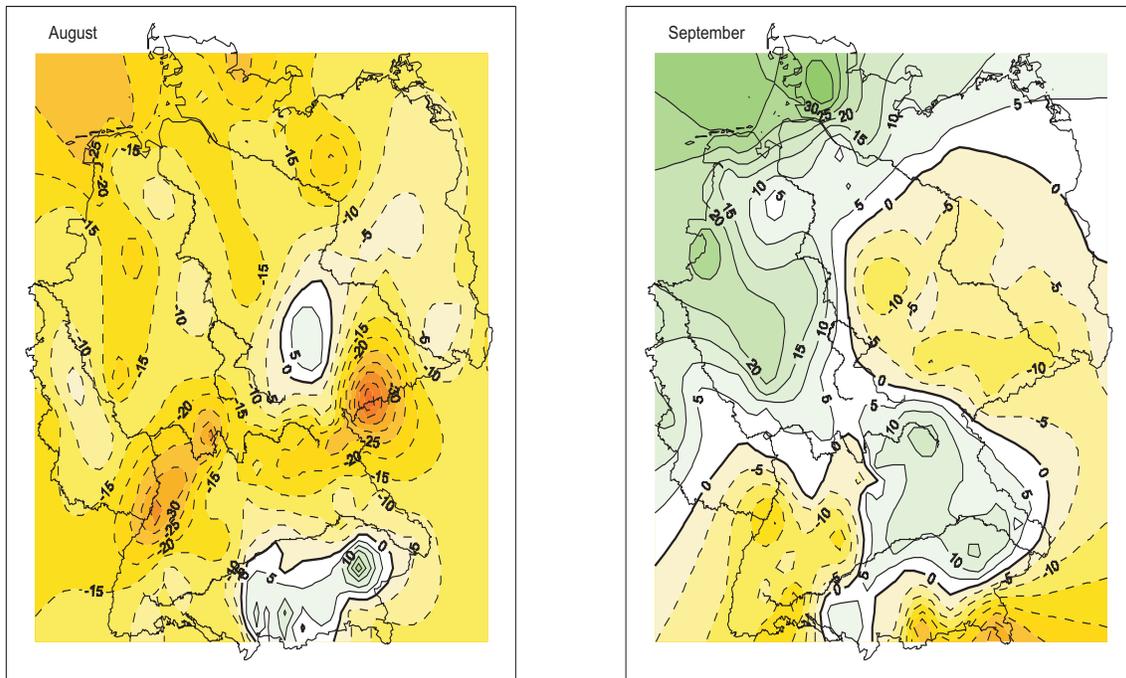


Abbildung B.5: Trendkarten der Monate August (links) und September (rechts).

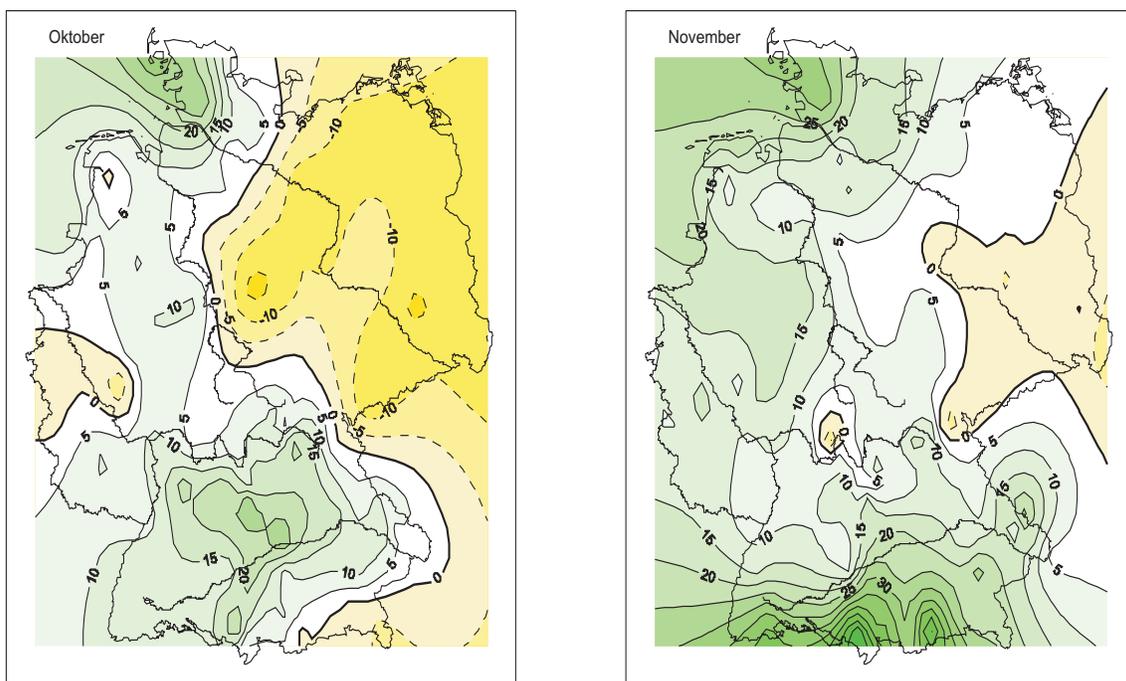


Abbildung B.6: Trendkarten der Monate Oktober (links) und November (rechts).

Anhang C

Analyse europäischer Stationen

C.1 Überschreitungswahrscheinlichkeiten

In Kapitel 11.1 sind exemplarisch für die Monate Januar und August Grafiken (Abbildungen 11.2 und 11.3) zur Änderung in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im 20. Jahrhundert dargestellt. In die Analysen sind 258 Stationszeitreihen monatlicher Niederschlagssummen, 1901 bis 2000, eingegangen. Die Ergebnisse basieren in Polen, Rumänien und Deutschland auf dem Gumbelmodell mit Schwerpunkt Skala und in den verbleibenden Ländern auf dem Weibullmodell. Die folgenden Graphiken zeigen nun die Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit für alle Kalendermonate.

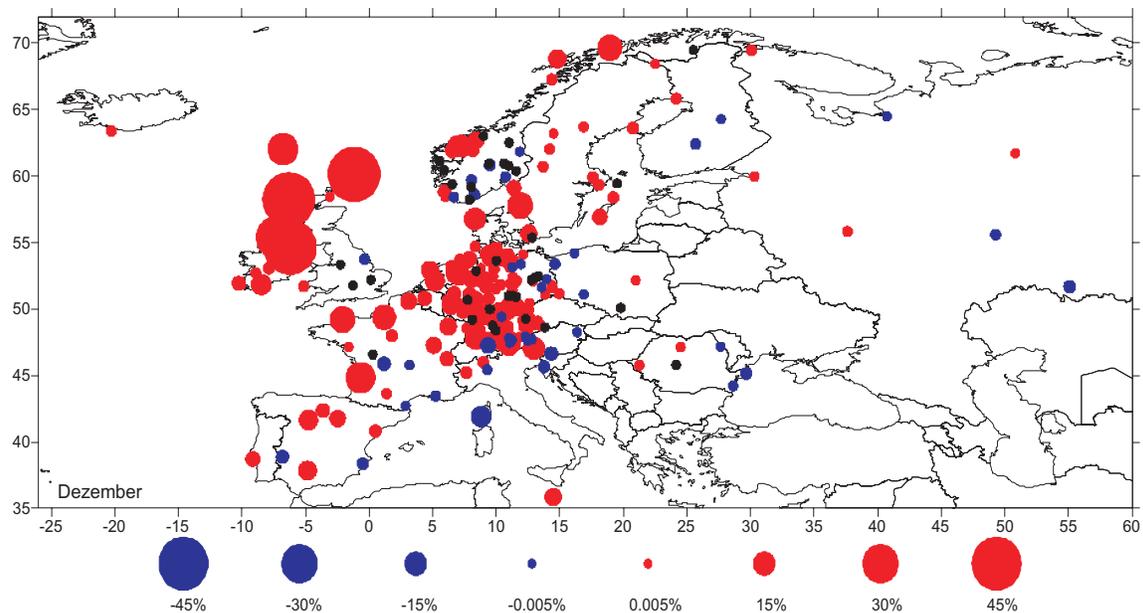


Abbildung C.1: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Dezember in Europa. Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert. Die Größe der Punkte ist proportional zur Magnitude der Änderung gewählt. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

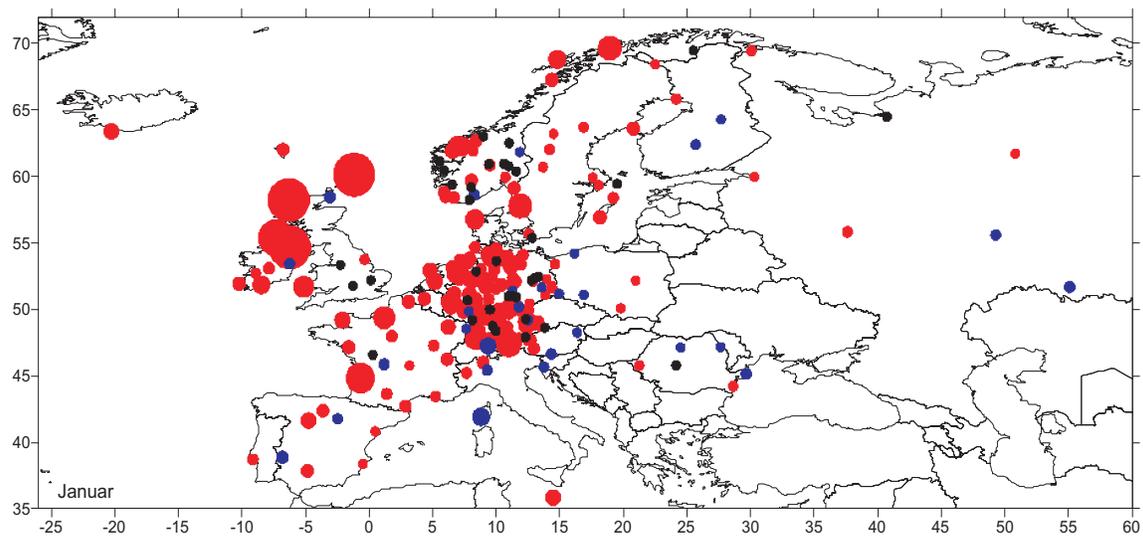


Abbildung C.2: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Januar in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

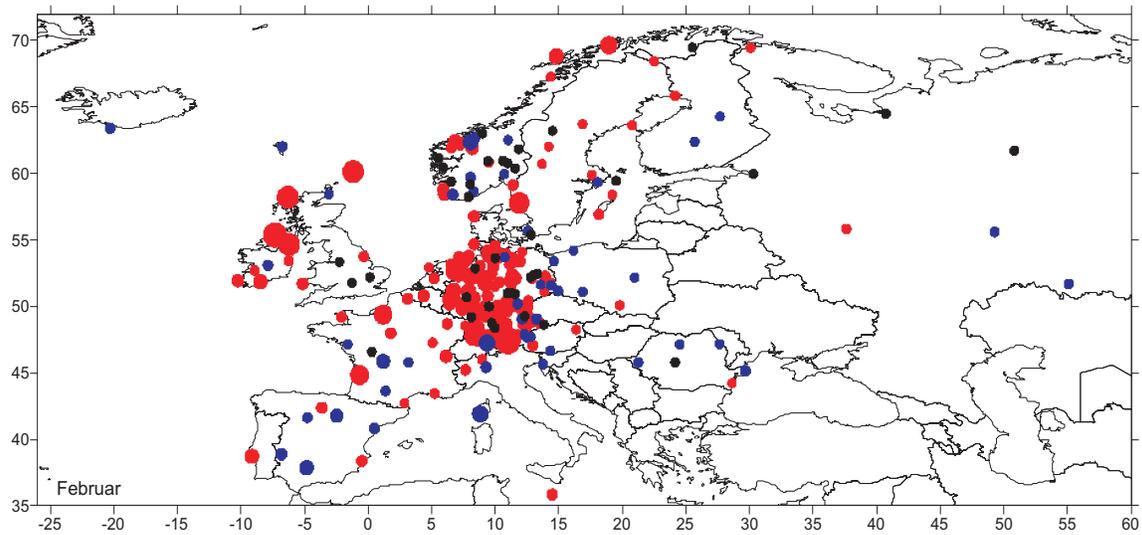


Abbildung C.3: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Februar in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

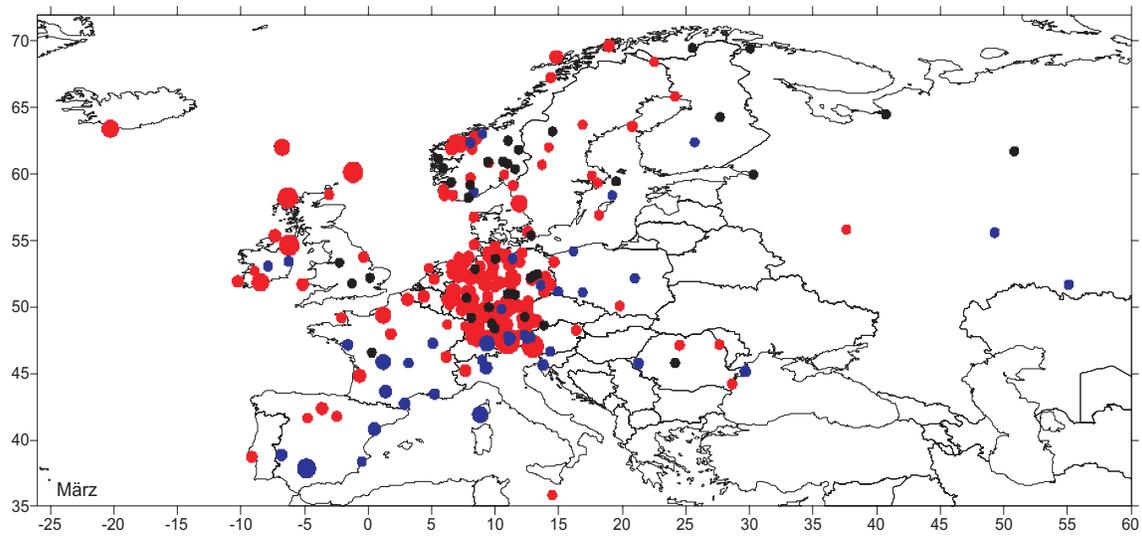


Abbildung C.4: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat März in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

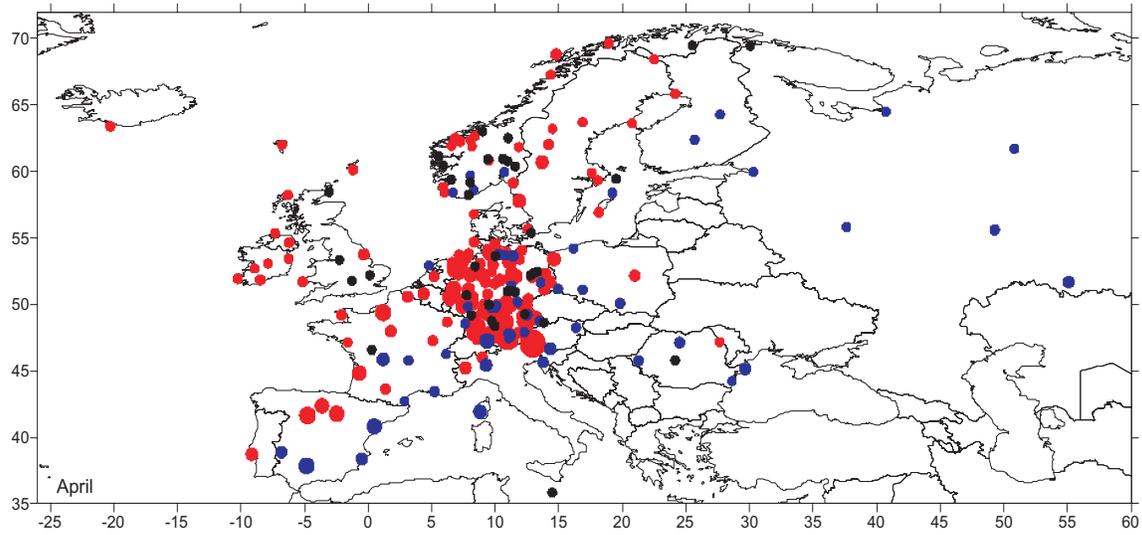


Abbildung C.5: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat April in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

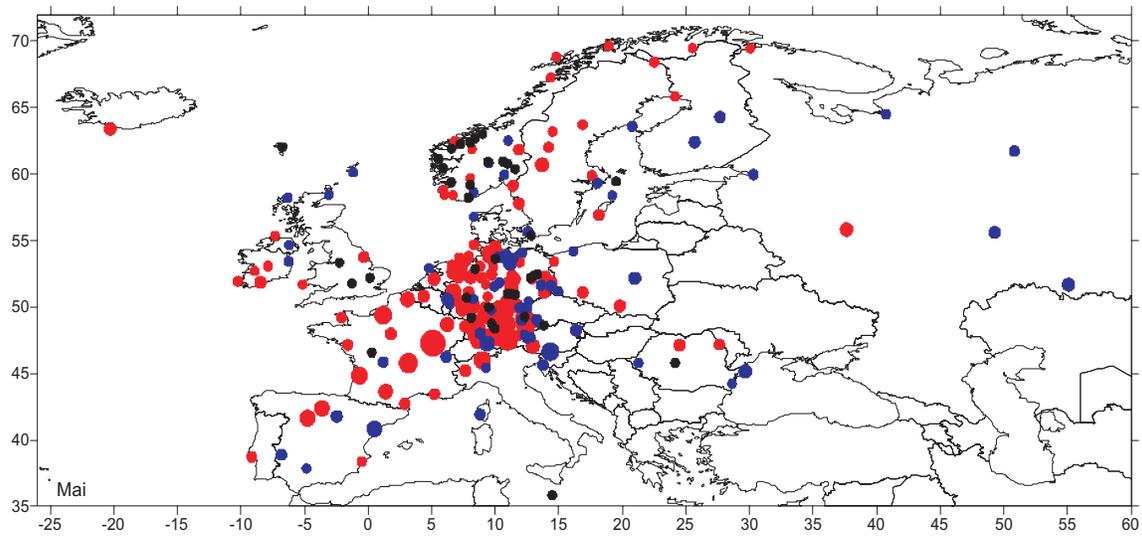


Abbildung C.6: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Mai in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

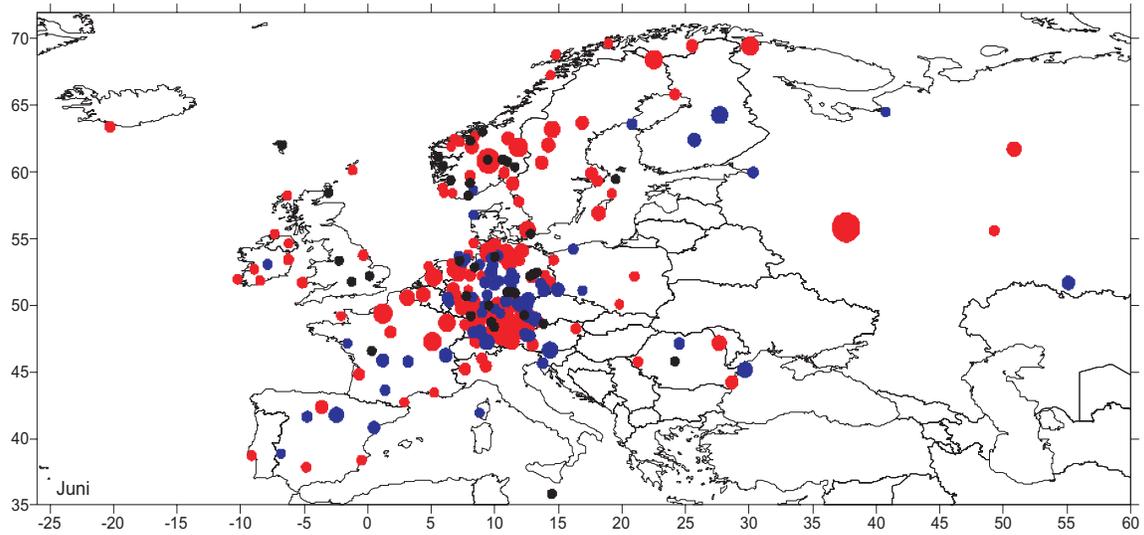


Abbildung C.7: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Juni in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

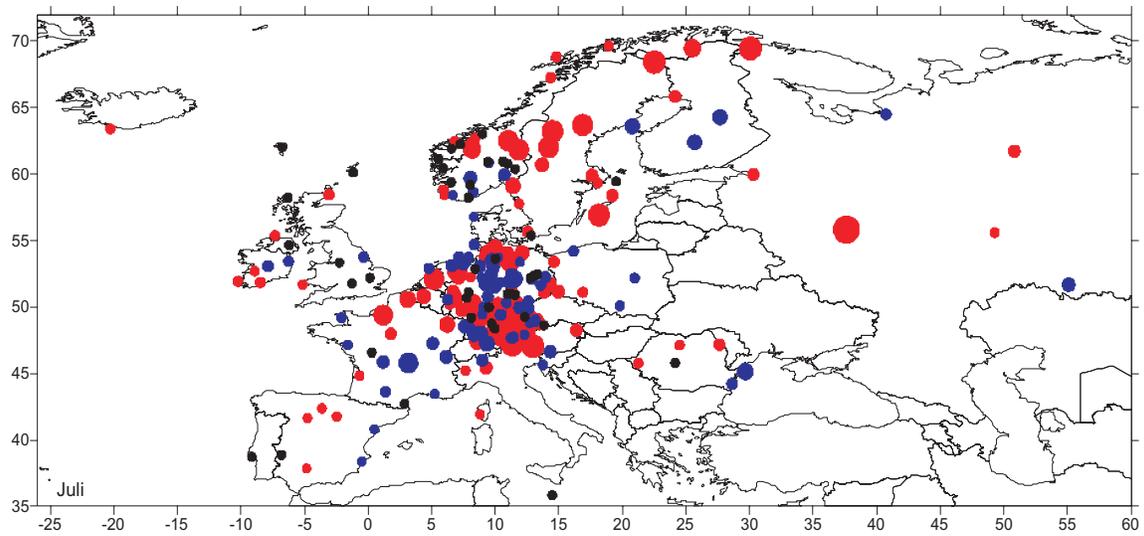


Abbildung C.8: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Juli in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

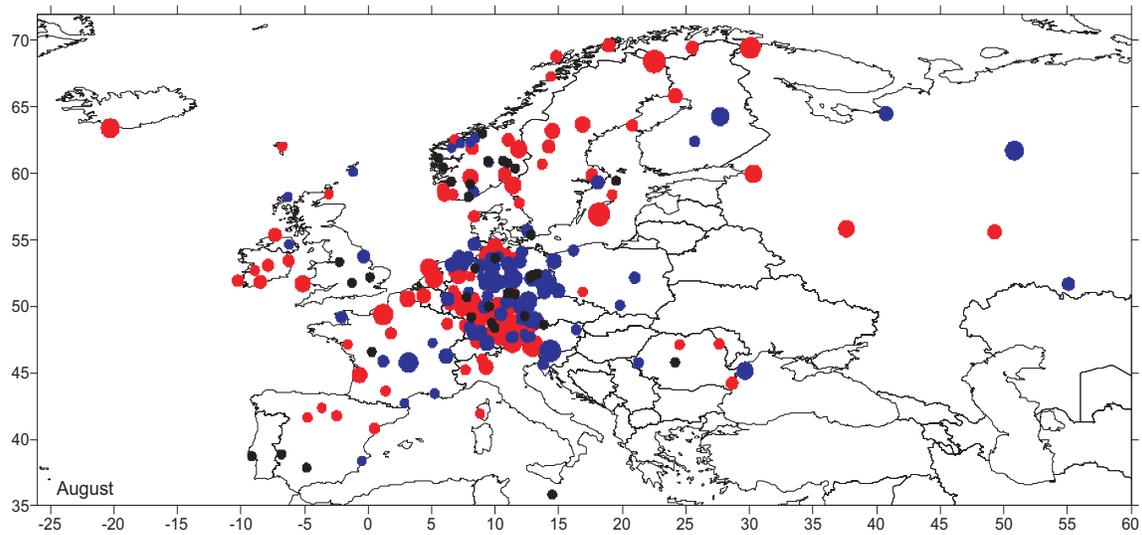


Abbildung C.9: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat August in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

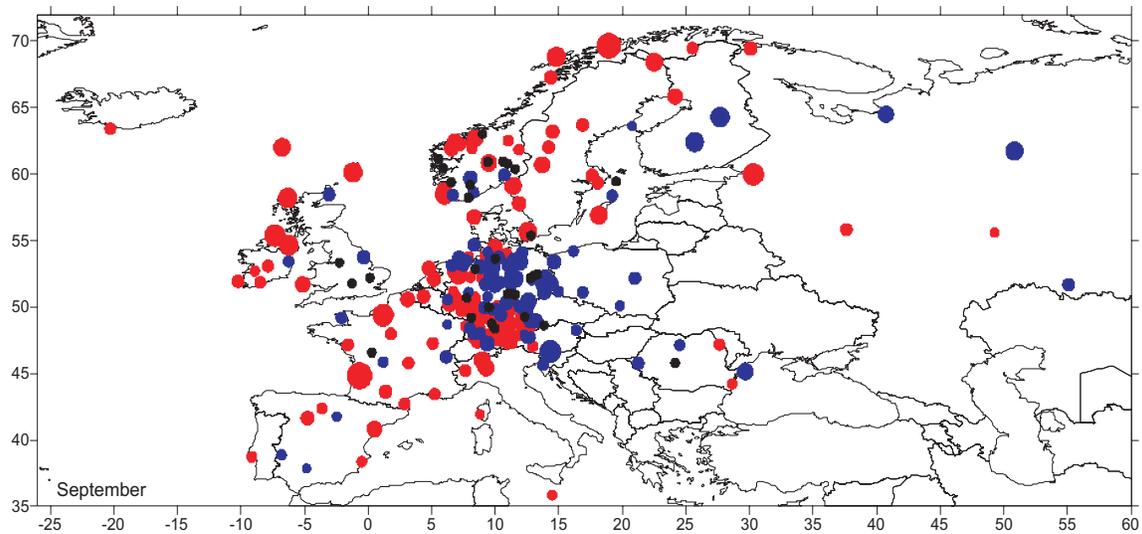


Abbildung C.10: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat September in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

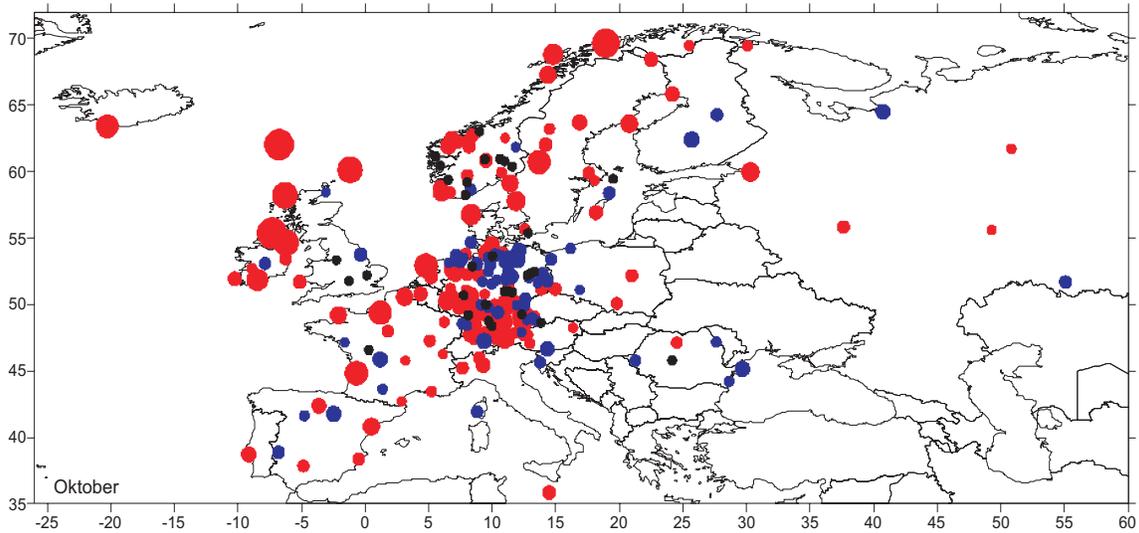


Abbildung C.11: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat Oktober in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

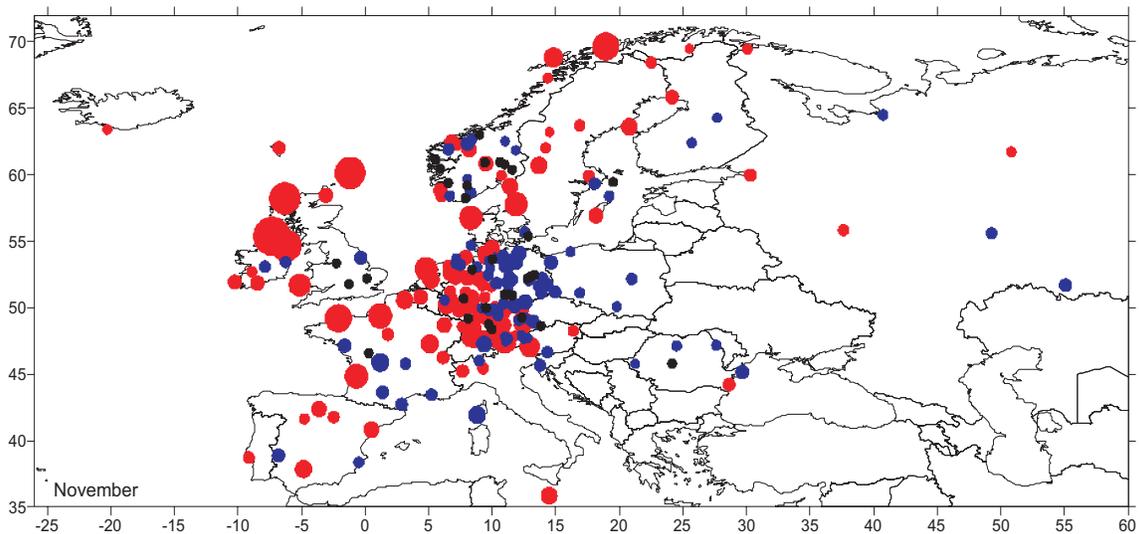


Abbildung C.12: Änderungen in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils im Monat November in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.1.

C.2 Unterschreitungswahrscheinlichkeiten

Nach der Darstellung geschätzter Änderungen in der Überschreitungswahrscheinlichkeit des 95%-Perzentils an Niederschlagsstationen Europas (vgl. Anhang C.1), folgen nun die analogen Grafiken für die Änderungen in der Unterschreitungswahrscheinlichkeit des 5%-Perzentils im 20. Jahrhundert für die Monate Januar bis Dezember.

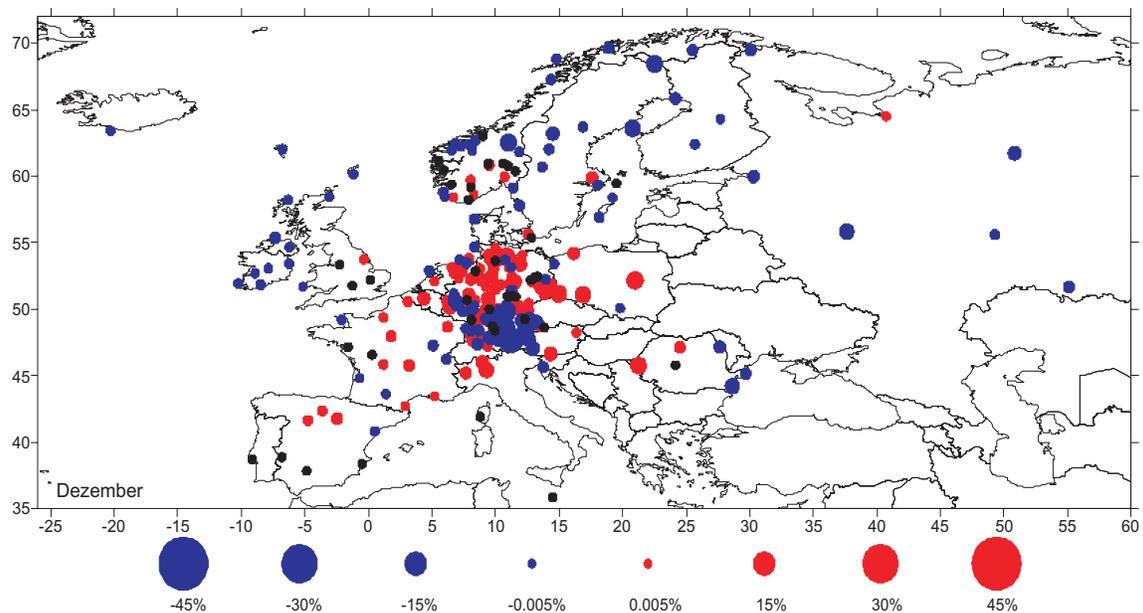


Abbildung C.13: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Dezember in Europa. Positive Änderungen sind durch einen roten und negative Änderungen durch einen blauen Punkt markiert. Die Größe der Punkte ist proportional zur Magnitude der Änderung gewählt. Schwarze Punkte bezeichnen unveränderte Wahrscheinlichkeiten ($<0.005\%$).

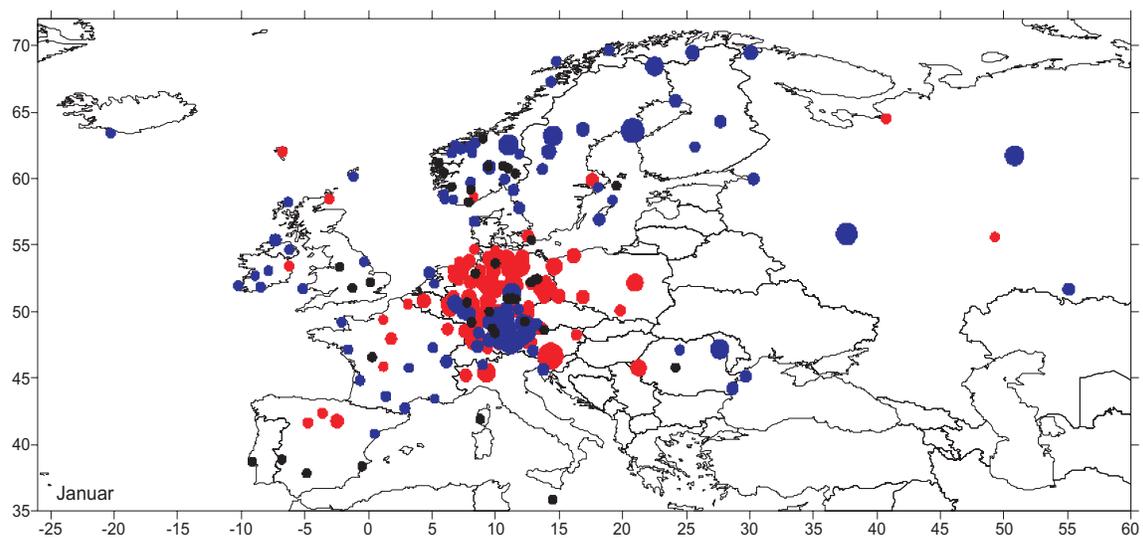


Abbildung C.14: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Januar in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

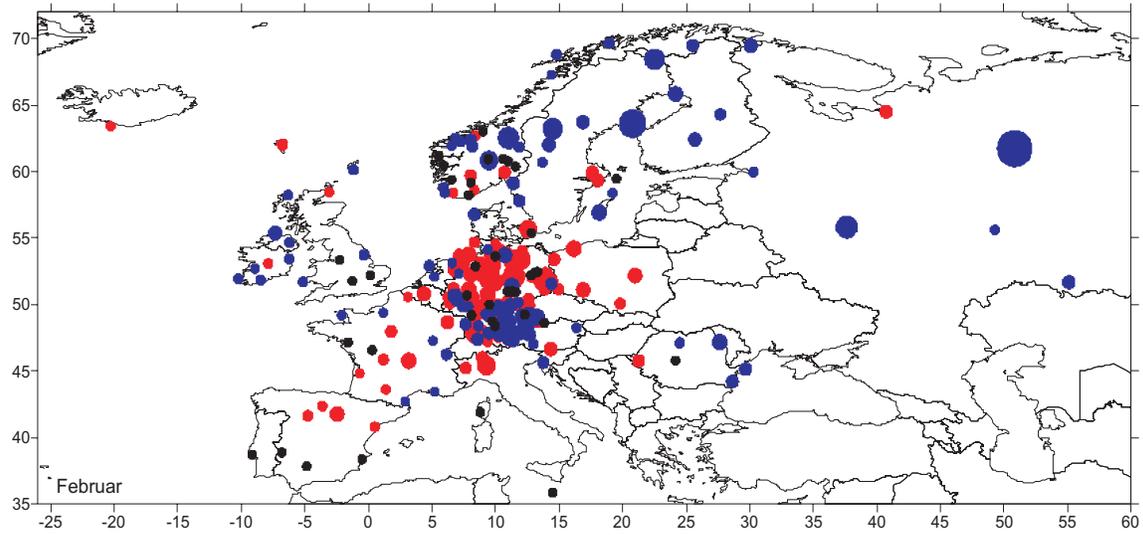


Abbildung C.15: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Februar in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

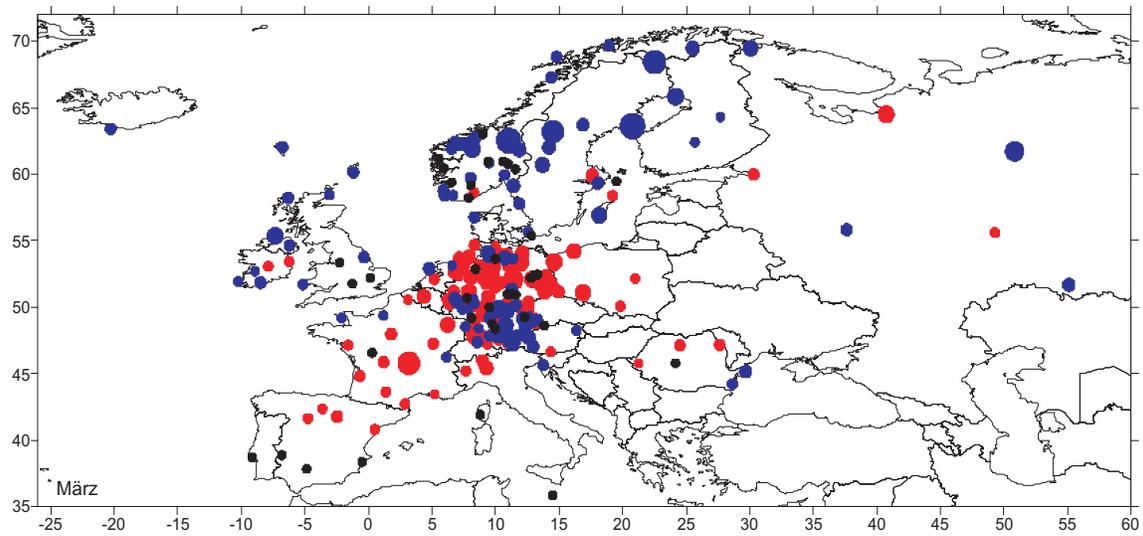


Abbildung C.16: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat März in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

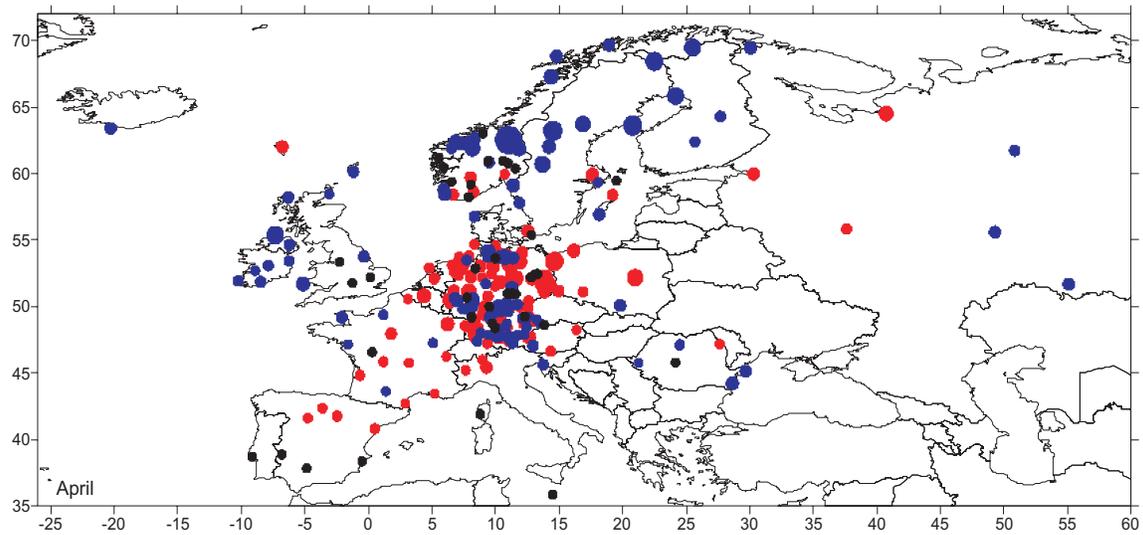


Abbildung C.17: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat April in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

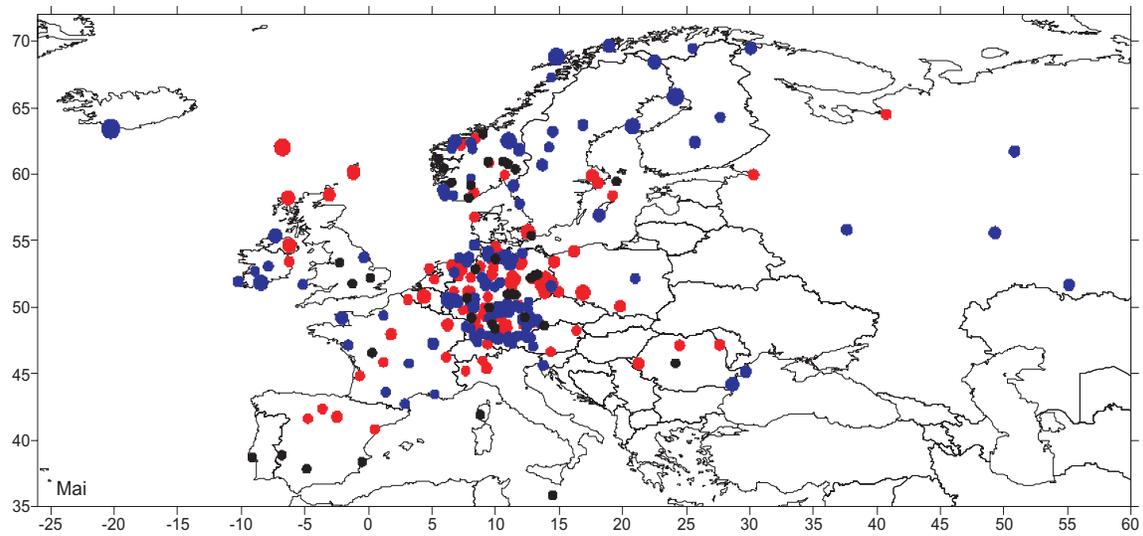


Abbildung C.18: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Mai in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

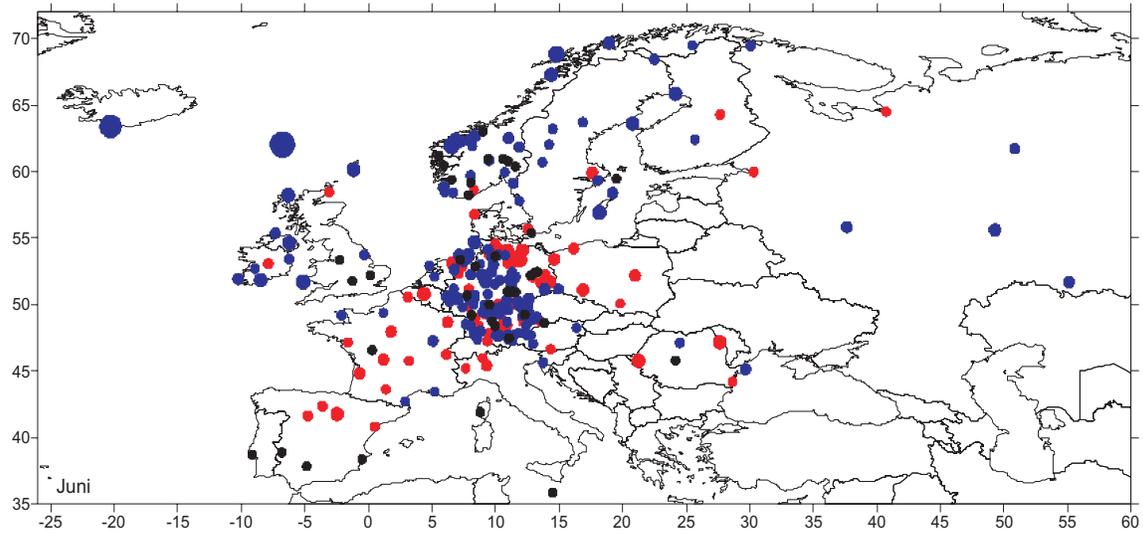


Abbildung C.19: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Juni in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

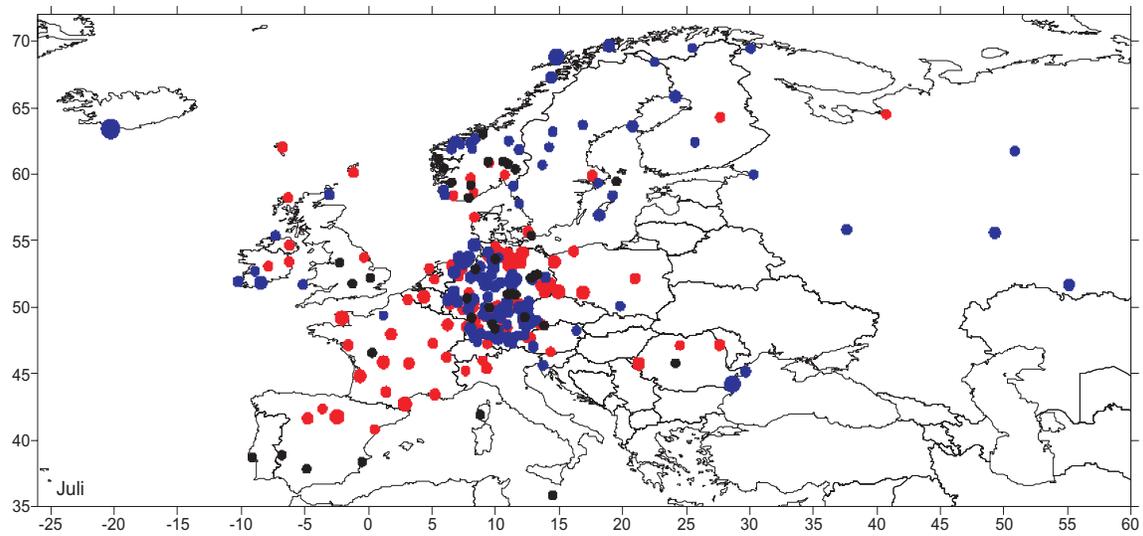


Abbildung C.20: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Juli in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

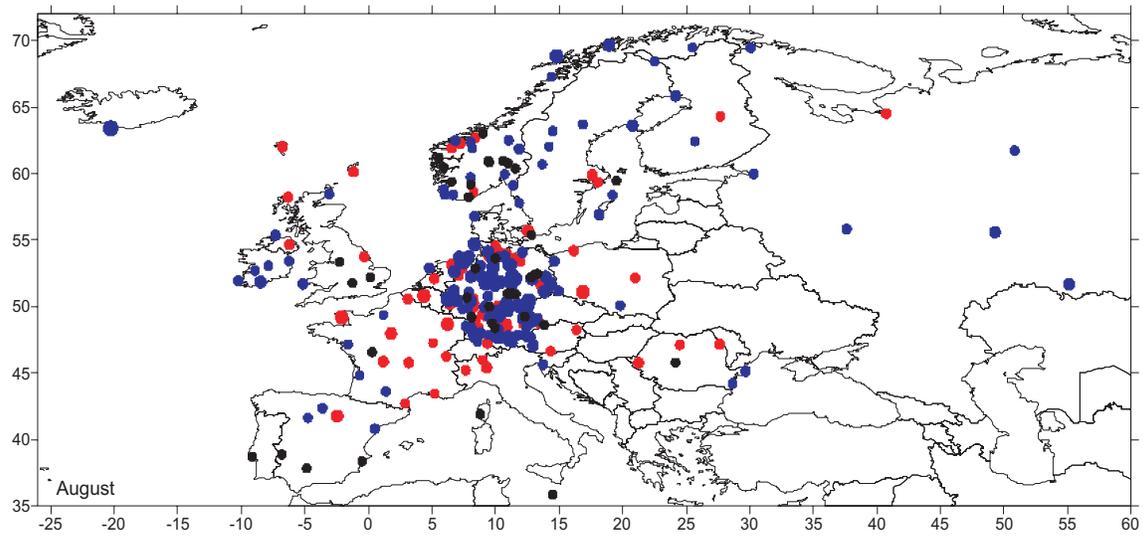


Abbildung C.21: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat August in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

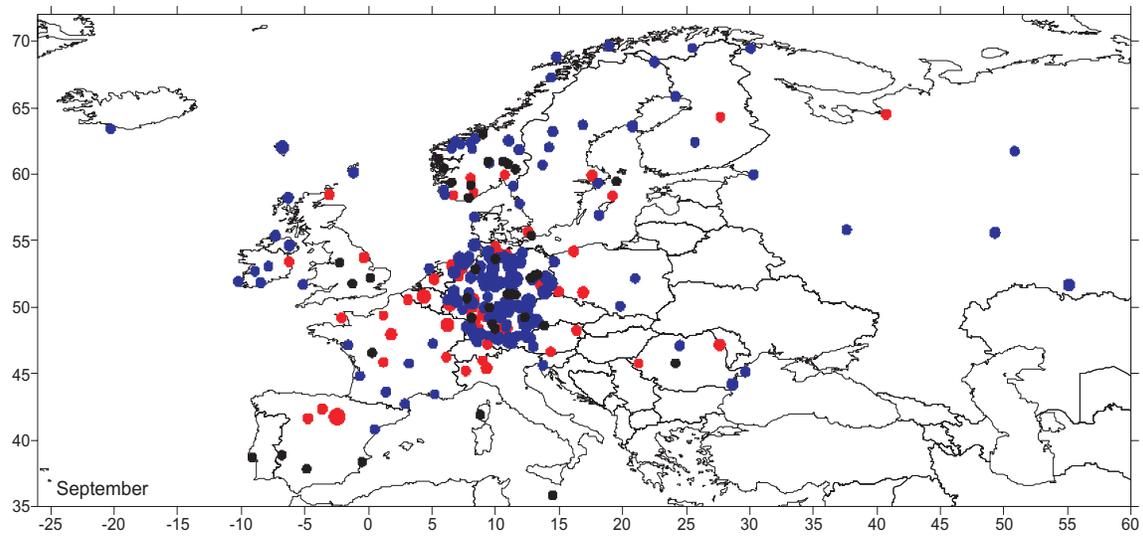


Abbildung C.22: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat September in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

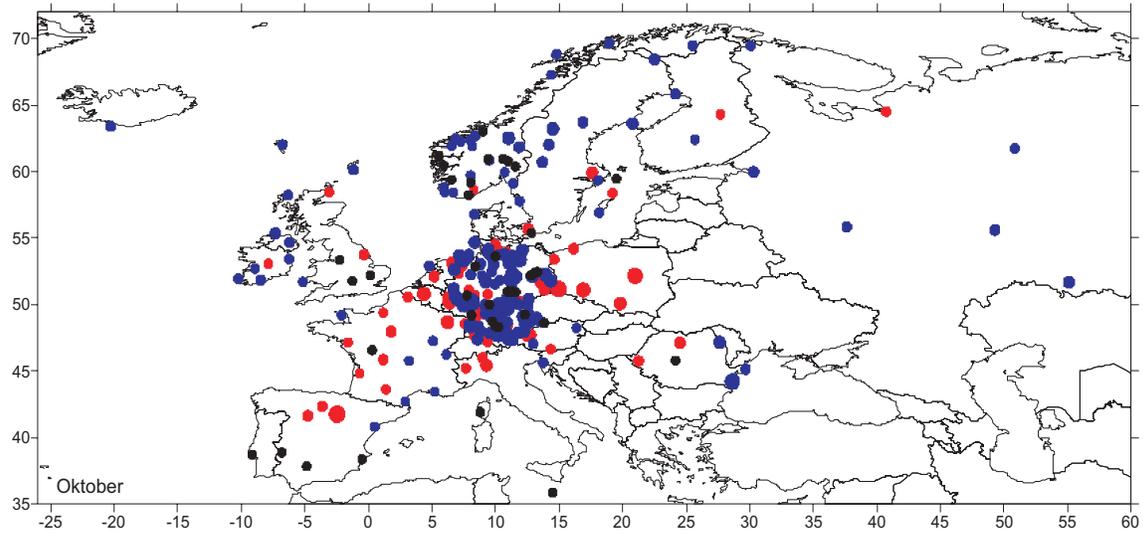


Abbildung C.23: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat Oktober in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

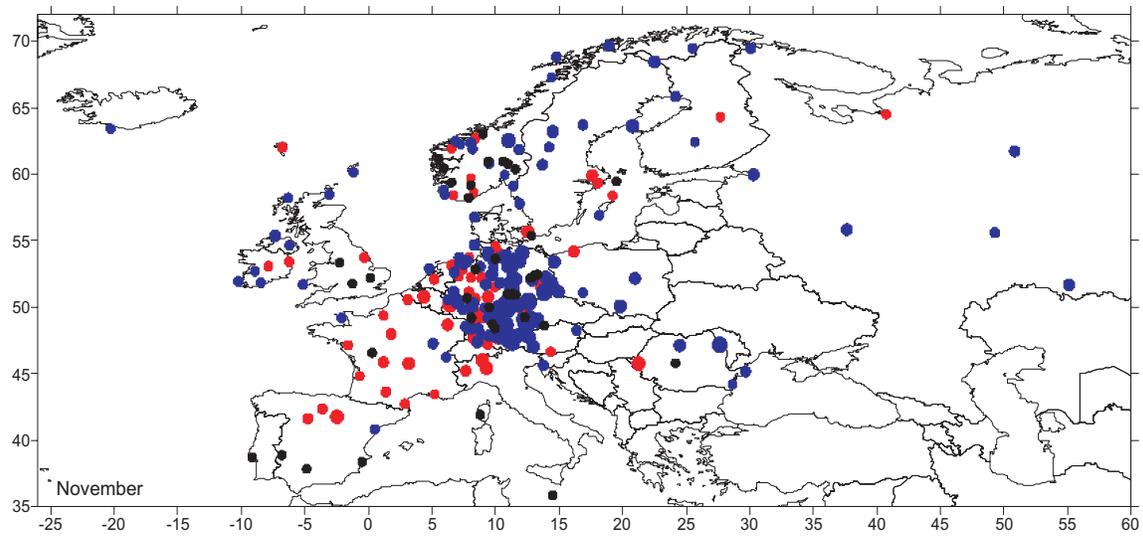


Abbildung C.24: Änderungen in den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils im Monat November in Europa. Darstellung analog zu Abbildung C.13.

Anhang D

Deterministischer Anteil der Niederschlagsreihen Deutschlands

Wie in Kapitel 11.2 gezeigt, gelingt eine Modellierung von 132 Niederschlagszeitreihen Deutschlands auf Basis des Gumbelmodells mit Schwerpunkt Skala. Die folgenden Unterkapitel beinhalten alle signifikant detektierten Funktionen zur Beschreibung der deterministischen Anteile im Lageparameter $a(t)$ und Streuparameter $b(t)$ der Gumbelverteilung sowie einige wenige Extremereignisse des angepassten Modells in Tabellenform.

D.1 Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente

In der folgenden Tabelle sind alle in den Parametern $a(t)$ und $b(t)$ detektierten Funktionen $S_{j,k}$ (vgl. Gleichung 5.11) der jeweiligen saisonalen Komponenten sowie die Amplituden und Phasenlagen (vgl. Gleichung 5.12) wiedergegeben. Die Amplituden sind als Funktion der Zeit $t=1, \dots, 1200$ und die Phasenlagen jeweils in Tagen nach dem 15. Dezember angegeben.

Tabelle D.1: Amplitude und Phasenlage signifikanter Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Alsfeld (50.77°N, 9.4°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.0	59.45
		$S_{5,0}$	1.52	4.04
		$S_{1,2}$	$0.38 \cdot 10^{-5}$	41.5
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.56	42.19
Artern (51.39°N, 11.27°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.42	37.32
		$S_{5,2}$	$0.207 \cdot 10^{-5}$	5.91
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.80	34.36

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Aschaffenburg (49.97°N, 9.15°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.87	61.57
		$S_{1,2}$	$0.395 \cdot 10^{-5}$	74.04
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.75	52.53
Attendorn (51.11°N, 7.9°E)	b(t)	$S_{1,0}$	8.19	-22.17
		$S_{1,2}$	$0.632 \cdot 10^{-5}$	72.79
	a(t)	$S_{1,0}$	7.49	-31.24
Augsburg (48.43°N, 10.93°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.22	41.16
	a(t)	$S_{1,0}$	-21.89	27.72
Bad Camberg (50.3°N, 8.28°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.46	53.72
		$S_{5,0}$	1.8	7.62
		$S_{2,1}$	$0.232 \cdot 10^{-2}$	34.28
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.83	50.08
Bad Endorf (47.91°N, 12.3°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.2	43.59
		$S_{4,0}$	-3.27	-15.52
		$S_{5,0}$	3.22	-0.15
	a(t)	$S_{1,0}$	-37.61	26.58
Bad Kreuznach (49.85°N, 7.85°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.77	62.21
		$S_{4,1}$	$0.256 \cdot 10^{-2}$	-14.51
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.35	49.45
Bad Mergentheim-Neunkchn. (49.48°N, 9.76°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.37	47.18
		$S_{5,0}$	1.87	3.37
		$S_{2,2}$	$0.306 \cdot 10^{-5}$	28.37
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.38	35.79
Bargtheide (53.73°N, 10.25°E)	b(t)	$S_{1,1}$	$-0.235 \cdot 10^{-1}$	76.11
		$S_{1,2}$	$0.221 \cdot 10^{-4}$	71.97
		$S_{2,2}$	$0.281 \cdot 10^{-5}$	30.0
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.40	78.57
Benediktbeuern (47.71°N, 11.42°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.3	38.83
		$S_{1,1}$	$0.888 \cdot 10^{-2}$	31.33
		$S_{3,1}$	$-0.575 \cdot 10^{-2}$	-13.69
	a(t)	$S_{1,0}$	-52.10	28.21
Bergtheim (49.9°N, 10.07°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.07	63.5
		$S_{3,0}$	-1.74	22.85
		$S_{5,1}$	$0.214 \cdot 10^{-2}$	2.65
		$S_{2,2}$	$0.239 \cdot 10^{-5}$	27.88
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.05	52.19

D.1. TABELLARISCHE ÜBERSICHT DER SAISONALEN KOMPONENTE

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Berlin-Dahlem (52.46°N, 13.3°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.46	57.1
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.51	46.18
Biberach (48.52°N, 10.81°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.43	45.18
	a(t)	$S_{1,0}$	-19.64	33.26
Bodenkirchen-Aich (48.43°N, 12.41°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.35	45.83
	a(t)	$S_{1,0}$	-19.1	30.04
Bornhöved (54.06°N, 10.21°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.84	-89.1
		$S_{2,2}$	$0.344 \cdot 10^{-5}$	25.51
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.87	84.23
Brakel (51.71°N, 9.23°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.33	-77.61
		$S_{1,2}$	$0.733 \cdot 10^{-5}$	51.91
	a(t)	$S_{1,0}$	-5.19	85.34
Brand/Oberpfalz (49.96°N, 11.91°E)	b(t)	$S_{1,0}$	6.59	-58.63
		$S_{3,0}$	-3.6	24.02
		$S_{1,1}$	$0.736 \cdot 10^{-2}$	33.69
	a(t)	$S_{1,0}$	4.96	-56.45
Bremen (53.05°N, 8.79°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.88	81.85
		$S_{1,1}$	$0.491 \cdot 10^{-2}$	80.58
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.88	59.27
Brück (52.2°N, 12.77°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.37	48.09
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.59	41.32
Bruck (49.25°N, 12.31°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.67	58.83
		$S_{5,0}$	2.47	6.37
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.95	36.71
Calvörde (52.4°N, 11.3°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.3	64.37
		$S_{1,1}$	$0.562 \cdot 10^{-2}$	74.64
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.87	45.96
Carlsfeld (50.43°N, 12.6°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.2	90.46
		$S_{1,1}$	$0.106 \cdot 10^{-1}$	78.61
		$S_{4,1}$	$-0.443 \cdot 10^{-2}$	-20.34
		$S_{5,1}$	$0.547 \cdot 10^{-2}$	1.38
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.83	29.16

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Cham (49.23°N, 12.66°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.21	49.25
		$S_{2,0}$	2.34	16.97
		$S_{3,0}$	-2.01	15.4
		$S_{5,0}$	2.83	4.43
		$S_{1,2}$	$0.334 \cdot 10^{-5}$	57.26
		$S_{4,2}$	$-0.373 \cdot 10^{-5}$	-21.7
	a(t)	$S_{1,0}$	-14.23	39.77
Clausthal (51.83°N, 10.33°E)	b(t)	$S_{1,0}$	9.59	-62.46
		$S_{5,0}$	3.31	4.44
		$S_{1,1}$	$0.972 \cdot 10^{-2}$	71.88
		$S_{4,1}$	$0.49 \cdot 10^{-2}$	20.72
	a(t)	$S_{1,0}$	7.28	-52.57
Coburg (50.26°N, 10.95°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.59	79.65
		$S_{5,0}$	2.09	1.86
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.03	51.00
Cottbus (51.78°N, 14.34°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.48	55.65
		$S_{5,1}$	$0.297 \cdot 10^{-2}$	5.58
		$S_{1,2}$	$-0.419 \cdot 10^{-5}$	-73.11
		$S_{2,2}$	$0.206 \cdot 10^{-5}$	13.26
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.98	41.38
Doberlug (51.64°N, 13.57°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.21	51.29
		$S_{5,0}$	1.63	13.68
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.00	43.10
Dömitz (53.15°N, 11.25°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.42	68.48
		$S_{2,1}$	$0.292 \cdot 10^{-2}$	29.59
		$S_{1,2}$	$-0.324 \cdot 10^{-5}$	-60.43
		$S_{4,2}$	$0.199 \cdot 10^{-5}$	21.19
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.93	49.17
Eberbach (49.45°N, 8.98°E)	b(t)	$S_{5,0}$	3.21	0.498
		$S_{1,1}$	$0.769 \cdot 10^{-2}$	7.71
	a(t)	$S_{1,0}$	-	-
Ebrach (49.85°N, 10.49°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.54	56.94
		$S_{3,0}$	-4.22	27.13
		$S_{5,0}$	2.22	4.25
		$S_{3,2}$	$-0.423 \cdot 10^{-5}$	-29.24
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.01	43.09

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Eisenbach-Bubenbach (47.97°N, 8.3°E)	b(t)	$S_{1,0}$	7.04	-82.73
		$S_{1,1}$	$0.148 \cdot 10^{-1}$	44.87
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.89	24.21
Emden (53.35°N, 7.2°E)	b(t)	$S_{1,0}$	8.69	-84.62
		$S_{1,2}$	$0.5 \cdot 10^{-5}$	91.19
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.92	85.61
Eppenrod (50.4°N, 8.0°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.66	82.33
		$S_{1,1}$	$0.669 \cdot 10^{-2}$	66.9
	a(t)	$S_{1,0}$	-5.13	84.55
Erfurt (50.98°N, 10.96°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.21	36.23
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.68	28.14
Ergoldsbach-Klham (48.67°N, 12.18°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.64	49.59
		$S_{3,0}$	-1.89	14.34
	a(t)	$S_{1,0}$	-14.73	32.36
Erlangen (49.61°N, 11.0°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.81	53.26
		$S_{5,0}$	2.4	3.5
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.28	39.50
Euskirchen (50.65°N, 6.78°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.91	39.92
	a(t)	$S_{1,0}$	-11.15	34.29
Friedeburg-Wiesedermeer (53.48°N, 7.73°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.73	89.73
		$S_{1,2}$	$0.478 \cdot 10^{-5}$	67.21
	a(t)	$S_{1,0}$	-13.50	85.14
Garmisch-Partenkirchen (47.48°N, 11.06°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.67	62.41
		$S_{5,0}$	2.66	11.23
		$S_{3,1}$	$-0.432 \cdot 10^{-2}$	-15.04
	a(t)	$S_{1,0}$	-47.36	28.26
Gengenbach (48.41°N, 8.01°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-12.7	63.34
		$S_{5,0}$	2.62	-0.66
		$S_{1,1}$	$0.957 \cdot 10^{-2}$	67.93
	a(t)	$S_{1,0}$	-15.36	34.28
Glückstadt (53.8°N, 9.43°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.88	79.94
		$S_{2,1}$	$0.267 \cdot 10^{-2}$	37.83
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.32	79.00
Göppingen-Hohenstaufen (48.74°N, 9.72°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.88	49.62
		$S_{5,0}$	2.51	8.57
	a(t)	$S_{1,0}$	-15.84	26.40

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Görlitz (51.17°N, 14.95°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.24	57.82
		$S_{5,1}$	$0.378 \cdot 10^{-2}$	1.97
$S_{4,2}$		$-0.298 \cdot 10^{-5}$	-21.86	
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.48	32.50
Göttingen (51.55°N, 9.95°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.85	64.29
		$S_{5,0}$	1.83	6.67
		$S_{1,2}$	$0.375 \cdot 10^{-5}$	50.07
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.61	43.41
Greifenstein (50.61°N, 8.26°E)	b(t)	$S_{1,1}$	$0.869 \cdot 10^{-2}$	-18.96
	a(t)	$S_{1,0}$	6.73	-17.03
Gundelsheim (49.29°N, 9.17°E)	b(t)	$S_{1,0}$	2.43	-74.55
		$S_{5,0}$	2.49	-0.48
	a(t)	$S_{1,0}$	-3.38	53.78
Halberstadt (51.9°N, 11.06°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.08	51.63
		$S_{5,0}$	1.33	5.51
		$S_{1,1}$	$0.458 \cdot 10^{-2}$	78.09
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.32	30.24
Hamburg-Fuhlsbüttel (53.64°N, 9.99°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.8	-91.0
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.62	69.63
Hanerau-Hademarschen (54.13°N, 9.41°E)	b(t)	$S_{1,0}$	10.8	-88.75
		$S_{1,2}$	$0.486 \cdot 10^{-5}$	75.59
		$S_{2,2}$	$0.395 \cdot 10^{-5}$	14.95
	a(t)	$S_{1,0}$	16.23	-87.38
Hannover (52.46°N, 9.7°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.74	65.16
		$S_{5,1}$	$0.218 \cdot 10^{-2}$	8.05
		$S_{1,2}$	$0.487 \cdot 10^{-5}$	67.48
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.46	45.66
Hitzacker (53.16°N, 11.04°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.07	79.15
		$S_{2,1}$	$0.246 \cdot 10^{-2}$	22.75
		$S_{1,2}$	$-0.389 \cdot 10^{-5}$	-70.89
		$S_{4,2}$	$0.287 \cdot 10^{-5}$	18.73
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.68	53.69
Hof-Hohensaas (50.31°N, 10.88°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.77	69.14
		$S_{5,1}$	$0.298 \cdot 10^{-2}$	6.34
		$S_{1,2}$	$0.527 \cdot 10^{-5}$	70.36
	a(t)	$S_{1,0}$	-11.00	35.58

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Hohenpeißenberg (47.8°N, 11.01°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-14.3	44.3
		$S_{5,0}$	2.59	13.11
$S_{3,1}$		$-0.469 \cdot 10^{-2}$	-14.96	
	a(t)	$S_{1,0}$	-39.85	29.08
Holzkirchen/Unterfranken (49.78°N, 9.68°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.27	61.92
		$S_{3,0}$	-1.62	23.36
		$S_{2,2}$	$0.328 \cdot 10^{-5}$	31.73
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.57	43.39
Horb-Betra (48.41°N, 8.66°E)	b(t)	—	—	—
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.62	16.93
Immenstadt (47.56°N, 10.22°E)	b(t)	$S_{1,0}$	7.62	-88.45
		$S_{5,0}$	5.82	-1.81
		$S_{1,2}$	$0.996 \cdot 10^{-5}$	34.04
	a(t)	$S_{1,0}$	-35.54	26.75
Isny (47.69°N, 10.03°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-14.8	52.91
		$S_{5,0}$	4.77	0.59
		$S_{1,1}$	$0.125 \cdot 10^{-1}$	24.77
	a(t)	$S_{1,0}$	-31.07	26.48
Jena (Sternwart°E) (50.93°N, 11.58°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.63	38.75
		$S_{5,0}$	1.41	0.79
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.32	22.93
Jork-Moorende (53.52°N, 9.73°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.83	73.96
		$S_{1,1}$	$0.53 \cdot 10^{-2}$	67.98
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.76	66.64
Karlsruhe (49.02°N, 8.39°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.37	55.33
		$S_{5,0}$	2.42	0.0
a(t)	$S_{1,0}$	-8.34	38.79	
Kempten (47.72°N, 10.34°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.94	64.26
		$S_{3,0}$	-2.78	-5.48
	a(t)	$S_{1,0}$	-30.00	27.05
Kirn (49.8°N, 7.4°E)	b(t)	$S_{1,0}$	2.2	-83.82
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
a(t)	$S_{1,0}$	-3.97	58.87	
Kitzingen (49.73°N, 10.2°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.5	48.8
		$S_{5,0}$	1.9	6.93
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.41	39.13

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Kleinwaabs (54.53°N, 9.98°E)	b(t)	$S_{1,0}$	6.4	-82.75
	a(t)	$S_{1,0}$	-11.89	89.91
Königsfeld (49.95°N, 11.17°E)	b(t)	$S_{1,0}$	3.4	-72.61
		$S_{3,0}$	-2.81	20.14
		$S_{5,0}$	2.65	2.62
	a(t)	$S_{4,2}$	$0.348 \cdot 10^{-5}$	20.04
Kupferberg (50.14°N, 11.58°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.0	80.19
		$S_{5,0}$	2.55	6.1
		$S_{2,2}$	$0.397 \cdot 10^{-5}$	20.02
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.22	63.1
Laar (52.62°N, 6.75°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.61	80.73
		$S_{5,0}$	1.69	-3.37
		$S_{1,1}$	$0.755 \cdot 10^{-2}$	65.29
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.66	79.55
Landau/Pfalz (49.2°N, 8.1°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-2.52	91.24
	a(t)	$S_{1,0}$	-4.90	62.66
Langebrück (51.13°N, 13.85°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.26	57.89
		$S_{5,1}$	$0.425 \cdot 10^{-2}$	5.0
		$S_{1,2}$	$-0.374 \cdot 10^{-5}$	-88.94
	a(t)	$S_{4,2}$	$-0.295 \cdot 10^{-5}$	-16.9
Lathen (52.87°N, 7.32°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.88	-88.38
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.35	74.58
Leer (53.22°N, 7.48°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.72	83.8
		$S_{1,2}$	$0.396 \cdot 10^{-5}$	84.61
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.17	72.73
Lübeck (53.81°N, 10.7°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-3.81	75.92
		$S_{2,2}$	$0.32 \cdot 10^{-5}$	28.21
		$S_{4,2}$	$0.259 \cdot 10^{-5}$	12.49
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.33	71.11
Magdeburg (52.12°N, 11.58°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.64	59.85
		$S_{1,1}$	$0.592 \cdot 10^{-2}$	80.79
		$S_{6,1}$	0.0	0.0
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.15	36.90

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Mähring (49.91°N, 12.53°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.07	67.41
		$S_{3,0}$	-2.35	26.46
		$S_{5,0}$	2.29	8.89
		$S_{1,2}$	$0.474 \cdot 10^{-5}$	53.72
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.23	40.77
Mainz (49.98°N, 8.26°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.21	53.41
		$S_{5,0}$	1.84	4.94
		$S_{2,2}$	$-0.28 \cdot 10^{-5}$	-39.83
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.19	55.56
Markt Bibart (49.65°N, 10.43°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.22	60.1
		$S_{5,0}$	2.01	2.92
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.61	42.21
Marktoberdorf (47.78°N, 10.62°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.7	53.61
		$S_{5,0}$	2.57	7.18
		$S_{3,1}$	$-0.43 \cdot 10^{-2}$	-20.13
	a(t)	$S_{1,0}$	-35.08	27.77
Marnitz (53.38°N, 11.93°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.79	73.22
		$S_{5,0}$	1.51	8.16
		$S_{2,1}$	$0.366 \cdot 10^{-2}$	29.83
		$S_{1,2}$	$-0.526 \cdot 10^{-5}$	-78.94
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.01	55.84
Metten (48.86°N, 12.92°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.09	87.01
	a(t)	$S_{1,0}$	-11.81	46.30
Mindelheim (48.05°N, 10.5°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.9	43.61
		$S_{5,0}$	1.82	4.21
	a(t)	$S_{1,0}$	-29.95	29.35
Monschau (50.56°N, 6.25°E)	b(t)	$S_{1,1}$	$0.291 \cdot 10^{-1}$	-33.94
		$S_{1,2}$	$-0.223 \cdot 10^{-4}$	-53.39
		$S_{4,2}$	$0.474 \cdot 10^{-5}$	19.38
	a(t)	$S_{1,0}$	9.52	-11.33
Möttingen (48.81°N, 10.59°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.48	39.83
	a(t)	$S_{1,0}$	-16.18	31.76

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Münchberg-Straas (50.18°N, 11.77°E)	b(t)	$S_{1,0}$	5.02	-45.82
		$S_{2,0}$	2.74	12.06
		$S_{3,0}$	-2.38	13.02
		$S_{4,1}$	$0.406 \cdot 10^{-2}$	19.6
		$S_{5,2}$	$0.539 \cdot 10^{-5}$	1.8
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.22	65.38
Murnau (47.67°N, 11.23°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.9	38.06
		$S_{3,1}$	$-0.528 \cdot 10^{-2}$	-13.5
	a(t)	$S_{1,0}$	-45.24	26.51
Neuss (51.18°N, 6.7°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.62	71.93
		$S_{5,0}$	1.73	4.18
		$S_{1,2}$	$0.454 \cdot 10^{-5}$	86.76
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.39	74.46
Nister (50.68°N, 7.75°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.17	-54.76
	a(t)	$S_{1,0}$	6.05	-75.05
Norddorf/Amrum (54.68°N, 8.33°E)	b(t)	$S_{1,0}$	11.9	-77.33
		$S_{1,2}$	$0.543 \cdot 10^{-5}$	86.85
	a(t)	$S_{1,0}$	18.09	-67.12
Norderney (53.71°N, 7.15°E)	b(t)	$S_{1,0}$	10.7	-87.39
		$S_{1,2}$	$0.523 \cdot 10^{-5}$	78.16
	a(t)	$S_{1,0}$	15.71	-80.46
Nordhorn (52.34°N, 7.1°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.19	-77.0
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.37	78.3
Oberdachstetten (49.41°N, 10.43°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.35	64.11
		$S_{3,0}$	-1.92	20.13
		$S_{5,0}$	2.69	2.23
		$S_{1,2}$	$0.435 \cdot 10^{-5}$	90.91
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.18	38.36
Öhringen (49.2°N, 9.51°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.2	64.41
		$S_{2,0}$	2.05	3.3
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.81	34.12
Osnabrück (52.25°N, 8.05°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.48	87.3
		$S_{1,1}$	$0.754 \cdot 10^{-2}$	60.13
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.94	86.00
Potsdam (52.38°N, 13.06°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.02	54.62
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.42	43.55

D.1. TABELLARISCHE ÜBERSICHT DER SAISONALEN KOMPONENTE

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Prüm (50.21°N, 6.41°E)	b(t)	$S_{1,1}$	$0.653 \cdot 10^{-2}$	-22.51
	a(t)	$S_{1,0}$	6.68	-62.46
Rain am Lech (48.69°N, 10.9°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.38	49.27
		$S_{3,0}$	-1.74	13.69
	a(t)	$S_{1,0}$	-16.86	36.61
Ratzeburg (53.7°N, 10.75°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.03	73.98
		$S_{2,2}$	$0.3 \cdot 10^{-5}$	30.34
		$S_{4,2}$	$0.24 \cdot 10^{-5}$	16.6
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.78	67.91
Rechtenbach (49.99°N, 9.5°E)	b(t)	$S_{1,0}$	6.04	-16.2
		$S_{3,0}$	-3.01	29.04
	a(t)	$S_{1,0}$	5.23	-11.5
Regen (48.97°N, 13.14°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.49	81.19
		$S_{4,0}$	3.01	13.84
		$S_{1,2}$	$0.696 \cdot 10^{-5}$	70.47
		$S_{5,2}$	$0.341 \cdot 10^{-5}$	0.71
	a(t)	$S_{1,0}$	-16.50	38.79
Regensburg (49.05°N, 12.1°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.18	52.71
		$S_{3,0}$	-1.85	15.54
		$S_{5,0}$	1.77	1.38
		$S_{4,1}$	$0.273 \cdot 10^{-2}$	18.66
	a(t)	$S_{1,0}$	-13.71	37.86
Regenstau (49.14°N, 12.12°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.19	49.03
		$S_{5,0}$	1.94	6.29
	a(t)	$S_{1,0}$	-13.67	38.13
Reit im Winkl (47.67°N, 12.48°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.27	57.03
		$S_{5,0}$	5.45	4.32
		$S_{4,1}$	$-0.608 \cdot 10^{-2}$	-11.12
	a(t)	$S_{1,0}$	-42.16	21.97
Roding (49.21°N, 12.51°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.24	56.79
		$S_{5,1}$	$0.33 \cdot 10^{-2}$	4.63
	a(t)	$S_{1,0}$	-14.05	37.79
Röhrnbach (48.75°N, 13.5°E)	b(t)	$S_{1,0}$	4.68	-70.6
		$S_{5,0}$	2.71	2.88
		$S_{2,1}$	$0.383 \cdot 10^{-2}$	35.53
	a(t)	$S_{1,0}$	-14.45	40.05

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Rostock (54.08°N, 12.1°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.59	82.1
		$S_{1,1}$	$-0.416 \cdot 10^{-2}$	-52.05
		$S_{2,1}$	$0.349 \cdot 10^{-2}$	34.89
		$S_{4,2}$	$0.264 \cdot 10^{-5}$	15.21
	a(t)	$S_{1,0}$	-10.49	66.20
Rothenburg ob der Tauber (49.37°N, 10.19°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-3.38	61.82
		$S_{3,0}$	-1.73	25.75
		$S_{5,0}$	1.71	0.32
a(t)	$S_{1,0}$	-9.25	28.90	
Schneizlreuth-Weißbach (47.72°N, 12.77°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.33	56.8
		$S_{5,0}$	6.54	3.16
		$S_{4,1}$	$-0.639 \cdot 10^{-2}$	-13.73
	a(t)	$S_{1,0}$	-41.79	23.42
Schweinfurt (50.06°N, 10.21°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.8	61.23
		$S_{3,0}$	-1.67	22.95
		$S_{2,2}$	$0.317 \cdot 10^{-5}$	32.4
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.67	55.43
Schwerin (53.65°N, 11.38°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.0	62.37
		$S_{2,1}$	$0.301 \cdot 10^{-2}$	36.37
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.78	56.91
Soltau (53.0°N, 9.83°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.99	87.79
		$S_{1,1}$	$0.699 \cdot 10^{-2}$	67.75
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.86	72.11
Spremberg (51.58°N, 14.38°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.57	52.06
		$S_{2,0}$	1.66	38.53
		$S_{5,0}$	2.14	4.39
		$S_{4,1}$	$0.223 \cdot 10^{-2}$	21.84
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.20	42.85
Storkow (52.25°N, 13.94°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.57	65.41
		$S_{5,0}$	1.63	2.1
		$S_{1,2}$	$-0.385 \cdot 10^{-5}$	-83.87
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.92	43.37
Straßkirchen (48.83°N, 12.72°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.73	60.97
		$S_{5,0}$	1.87	3.72
		$S_{1,1}$	$0.599 \cdot 10^{-2}$	65.5
	a(t)	$S_{1,0}$	-13.72	40.08

D.1. TABELLARISCHE ÜBERSICHT DER SAISONALEN KOMPONENTE

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Travemünde (53.96°N, 10.88°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.39	73.69
		$S_{2,2}$	$0.31 \cdot 10^{-5}$	20.63
$S_{4,2}$		$0.288 \cdot 10^{-5}$	10.43	
	a(t)	$S_{1,0}$	-9.35	65.36
Treuenbriezen (52.1°N, 12.88°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.0	60.25
		$S_{1,1}$	$0.399 \cdot 10^{-2}$	90.61
		$S_{4,1}$	$0.195 \cdot 10^{-2}$	8.86
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.37	41.75
Tuttlingen (48.01°N, 8.82°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.95	52.31
		$S_{1,2}$	$0.771 \cdot 10^{-5}$	34.78
	a(t)	$S_{1,0}$	-21.05	27.42
Ühlingen-Birkendorf (47.75°N, 8.31°E)	b(t)	$S_{1,0}$	5.36	-84.55
		$S_{1,1}$	$0.136 \cdot 10^{-1}$	28.73
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.09	38.03
Ulm (48.38°N, 9.95°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.48	43.03
	a(t)	$S_{1,0}$	-17.98	30.45
Valley-Mühltal (47.87°N, 11.79°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.78	48.15
		$S_{5,0}$	3.62	7.62
	a(t)	$S_{1,0}$	-36.03	24.07
Vöhl-Thalitter (52.21°N, 8.93°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.21	59.49
		$S_{1,2}$	$0.492 \cdot 10^{-5}$	35.49
	a(t)	$S_{1,0}$	-5.49	53.43
Wangerooge (53.79°N, 7.9°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-10.8	86.54
		$S_{1,2}$	$0.536 \cdot 10^{-5}$	58.16
	a(t)	$S_{1,0}$	15.48	-87.45
Wassenach (50.43°N, 7.0°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.08	56.17
	a(t)	$S_{1,0}$	-6.52	36.36
Wegscheid-Meißnerschlag (48.62°N, 13.82°E)	b(t)	$S_{1,0}$	3.92	-57.64
	a(t)	$S_{1,0}$	-15.69	29.12
Weimar (50.98°N, 11.32°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.1	37.42
	a(t)	$S_{1,0}$	-12.82	27.40
Weißenhorn-Oberreichenb. (48.31°N, 10.21°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.7	38.95
		$S_{3,2}$	$-0.306 \cdot 10^{-5}$	-13.69
	a(t)	$S_{1,0}$	-22.24	30.77
Wildeshausen (52.87°N, 8.41°E)	b(t)	$S_{1,0}$	3.47	-74.38
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.99	70.91

Tabelle D.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Wilhelmsdorf (47.87°N, 9.48°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-6.3	60.96
		$S_{5,0}$	2.83	0.0
	a(t)	$S_{1,0}$	-21.21	28.86
Wolmirsleben (51.95°N, 11.49°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.03	50.47
		$S_{1,1}$	$0.487 \cdot 10^{-2}$	70.73
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.99	36.66
Wörnitz (49.26°N, 10.25°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-5.5	74.48
		$S_{3,0}$	-2.14	23.55
		$S_{5,0}$	2.45	5.4
		$S_{1,2}$	$0.497 \cdot 10^{-5}$	71.76
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.86	37.43
Würzburg (49.76°N, 9.96°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-3.48	60.71
		$S_{3,0}$	-1.46	19.52
		$S_{5,2}$	$0.31 \cdot 10^{-5}$	7.99
	a(t)	$S_{1,0}$	-7.09	39.88
Zugspitze (47.42°N, 10.99°E)	b(t)	$S_{1,0}$	-10.5	29.93
		$S_{1,2}$	$0.331 \cdot 10^{-4}$	31.75
	a(t)	$S_{1,0}$	-34.29	11.72
Zwiesel-Rabenstein (49.05°N, 13.25°E)	b(t)	$S_{1,0}$	9.14	-12.17
		$S_{2,0}$	4.41	30.27
		$S_{5,0}$	3.16	4.49
		$S_{4,1}$	$0.688 \cdot 10^{-2}$	21.15
	a(t)	$S_{1,0}$	-8.62	47.00

D.2 Signifikante Funktionen der Trendkomponente

Tabelle D.2 beinhaltet detektierte Trends verschiedener Ordnung im Streuparameter $b(t)$ und Lageparameter $a(t)$ der Gumbelverteilung sowie ihre Amplitude im Beobachtungszeitraum 1900-2000.

Tabelle D.2: Amplitude und Ordnung signifikanter Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Alsfeld	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Artern	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	2	3.3
Aschaffenburg	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Attendorn	$b(t)$	1	6.83
	$a(t)$	—	—
Augsburg	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Bad Camberg	$b(t)$	1	17.7
	$b(t)$	2	-14.1
	$a(t)$	1	5.23
Bad Endorf	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Bad Kreuznach	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	3	3.93
Bad Mergentheim-Neunk.	$b(t)$	1	6.61
	$a(t)$	3	10.27
Bargteheide	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Benediktbeuern	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	1	16.62
Bergtheim	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Berlin-Dahlem	$b(t)$	—	—
	$a(t)$	—	—
Biberach	$b(t)$	2	8.75
	$a(t)$	2	11.84

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Bodenkirchen-Aich	b(t)	1	7.56
	a(t)	2	15.86
Bornhöved	b(t)	2	5.21
	a(t)	—	—
Brakel	b(t)	—	—
	a(t)	3	6.64
Brand	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Bremen	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Brück	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Bruck	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Calvörde	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Carlsfeld	b(t)	3	-6.29
	a(t)	—	—
Cham	b(t)	1	3.12
	a(t)	3	10.73
Clausthal	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Coburg	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Cottbus	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Doberlug	b(t)	—	—
	a(t)	1	-4.09
Dömitz	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Eberbach	b(t)	1	7.37
	a(t)	—	—
Ebrach	b(t)	1	23.2
	b(t)	2	-19.4
	a(t)	1	7.01

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Eisenbach-Bubenbach	b(t)	1	5.78
	a(t)	–	–
Emden	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Eppenrod	b(t)	1	5.24
	a(t)	2	8.96
Erfurt	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Ergoldsbach-Klähäm	b(t)	1	4.19
	a(t)	3	6.11
Erlangen	b(t)	–	–
	a(t)	1	4.93
Euskirchen	b(t)	1	4.12
	a(t)	2	8.69
Friedeburg-Wiesederm.	b(t)	–	–
	a(t)	3	5.77
Garmisch-Partenkirchen	b(t)	–	–
	a(t)	4	10
Gengenbach	b(t)	–	–
	a(t)	5	10
Glückstadt	b(t)	2	6.5
	a(t)	2	7.78
Göppingen-Hohenstf.	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Görlitz	b(t)	–	–
	a(t)	1	–3.97
Göttingen	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Greifenstein	b(t)	1	7.55
	a(t)	3	6.98
Gundelsheim	b(t)	1	19.6
	b(t)	3	–14.4
	a(t)	1	6.4
Halberstadt	b(t)	–	–
	a(t)	–	–

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Hamburg-Fuhlsbüttel	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Hanerau-Hademarschen	b(t)	3	4.8
	a(t)	2	12.2
Hannover	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Hitzacker	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Hof-Hohensaas	b(t)	–	–
	a(t)	3	6.77
Hohenpeißenberg	b(t)	–	–
	a(t)	1	9.36
Holzkirchen-Unterfr.	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Horb-Betra	b(t)	1	7.07
	a(t)	2	8.81
Immenstadt	b(t)	3	13
	a(t)	2	16.72
Isny	b(t)	1	7.83
	a(t)	1	18.1
Jena (Sternwarte)	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Jork-Moorende	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Karlsruhe	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Kempten	b(t)	3	7.07
	a(t)	2	11.96
Kirn	b(t)	1	5.23
	a(t)	1	6.74
Kitzingen	b(t)	–	–
	a(t)	3	5.08
Kleinwaabs	b(t)	1	6.32
	a(t)	2	4.94

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Königsfeld	b(t)	1	23.6
	b(t)	3	-15.5
	a(t)	1	12.79
Kupferberg	b(t)	1	6.99
	a(t)	3	7.82
Laar	b(t)	1	7.14
	a(t)	2	12.29
Landau-Pfalz	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Langebrück	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Lathen	b(t)	1	4.92
	a(t)	—	—
Leer	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Lübeck	b(t)	1	3.67
	a(t)	3	6.28
Magdeburg	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Mähring	b(t)	—	—
	a(t)	—	—
Mainz	b(t)	1	18.4
	b(t)	2	-12.8
	a(t)	3	8.33
Markt Bibart	b(t)	1	5.09
	a(t)	2	9.98
Marktoberdorf	b(t)	1	10.8
	a(t)	3	16.82
Marnitz	b(t)	—	—
	a(t)	4	-5
Metten	b(t)	1	6.04
	a(t)	4	10
Mindelheim	b(t)	1	10.4
	a(t)	2	15.15

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Monschau	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Möttingen	b(t)	1	8.71
	a(t)	1	10.46
Münchberg-Straas	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Murnau	b(t)	–	–
	a(t)	1	5.75
Neuss	b(t)	1	4.84
	a(t)	3	7.19
Nister	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Norddorf-Amrum	b(t)	–	–
	a(t)	1	4.71
Norderney	b(t)	–	–
	a(t)	1	3.86
Nordhorn	b(t)	1	7.39
	a(t)	3	7.99
Oberdachstetten	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Öhringen	b(t)	1	5.56
	a(t)	1	10.07
Osnabrück	b(t)	1	6.85
	a(t)	3	7.09
Potsdam	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Prüm	b(t)	1	6.9
	a(t)	–	–
Rain am Lech	b(t)	1	11
	a(t)	1	15.71
Ratzeburg	b(t)	–	–
	a(t)	3	4.82
Rechtenbach	b(t)	–	–
	a(t)	–	–

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Regen	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Regensburg	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Regenstauf	b(t)	1	4.87
	a(t)	1	9
Reit im Winkl	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Roding	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Röhrnbach	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Rostock	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Rothenburg o.d.Tauber	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Schneizlreuth-Weißbach	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Schweinfurt	b(t)	1	4.46
	a(t)	1	5.64
Schwerin	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Soltau	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Spremberg	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Storkow	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Straßkirchen	b(t)	–	–
	a(t)	1	7.46
Travemünde	b(t)	1	3.71
	a(t)	–	–
Treuenbriezen	b(t)	–	–
	a(t)	–	–

Tabelle D.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude [mm]
Tuttlingen	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Ühlingen-Birkendorf	b(t)	1	13
	a(t)	5	10
Ulm	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Valley-Mühltal	b(t)	–	–
	a(t)	5	10
Vöhl-Thalitter	b(t)	1	4.35
	a(t)	1	5.11
Wangerooge	b(t)	1	4.47
	a(t)	2	6.04
Wassenach	b(t)	–	–
	a(t)	2	7.3
Wegscheid-Meißnerschlag	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Weimar	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Weißenhorn-Oberreichb.	b(t)	1	8.54
	a(t)	2	14.42
Wildeshausen	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Wilhelmsdorf	b(t)	1	5.46
	a(t)	1	8.63
Wolmirsleben	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Wörnitz	b(t)	1	7.77
	a(t)	1	11.81
Würzburg	b(t)	–	–
	a(t)	–	–
Zugspitze	b(t)	1	42.3
	a(t)	1	54.35
Zwiesel-Rabenstein	b(t)	–	–
	a(t)	4	10

D.3 Signifikante niederfrequente Komponenten.

Tabelle D.3: Ordnung des Polynoms und Koeffizienten der niederfrequenten Komponente.

Station	Ordnung m	Koeffizienten $a_0, a_1 \dots, a_m$ [mm]
Alsfeld	2	-2473E+01 0.9187E-02 -6132E-05
Aschaffenburg	2	-3224E+01 0.1484E-01 -1180E-04
Augsburg	3	-2796E+01 0.8538E-02 -1561E-05 -3613E-08
Bad Kreuznach	2	-2326E+01 0.8764E-02 -6062E-05
Benediktbeuern	2	-5486E+01 0.2319E-01 -1727E-04
Bergtheim	3	-2623E+01 0.6996E-02 0.8122E-06 -4495E-08
Bad Endorf	3	-2736E+01 0.1391E-01 -1135E-04 -5169E-09
Bremen	2	-2660E+01 0.9627E-02 -6266E-05
Coburg	3	-3358E+01 0.8541E-02 0.2671E-05 -7172E-08
Erlangen	3	-3009E+01 0.8486E-02 0.4094E-06 -5247E-08

Tabelle D.3: Fortsetzung: Signifikante niederfrequente Komponenten.

Station	Ordnung m	Koeffizienten $a_0, a_1 \dots, a_m$ [mm]
Gengenbach	3	-4509E+01 0.1490E-01 -2327E-05 -7504E-08
Greifenstein	2	-2520E+01 0.1313E-01 -1108E-04
Holzkirchen/Unterfranken	2	-3431E+01 0.1370E-01 -9947E-05
Karlsruhe	2	-4296E+01 0.1606E-01 -1108E-04
Metten	2	-2468E+01 0.1245E-01 -1054E-04
Oberdachstetten	3	-3084E+01 0.1628E-01 -1440E-04 0.6420E-09
Röhrnbach	3	-3935E+01 0.9557E-02 0.5015E-05 -9989E-08
Rothenburg ob der Tauber	2	-3741E+01 0.1503E-01 -1105E-04
Schweinfurt	3	-1403E+01 0.4881E-02 0.8879E-06 -4586E-08
Straßkirchen	2	-4338E+01 0.1948E-01 -1528E-04
Tuttlingen	2	-2870E+01 0.1402E-01 -1154E-04

Tabelle D.3: Fortsetzung: Signifikante niederfrequente Komponenten.

Station	Ordnung m	Koeffizienten $a_0, a_1 \dots, a_m$ [mm]
Wolmirsleben	2	-1.625E+01 0.7253E-02 -.5633E-05
Würzburg	2	-.3042E+01 0.1077E-01 -.7218E-05

D.4 Extremereignisse des Modells

Lediglich 7 der betrachteten 158400 Niederschlagssummen werden als Extremereignisse bezüglich des Gumbelmodells detektiert und hier mit ihrem Wert in der Residualreihe, sowie dem Ort, Jahr und Monat ihres Auftretens aufgelistet.

Tabelle D.4: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Bad Kreuznach	8.973	1995	1	93.64
Brakel	9.092	1946	2	94.50
Erlangen	8.479	1988	3	91.32
Halberstadt	9.907	1955	7	97.31
Königsfeld	8.549	1926	7	91.70
Magdeburg	8.869	1955	7	93.18
Regen	10.017	1970	2	98.17

Anhang E

Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten an ausgewählten Stationen Deutschlands

Die Methodik der statistischen Modellierung bietet die Möglichkeit die Über- und Unterschreitungswahrscheinlichkeiten beliebiger Schwellenwerte für jeden Zeitpunkt des Beobachtungszeitraums anzugeben. Exemplarisch sind hier die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils für jeden Monat und den Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000 graphisch dargestellt. Zur weiteren Information sind in Tabelle E.1 die jeweiligen Perzentile angegeben.

Tabelle E.1: Die 95%- sowie 5%-Perzentile einiger ausgewählter Stationszeitreihen Deutschlands für den Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000.

Station	5%-Perzentil [mm]	95%-Perzentil [mm]
Wolmirsleben	10	89
Görlitz	14	120
Eppenrod	17	130
Osnabrück	19	137
Tuttlingen	18	151
Clausthal	30	226

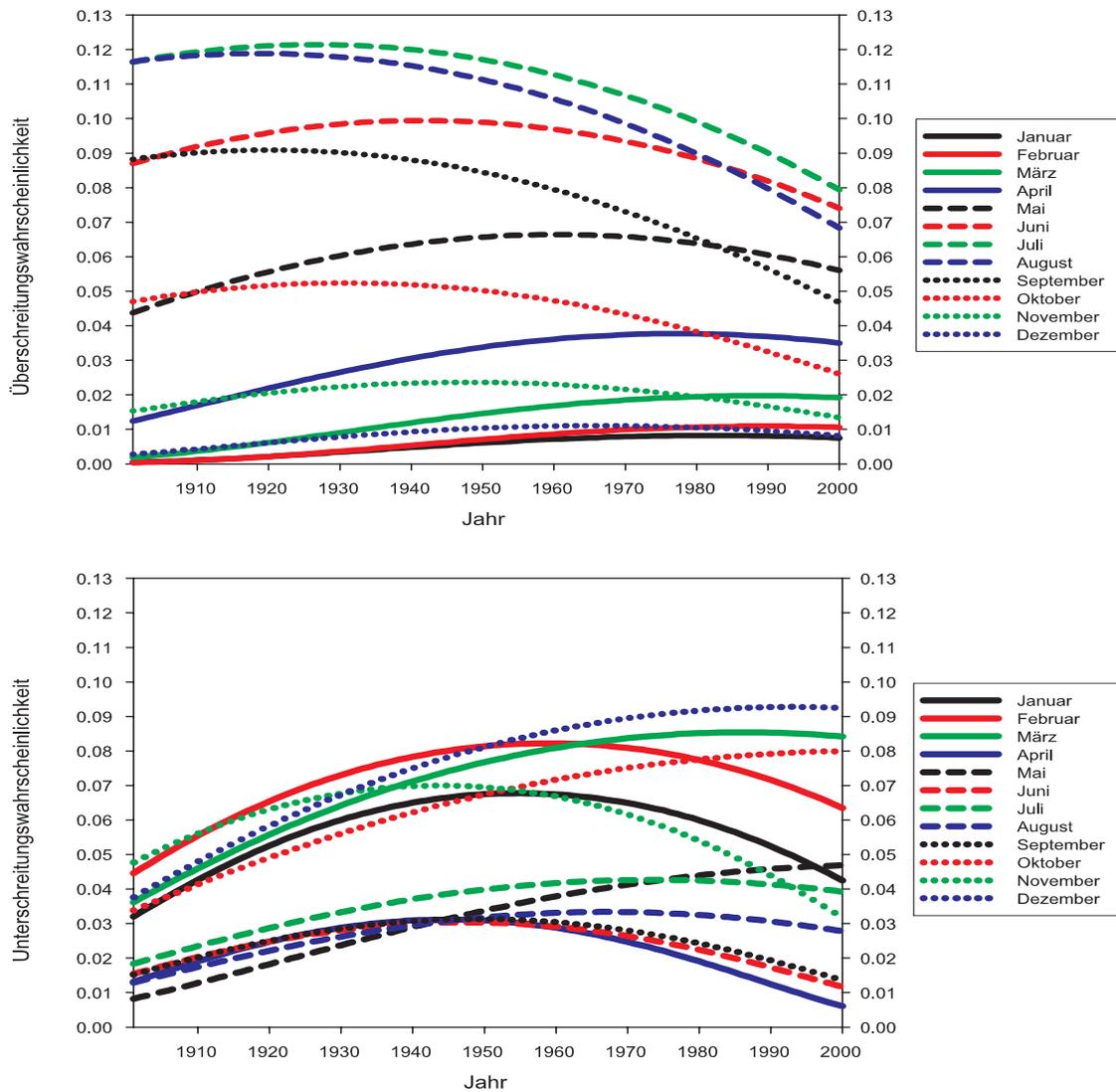


Abbildung E.1: Die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Januar bis Dezember an der Station Wolmirsleben (51.95°N, 11.49°E).

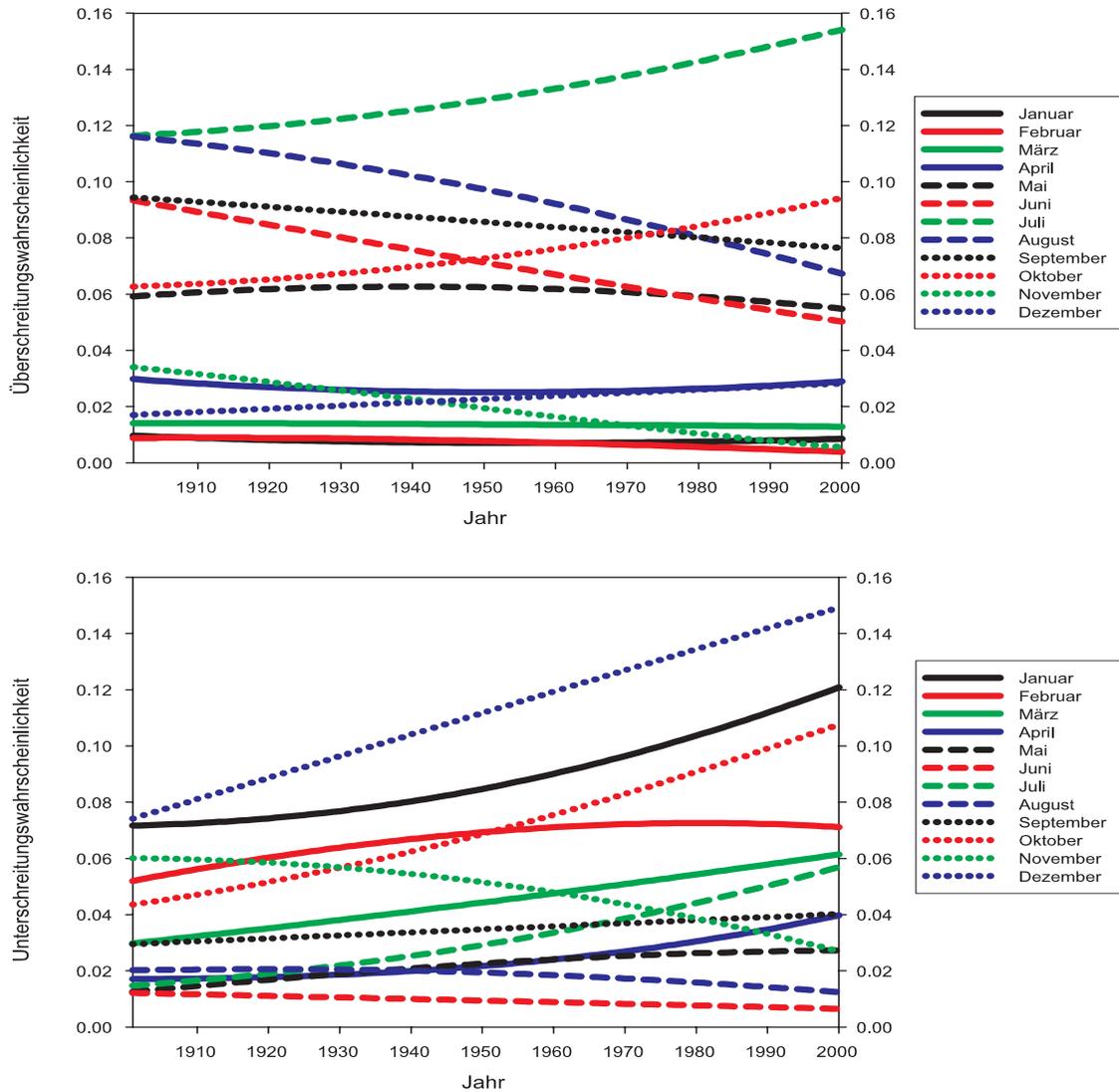


Abbildung E.2: Die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Januar bis Dezember an der Station Görlitz (51.17°N, 14.95°E).

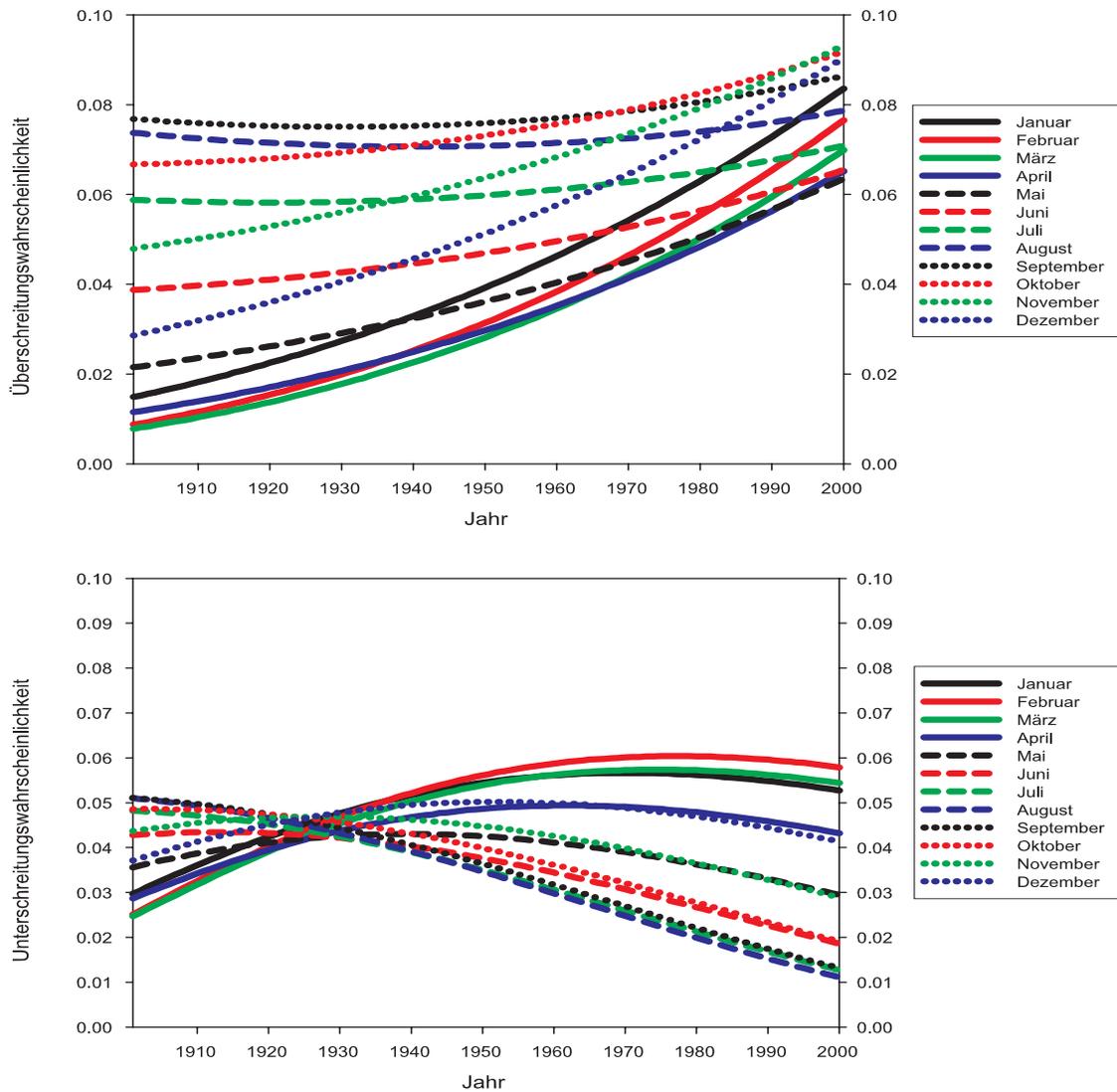


Abbildung E.3: Die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Januar bis Dezember im Beobachtungszeitraum 1901 bis 2000 an der Station Eppenrod (50.4°N, 8°E).

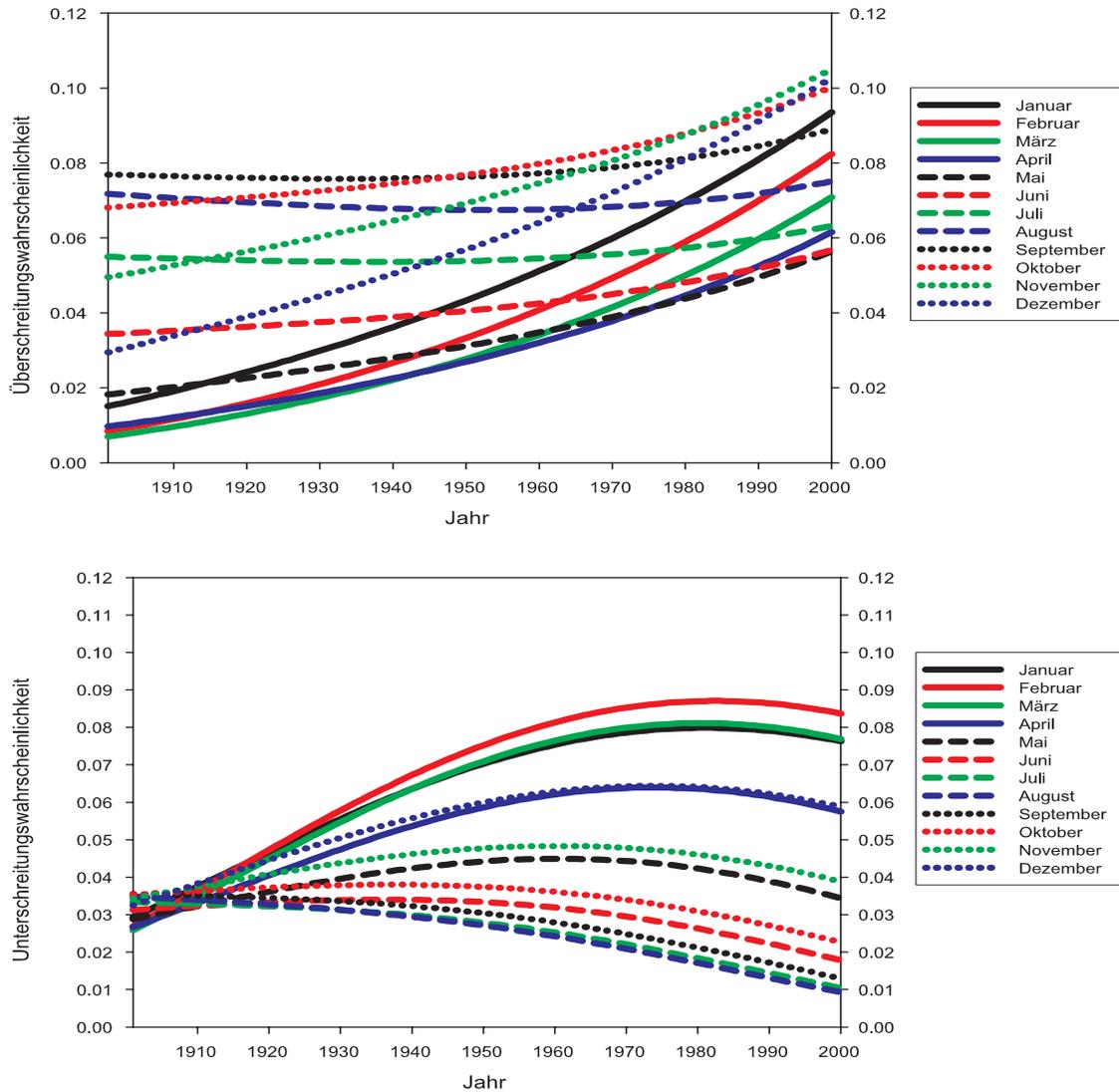


Abbildung E.4: Die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Januar bis Dezember an der Station Osnabrück (52.25°N, 8.05°E).

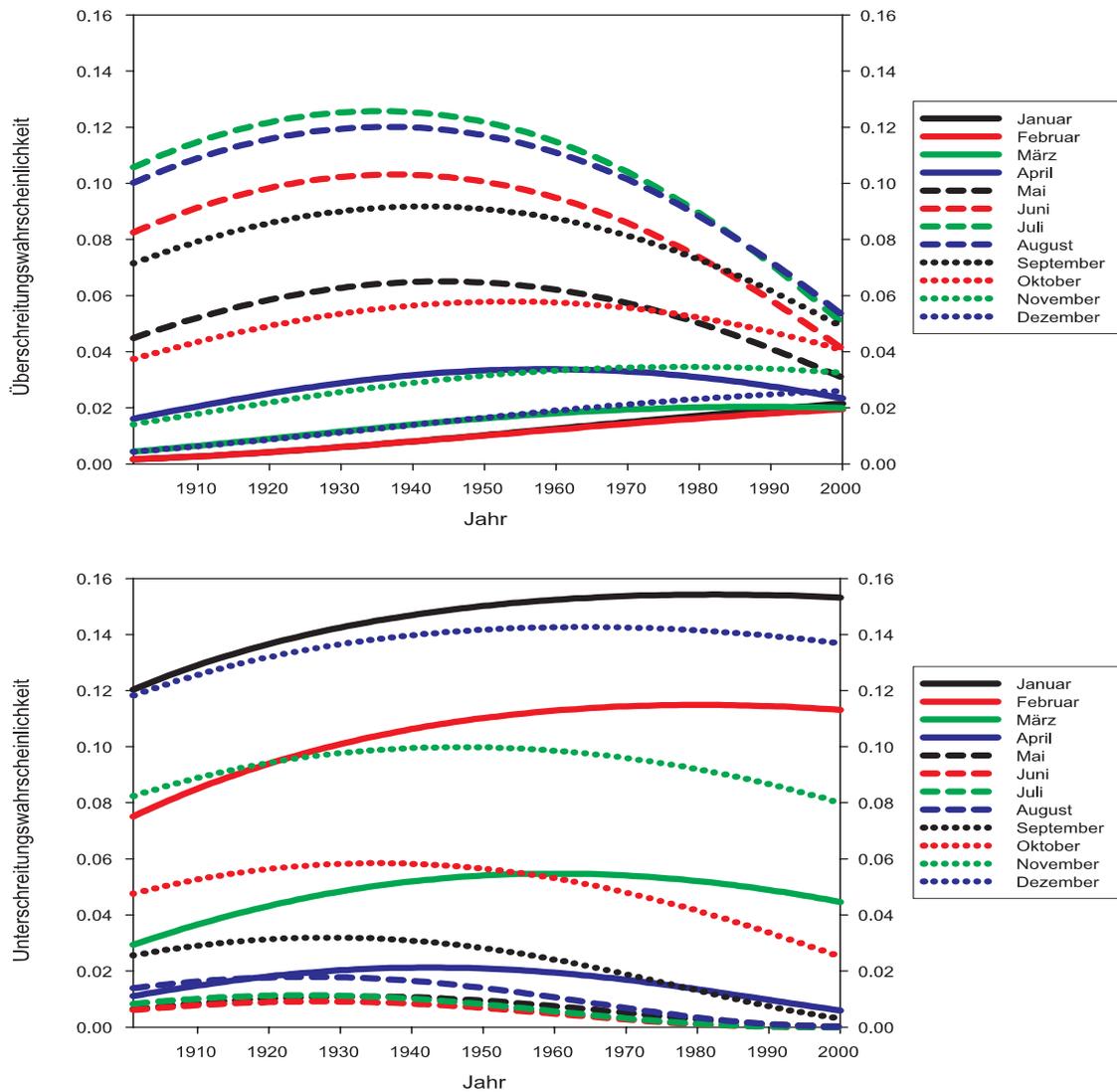


Abbildung E.5: Die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Januar bis Dezember an der Station Tuttlingen (48.01°N, 8.82°E).

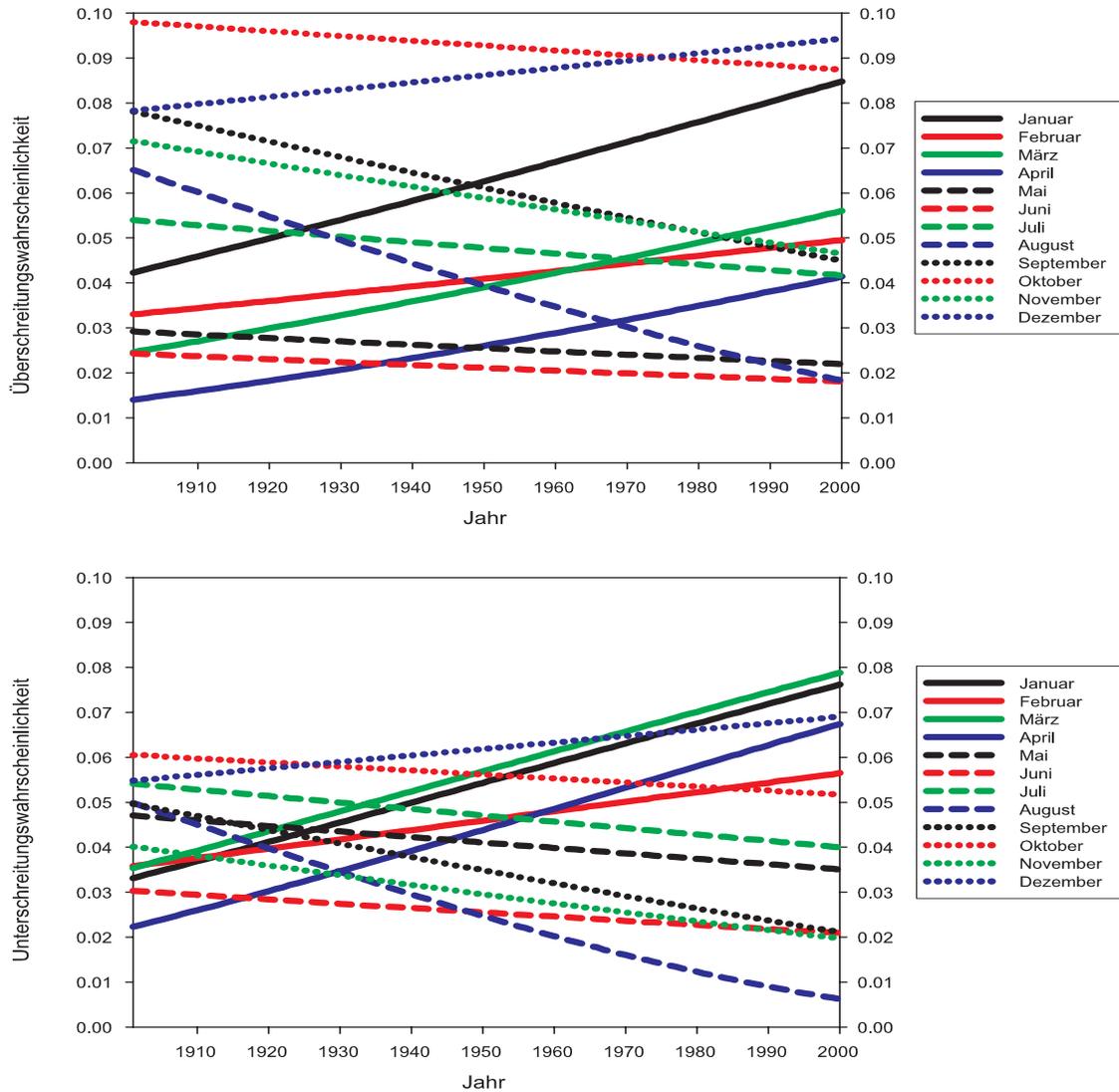


Abbildung E.6: Die zeitlichen Verläufe der Überschreitungswahrscheinlichkeiten des 95%-Perzentils (obere Grafik) sowie der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des 5%-Perzentils in den Monaten Januar bis Dezember an der Station Clausthal (51.83°N, 10.33°E).

Anhang F

Deterministischer Anteil der Niederschlagsreihen der Vereinigten Staaten

In Kapitel 11.3 sind die Ergebnisse der Modellierung von 185 Niederschlagszeitreihen der Vereinigten Staaten mittels des Weibullmodells zusammengefasst. Für eine vollständige Darstellung sind in den folgenden Unterkapiteln alle signifikant detektierten Funktionen zur Beschreibung der deterministischen Anteile im Streuparameter $b(t)$ und im Formparameter $c(t)$ der Weibullverteilung in den analysierten Zeitreihen sowie die detektierten Extremereignisse des angepassten Modells aufgeführt.

F.1 Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente

Die Schwingungen $S_{j,k}$ mit der Wellenzahl j pro Jahr und der Zeitabhängigkeit k der Amplitudenfunktion (vgl. Gleichung 5.11) beschreiben in ihrer Summe die saisonale Komponente des Streuparameters $b(t)$ bzw. des Formparameters $c(t)$.

Tabelle F.1: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente. Die Amplituden der Schwingungen $S_{j,k}$ des Streuparameters $b(t)$ sind als Funktionen der Zeit $t=1, \dots, 1200$ und die Phasenlagen in Tagen nach dem 15. Dezember angegeben (vgl. Gleichung 5.12). Der Formparameter $c(t)$ trägt keine Einheit.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Aberdeen (45.45°N, 98.43°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-39.1	9.9
		$S_{2,0}$	10.2	0.46
		$S_{3,0}$	-5.0	-21.77
		$S_{2,2}$	$-0.893 \cdot 10^{-5}$	26.28
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.28	-14.25
Abilene (32.42°N, 99.68°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.2	24.62
		$S_{2,0}$	14.4	-44.74
		$S_{3,0}$	-12.7	-22.9
		$S_{5,0}$	5.34	3.61
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.08	-26.89
Academy (43.5°N, 99.07°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-39.0	6.83
		$S_{2,0}$	10.2	-14.18
		$S_{3,0}$	-4.98	-24.63
		$S_{2,1}$	$-0.883 \cdot 10^{-2}$	-17.73
		$S_{6,0}$	4.38	0.0
	$S_{6,1}$	$-0.571 \cdot 10^{-2}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.36	2.12	
Albany (42.75°N, 73.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-14.6	32.56
		$S_{4,0}$	4.43	0.857
		$S_{2,2}$	$0.683 \cdot 10^{-5}$	-36.37
		$S_{6,1}$	$-0.31 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.24	-58.81
Albuquerque (35.05°N, 106.62°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.5	56.46
		$S_{3,0}$	2.43	-14.58
		$S_{4,0}$	-2.62	-6.53
		$S_{5,0}$	2.6	6.63
	$S_{2,1}$	$-0.487 \cdot 10^{-2}$	-27.87	
c(t)	$S_{1,0}$	0.14	-81.78	
Alma (43.38°N, 84.67°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-17.8	14.39
		$S_{2,0}$	-6.82	34.55
		$S_{1,1}$	$0.14 \cdot 10^{-1}$	-91.04
		$S_{3,1}$	$0.759 \cdot 10^{-2}$	11.95
	c(t)	$S_{1,0}$	—	—

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Alpena (45.07°N, 83.57°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.2	42.48
		$S_{2,0}$	-3.98	33.42
		$S_{3,1}$	$0.635 \cdot 10^{-2}$	12.18
		$S_{6,0}$	-2.25	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Amarillo (35.22°N, 101.72°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-36.6	24.46
		$S_{2,0}$	4.43	-3.47
		$S_{4,0}$	3.92	-21.19
		$S_{3,1}$	$-0.198 \cdot 10^{-1}$	-19.73
		$S_{5,1}$	$0.767 \cdot 10^{-2}$	17.52
		$S_{3,2}$	$0.135 \cdot 10^{-4}$	-19.24
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.24	22.9
Amherst (42.38°N, 72.53°W)	b(t)	$S_{3,0}$	4.71	-2.93
		$S_{4,0}$	4.49	5.98
		$S_{1,1}$	$-0.11 \cdot 10^{-1}$	46.26
	c(t)	$S_{1,0}$	0.24	81.57
Anna (37.47°N, 89.23°W)	b(t)	$S_{2,0}$	-13.8	6.69
		$S_{3,0}$	8.35	5.26
		$S_{5,0}$	-6.07	-9.46
		$S_{1,1}$	$-0.456 \cdot 10^{-1}$	-43.14
		$S_{2,1}$	$0.236 \cdot 10^{-1}$	-14.68
	$S_{1,2}$	$0.315 \cdot 10^{-4}$	-28.35	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.19	-76.04	
Astoria (46.15°N, 123.88°W)	b(t)	$S_{1,0}$	117.0	28.48
		$S_{2,0}$	17.5	-45.28
		$S_{3,0}$	-17.4	18.06
		$S_{5,0}$	-6.48	-7.04
	c(t)	$S_{1,0}$	0.59	55.53
Atlanta (33.65°N, 84.42°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.6	-91.17
		$S_{2,0}$	-14.7	-44.41
		$S_{3,0}$	12.8	-13.89
		$S_{1,2}$	$-0.152 \cdot 10^{-4}$	85.37
		$S_{3,2}$	$-0.119 \cdot 10^{-4}$	1.42
		$S_{6,2}$	$-0.94 \cdot 10^{-5}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-79.3

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Atlantic City (39.45°N, 74.57°W)	b(t)	$S_{2,0}$	-8.1	-40.62
		$S_{3,0}$	12.6	-11.26
		$S_{5,0}$	5.82	17.59
		$S_{6,2}$	$-0.583 \cdot 10^{-5}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.45	70.59
Baker Or. (44.83°N, 117.82°W)	b(t)	$S_{1,0}$	7.21	70.1
		$S_{2,0}$	6.39	-14.94
		$S_{3,0}$	-3.06	-25.53
		$S_{4,0}$	3.14	-12.35
		$S_{1,1}$	$-0.668 \cdot 10^{-2}$	42.53
	$S_{5,1}$	$-0.299 \cdot 10^{-2}$	-10.84	
c(t)	$S_{1,0}$	0.48	62.58	
Baton Rouge (30.53°N, 91.13°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.5	-35.92
		$S_{2,0}$	17.4	37.9
		$S_{3,0}$	14.4	-5.95
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Bedford (42.48°N, 71.28°W)	b(t)	$S_{3,0}$	5.66	-11.71
		$S_{4,0}$	5.69	1.9
	c(t)	$S_{1,0}$	0.41	64.62
Binghamton (42.22°N, 75.98°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.0	33.39
		$S_{1,1}$	$0.143 \cdot 10^{-1}$	45.99
		$S_{2,2}$	$0.943 \cdot 10^{-5}$	-34.23
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.32	-81.08
Bismarck (46.77°N, 100.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-30.8	12.56
		$S_{2,0}$	7.62	-1.88
		$S_{3,0}$	-2.14	-14.28
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.17	-19.69
Blaine (49.0°N, 122.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	68.3	8.67
		$S_{2,0}$	17.2	-18.43
		$S_{3,0}$	-3.93	15.73
		$S_{5,0}$	-4.77	-12.08
		$S_{1,2}$	$-0.121 \cdot 10^{-4}$	-29.26
	c(t)	$S_{1,0}$	0.76	41.07

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Blanco (30.1°N, 98.42°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.9	15.99
		$S_{2,0}$	-18.6	41.29
		$S_{5,0}$	19.3	-11.95
		$S_{3,1}$	$0.594 \cdot 10^{-1}$	26.55
		$S_{5,1}$	$-0.215 \cdot 10^{-1}$	-15.24
		$S_{3,2}$	$-0.534 \cdot 10^{-4}$	20.39
	c(t)	$S_{1,0}$	0.12	81.05
Boerne (29.8°N, 98.72°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.2	23.98
		$S_{2,0}$	-18.4	38.55
		$S_{5,0}$	17.4	-9.26
		$S_{3,1}$	$0.723 \cdot 10^{-1}$	29.62
		$S_{5,1}$	$-0.184 \cdot 10^{-1}$	-11.89
		$S_{3,2}$	$-0.637 \cdot 10^{-4}$	25.4
	c(t)	$S_{1,0}$	0.13	70.7
Boise (43.57°N, 116.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	13.5	50.32
		$S_{2,0}$	6.28	-31.58
		$S_{3,0}$	-4.38	3.63
		$S_{3,1}$	$0.794 \cdot 10^{-2}$	9.57
		$S_{6,2}$	$-0.159 \cdot 10^{-5}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.51	42.56
Boston (42.37°N, 71.03°W)	b(t)	$S_{3,0}$	5.78	-7.86
		$S_{4,0}$	5.07	3.4
		$S_{1,1}$	$0.133 \cdot 10^{-1}$	19.66
	c(t)	$S_{1,0}$	0.39	55.56
Buckhannon (38.98°N, 80.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.7	-23.76
		$S_{2,0}$	11.4	24.0
		$S_{3,0}$	5.41	-18.43
		$S_{5,0}$	-7.54	-15.97
		$S_{1,1}$	$0.914 \cdot 10^{-2}$	-50.37
		$S_{4,1}$	$0.847 \cdot 10^{-2}$	2.5
		$S_{6,2}$	$-0.368 \cdot 10^{-5}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.36	-59.61

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Buffalo (42.93°N, 78.73°W)	b(t)	$S_{1,0}$	6.62	7.18
		$S_{2,0}$	10.3	34.99
		$S_{2,1}$	$-0.121 \cdot 10^{-1}$	45.38
		$S_{3,1}$	$0.836 \cdot 10^{-2}$	3.41
		$S_{1,2}$	$-0.144 \cdot 10^{-4}$	57.92
		$S_{5,2}$	$-0.654 \cdot 10^{-5}$	-5.67
	c(t)	$S_{1,0}$	0.33	74.67
Burlington (44.47°N, 73.15°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-25.5	41.29
		$S_{4,0}$	2.99	14.82
		$S_{2,1}$	$0.694 \cdot 10^{-2}$	-22.32
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.18	6.07
Butte (45.95°N, 112.5°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-11.4	-28.15
		$S_{2,0}$	7.16	-10.42
		$S_{3,0}$	-5.55	-15.8
		$S_{4,0}$	3.88	-5.39
		$S_{5,0}$	-2.4	-7.49
		$S_{1,1}$	$-0.363 \cdot 10^{-1}$	44.9
		$S_{1,2}$	$0.225 \cdot 10^{-4}$	48.35
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.21	-58.55
Cahokia (38.57°N, 90.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-21.6	1.76
		$S_{2,0}$	-9.89	12.65
		$S_{2,1}$	$0.185 \cdot 10^{-1}$	-12.07
		$S_{6,0}$	-3.21	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.15	-83.06
Calhoun (32.52°N, 92.33°W)	b(t)	$S_{1,0}$	27.8	77.75
		$S_{2,0}$	10.0	-10.55
		$S_{6,1}$	$-0.636 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.35	76.75
Cambridge City (39.87°N, 85.18°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-17.1	-16.49
		$S_{4,0}$	17.2	8.03
		$S_{2,1}$	$0.174 \cdot 10^{-1}$	-26.62
		$S_{4,1}$	$-0.189 \cdot 10^{-1}$	8.58
		$S_{1,2}$	$-0.117 \cdot 10^{-4}$	-1.25
		$S_{6,0}$	-3.69	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.20	-38.27

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Camden (34.25°N, 80.65°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.9	4.52
		$S_{2,0}$	22.5	44.42
		$S_{3,0}$	6.13	-26.5
		$S_{4,0}$	7.73	10.48
		$S_{1,2}$	$0.178 \cdot 10^{-4}$	-8.14
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.25	-78.03
Cedarville (41.53°N, 120.17°W)	b(t)	$S_{1,0}$	17.9	37.67
		$S_{2,0}$	5.6	-13.67
		$S_{5,2}$	$-0.531 \cdot 10^{-5}$	-6.48
		$S_{6,2}$	$-0.262 \cdot 10^{-5}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.30	55.8
Charles City (43.05°N, 92.67°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-55.3	22.38
		$S_{3,0}$	5.72	24.93
		$S_{4,0}$	6.2	-11.89
		$S_{2,2}$	$0.663 \cdot 10^{-5}$	-33.95
		$S_{5,2}$	$-0.849 \cdot 10^{-5}$	-1.32
		$S_{6,0}$	-6.49	0.0
	$S_{6,1}$	$0.823 \cdot 10^{-2}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.30	-14.43	
Charleston (32.9°N, 80.03°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-46.0	35.19
		$S_{2,0}$	-31.9	-40.59
		$S_{4,1}$	$0.142 \cdot 10^{-1}$	3.99
		$S_{6,1}$	$-0.613 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.12	-34.67
Charlotte (35.22°N, 80.93°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.5	-11.75
		$S_{2,0}$	23.2	38.91
		$S_{4,0}$	5.42	4.16
		$S_{1,1}$	$0.18 \cdot 10^{-1}$	-5.03
		$S_{2,1}$	$-0.192 \cdot 10^{-1}$	22.49
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.39	-81.44

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Chattanooga (35.03°N, 85.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	24.8	77.1
		$S_{2,0}$	9.67	42.99
		$S_{3,0}$	19.4	-10.78
		$S_{3,1}$	$-0.159 \cdot 10^{-1}$	0.15
		$S_{4,1}$	$0.113 \cdot 10^{-1}$	8.48
		$S_{6,1}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.32	-89.95
Cheyenne (41.15°N, 104.82°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-21.8	-3.81
		$S_{2,0}$	-7.95	43.02
		$S_{3,0}$	2.45	17.55
		$S_{1,1}$	$-0.821 \cdot 10^{-2}$	27.04
		$S_{2,1}$	$0.529 \cdot 10^{-2}$	22.29
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.31	-16.05
Chicago (41.78°N, 87.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.3	15.08
		$S_{4,0}$	4.0	5.06
		$S_{2,1}$	$0.101 \cdot 10^{-1}$	-37.83
		$S_{3,1}$	$0.931 \cdot 10^{-2}$	-4.92
		$S_{5,1}$	$-0.546 \cdot 10^{-2}$	-0.02
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-53.41
Chippewa Lake (41.05°N, 81.93°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.3	8.31
		$S_{2,1}$	$0.718 \cdot 10^{-2}$	-12.24
		$S_{3,2}$	$0.47 \cdot 10^{-5}$	-4.76
		$S_{6,0}$	-2.7	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.17	-49.16
Cincinnati (39.05°N, 84.67°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-17.4	-31.38
		$S_{3,0}$	4.37	-6.26
		$S_{5,0}$	-4.29	-15.59
		$S_{2,2}$	$0.778 \cdot 10^{-5}$	-25.54
		$S_{6,0}$	-4.97	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Columbia (33.95°N, 81.12°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.2	9.95
		$S_{2,0}$	-26.4	-42.24
		$S_{3,0}$	7.33	-12.28
		$S_{5,1}$	$0.321 \cdot 10^{-1}$	-7.45
		$S_{5,2}$	$-0.438 \cdot 10^{-4}$	-9.1
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.26	-75.37

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Columbia Reg. Airport (38.82°N, 92.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-35.1	15.18
		$S_{2,0}$	-13.4	35.72
		$S_{3,0}$	14.9	26.14
		$S_{3,1}$	$0.142 \cdot 10^{-1}$	-29.39
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-50.46
Columbus (40.0°N, 82.88°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.7	-22.0
		$S_{2,1}$	$0.123 \cdot 10^{-1}$	7.43
		$S_{3,1}$	$0.727 \cdot 10^{-2}$	-10.62
		$S_{1,2}$	$-0.145 \cdot 10^{-4}$	34.3
	$S_{6,0}$	-3.25	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.20	-50.14	
Concord (43.2°N, 71.5°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.6	23.45
		$S_{3,0}$	3.88	-5.26
		$S_{4,0}$	4.2	3.96
		$S_{1,1}$	$0.134 \cdot 10^{-1}$	-7.83
		$S_{2,1}$	$0.885 \cdot 10^{-2}$	-24.42
	$S_{6,1}$	0.0	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	0.24	73.63	
Concordia (39.55°N, 97.65°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-49.7	15.63
		$S_{2,0}$	6.09	-6.65
c(t)	$S_{1,0}$	-0.25	-9.86	
Corpus Christi (27.77°N, 97.5°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.3	55.88
		$S_{2,0}$	-11.9	25.48
		$S_{3,0}$	-17.7	-24.48
		$S_{4,0}$	10.2	-5.28
	$S_{5,0}$	5.51	-10.74	
c(t)	$S_{1,0}$	-	-	
Corvallis State Univ. (44.63°N, 123.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	85.9	19.9
		$S_{2,0}$	20.1	3.17
		$S_{1,1}$	$0.118 \cdot 10^{-1}$	66.78
		$S_{4,1}$	$0.249 \cdot 10^{-1}$	-5.96
	$S_{4,2}$	$-0.242 \cdot 10^{-4}$	-1.58	
c(t)	$S_{1,0}$	0.61	48.3	

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Crosbyton (33.65°N, 101.25°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-30.9	38.34
		$S_{2,0}$	-6.22	30.64
		$S_{3,0}$	-6.92	-18.67
		$S_{3,1}$	$0.838 \cdot 10^{-2}$	29.2
		$S_{4,1}$	$0.791 \cdot 10^{-2}$	-8.6
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.18	16.14
Denver (39.75°N, 104.87°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-21.2	3.54
		$S_{2,0}$	-7.24	45.11
		$S_{3,0}$	3.8	7.3
		$S_{5,0}$	3.45	3.1
		$S_{1,1}$	$0.209 \cdot 10^{-1}$	46.07
		$S_{4,1}$	$-0.41 \cdot 10^{-2}$	2.66
		$S_{1,2}$	$-0.215 \cdot 10^{-4}$	42.74
	$S_{6,1}$	$-0.278 \cdot 10^{-2}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.18	-50.52	
Des Moines (41.53°N, 93.65°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-47.3	19.51
		$S_{3,0}$	4.11	22.69
		$S_{2,2}$	$0.933 \cdot 10^{-5}$	-45.01
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.26	-35.95
Detroit (42.23°N, 83.33°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-16.9	14.88
		$S_{3,0}$	3.49	7.79
		$S_{2,1}$	$0.457 \cdot 10^{-2}$	-30.63
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.20	-67.36
Dodge City (37.77°N, 99.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-36.6	14.39
		$S_{2,0}$	4.67	-12.12
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.34	6.21
Donaldsonville (30.07°N, 91.03°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.4	1.9
		$S_{2,0}$	18.8	40.23
		$S_{3,0}$	12.0	-4.98
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Du Quoin (37.98°N, 89.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-14.6	-14.88
		$S_{3,0}$	5.45	-6.71
		$S_{2,2}$	$0.174 \cdot 10^{-4}$	-34.7
		$S_{6,0}$	-4.18	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.14	-81.37

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Duluth (46.83°N, 92.18°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-38.2	29.84
		$S_{4,0}$	3.04	0.18
		$S_{5,1}$	$-0.594 \cdot 10^{-2}$	-0.13
		$S_{1,2}$	$-0.103 \cdot 10^{-4}$	69.1
		$S_{6,0}$	-2.21	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.38	14.27
Eastman (32.2°N, 83.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.1	-18.07
		$S_{2,0}$	-23.7	-42.11
		$S_{3,0}$	8.59	-23.87
		$S_{4,0}$	5.95	8.52
		$S_{1,2}$	$0.172 \cdot 10^{-4}$	-2.92
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.21	-53.17
Elko (40.83°N, 115.78°W)	b(t)	$S_{1,0}$	7.96	49.57
		$S_{2,0}$	3.96	-16.92
		$S_{3,1}$	$-0.298 \cdot 10^{-2}$	-21.01
		$S_{5,1}$	$-0.274 \cdot 10^{-2}$	-9.56
	c(t)	$S_{1,0}$	0.20	62.65
Elmira (42.1°N, 76.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-29.9	21.92
		$S_{1,1}$	$0.105 \cdot 10^{-1}$	4.65
		$S_{2,1}$	$0.638 \cdot 10^{-2}$	-33.47
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.27	-43.75
Erie (42.08°N, 80.18°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-12.8	80.31
		$S_{2,1}$	$0.984 \cdot 10^{-2}$	-44.72
		$S_{1,2}$	$-0.987 \cdot 10^{-5}$	47.11
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.15	-89.48
Eureka (40.8°N, 124.17°W)	b(t)	$S_{1,0}$	94.5	33.05
		$S_{2,0}$	12.4	12.02
		$S_{3,1}$	$0.632 \cdot 10^{-2}$	-14.37
		$S_{5,2}$	$-0.107 \cdot 10^{-4}$	-9.44
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.60	41.95
Evansville (38.05°N, 87.53°W)	b(t)	$S_{1,1}$	$-0.215 \cdot 10^{-1}$	-50.16
		$S_{3,1}$	$0.771 \cdot 10^{-2}$	-10.69
		$S_{2,2}$	$0.132 \cdot 10^{-4}$	-37.49
		$S_{6,0}$	-4.36	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Fargo (46.09°N, 96.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-38.1	21.64
		$S_{2,0}$	6.76	9.19
		$S_{4,1}$	$-0.343 \cdot 10^{-2}$	-14.35
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.24	-20.85
Farmington ^o N, (44.67°N, 93.18°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-43.8	29.09
		$S_{2,0}$	4.51	-1.87
		$S_{5,0}$	-3.42	-11.37
		$S_{1,1}$	$0.217 \cdot 10^{-1}$	73.37
	$S_{1,2}$	$-0.26 \cdot 10^{-4}$	57.3	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.36	-9.22	
Flagstaff (35.13°N, 111.67°W)	b(t)	$S_{1,0}$	8.9	-52.2
		$S_{2,0}$	-16.8	-32.22
		$S_{3,0}$	11.7	-12.94
	$S_{5,0}$	5.68	3.33	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.12	40.57	
Fort Collins (40.58°N, 105.08°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-24.1	-3.38
		$S_{2,0}$	-9.64	45.24
		$S_{3,0}$	4.99	22.62
c(t)	$S_{1,0}$	-0.17	-54.66	
Fort Smith (35.33°N, 94.37°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-17.2	-18.23
		$S_{2,1}$	$0.307 \cdot 10^{-1}$	-44.92
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.27	-83.81
Gainesville (34.3°N, 83.85°W)	b(t)	$S_{1,0}$	21.1	78.98
		$S_{2,0}$	26.7	39.84
		$S_{3,0}$	6.8	-16.73
	$S_{2,1}$	$-0.2 \cdot 10^{-1}$	27.54	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.30	-89.77	
Galveston (29.3°N, 94.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-21.6	89.62
		$S_{3,0}$	9.04	24.61
		$S_{6,1}$	$-0.678 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.18	6.74

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Goldsboro (35.33°N, 77.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-40.0	12.36
		$S_{2,0}$	21.7	44.34
		$S_{1,1}$	$0.192 \cdot 10^{-1}$	-13.71
		$S_{3,1}$	$0.103 \cdot 10^{-1}$	-10.27
		$S_{6,1}$	$-0.645 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.38	-80.87
Grand Coteau (30.43°N, 92.03°W)	b(t)	$S_{1,0}$	19.5	90.92
		$S_{2,0}$	16.8	16.55
		$S_{3,0}$	29.3	-0.65
		$S_{3,1}$	$-0.3 \cdot 10^{-1}$	-6.57
		$S_{6,0}$	-5.41	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Grand Junction (39.12°N, 108.53°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-2,52	78.94
		$S_{2,0}$	-5.21	9.95
		$S_{3,0}$	1.73	13.83
		$S_{5,0}$	2.19	13.71
	c(t)	$S_{1,0}$	0.17	44.51
Grand Rapids (42.88°N, 85.52°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-18.5	21.85
		$S_{2,0}$	-9.31	45.08
		$S_{3,0}$	-6.02	-25.69
		$S_{4,0}$	5.92	2.85
		$S_{3,1}$	$0.864 \cdot 10^{-2}$	-10.19
		$S_{5,1}$	$-0.765 \cdot 10^{-2}$	9.14
		$S_{1,2}$	$0.93 \cdot 10^{-5}$	-90.96
	$S_{6,0}$	-1.94	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	0.25	76.49	
Great Falls (47.48°N, 111.37°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-22.0	0.97
		$S_{2,0}$	9.4	-13.97
		$S_{3,0}$	-7.7	-18.71
		$S_{4,0}$	5.57	-8.18
		$S_{5,1}$	$-0.517 \cdot 10^{-2}$	-8.23
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.20	-68.28

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Green Bay (44.48°N, 88.13°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-32.0	27.42
		$S_{2,0}$	4.55	-39.88
		$S_{5,1}$	$-0.79 \cdot 10^{-2}$	2.44
		$S_{4,2}$	$0.54 \cdot 10^{-5}$	0.44
	c(t)	$S_{1,0}$	—	—
Greenville (34.9°N, 82.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.49	-53.41
		$S_{2,0}$	25.8	44.57
		$S_{3,0}$	6.28	-13.67
		$S_{5,0}$	8.8	10.78
	$S_{2,1}$	-0.207	33.01	
c(t)	$S_{1,0}$	0.33	87.02	
Havre City-County Airp. (48.55°N, 109.77°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.5	10.63
		$S_{2,0}$	8.0	-2.87
		$S_{3,0}$	-5.45	-15.63
		$S_{4,0}$	4.14	-0.41
	$S_{5,0}$	-1.84	-0.96	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.13	-49.39	
Heber (40.5°N, 111.42°W)	b(t)	$S_{1,0}$	12.6	33.39
		$S_{3,2}$	$-0.434 \cdot 10^{-5}$	-22.85
	c(t)	$S_{1,0}$	0.29	67.99
Helena (46.6°N, 112.0°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.4	3.77
		$S_{2,0}$	7.34	-13.58
		$S_{3,0}$	-6.06	-18.47
		$S_{4,0}$	4.5	-6.07
		$S_{5,1}$	$-0.236 \cdot 10^{-2}$	-6.91
	$S_{1,2}$	$-0.546 \cdot 10^{-5}$	8.77	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.30	-62.62	
Hightstown (40.27°N, 74.57°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-18.2	33.05
		$S_{2,0}$	-5.9	-40.66
		$S_{3,1}$	$0.148 \cdot 10^{-1}$	-4.99
		$S_{6,0}$	5.17	0.0
	$S_{6,1}$	$-0.139 \cdot 10^{-1}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	0.47	82.34	

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Honolulu (21.33°N, 157.92°W)	b(t)	$S_{1,0}$	41.8	23.86
		$S_{3,0}$	-5.09	30.16
		$S_{5,0}$	4.04	12.24
		$S_{1,1}$	$-0.125 \cdot 10^{-1}$	25.08
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.12	36.40
Hood River (45.68°N, 121.52°W)	b(t)	$S_{1,0}$	68.8	19.8
		$S_{2,0}$	17.4	4.58
		$S_{5,1}$	$-0.364 \cdot 10^{-2}$	-11.35
		$S_{1,2}$	$0.889 \cdot 10^{-5}$	6.24
	c(t)	$S_{1,0}$	0.49	48.32
Houma (29.58°N, 90.73°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-53.9	54.88
		$S_{2,0}$	23.3	45.14
		$S_{3,0}$	9.46	-8.9
		$S_{1,1}$	$0.327 \cdot 10^{-1}$	89.34
		$S_{6,2}$	$-0.105 \cdot 10^{-4}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.21	10.93
Huron (44.38°N, 98.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-37.1	10.14
		$S_{2,0}$	12.0	-2.67
		$S_{3,0}$	-4.52	-11.74
		$S_{4,0}$	2.5	11.89
		$S_{2,1}$	$-0.111 \cdot 10^{-1}$	17.4
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.30	-0.49
Imperial (40.52°N, 101.63°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-39.2	9.18
		$S_{2,0}$	8.59	-10.65
		$S_{3,1}$	$-0.443 \cdot 10^{-2}$	-14.02
		$S_{5,2}$	$-0.357 \cdot 10^{-5}$	-17.2
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.37	-6.09
Independence (37.25°N, 95.7°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-47.0	17.38
		$S_{2,0}$	-20.6	43.93
		$S_{3,0}$	-11.5	-13.09
		$S_{4,1}$	$0.429 \cdot 10^{-1}$	18.57
		$S_{4,2}$	$-0.417 \cdot 10^{-4}$	22.33
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-29.82

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Indianapolis (39.73°N, 86.27°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-20.5	-2.36
		$S_{3,0}$	5.37	-11.98
		$S_{4,0}$	14.4	9.78
		$S_{2,1}$	$0.111 \cdot 10^{-1}$	-19.55
		$S_{4,1}$	$-0.163 \cdot 10^{-1}$	10.43
		$S_{6,0}$	-5.07	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.17	-38.99
Jacksonville (30.5°N, 81.7°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-59.7	43.65
		$S_{2,0}$	-19.2	-40.06
		$S_{3,0}$	-12.7	-20.76
		$S_{4,0}$	14.2	3.57
		$S_{2,1}$	$-0.174 \cdot 10^{-1}$	-10.99
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	27.65
Kalispell (48.3°N, 114.27°W)	b(t)	$S_{2,0}$	7.88	-8.95
		$S_{3,0}$	-4.3	-17.4
		$S_{4,0}$	5.24	-8.55
		$S_{5,0}$	-3.03	-5.09
		$S_{2,1}$	$0.504 \cdot 10^{-2}$	1.39
		$S_{1,2}$	$-0.67 \cdot 10^{-5}$	-4.8
	c(t)	$S_{1,0}$	0.43	71.72
Kansas City (39.3°N, 94.72°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-48.3	19.46
		$S_{2,0}$	-11.4	40.22
		$S_{3,0}$	-8.94	-27.21
		$S_{4,0}$	6.33	-0.43
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.34	-30.76
Key West (24.55°N, 81.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-56.0	63.74
		$S_{2,0}$	-11.6	8.62
		$S_{3,0}$	-24.7	-16.92
		$S_{4,0}$	14.7	0.55
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.40	55.66
Kingston (41.48°N, 71.53°W)	b(t)	$S_{1,0}$	14.5	34.2
		$S_{3,0}$	13.8	-1.56
		$S_{5,0}$	-7.25	-6.94
	c(t)	$S_{1,0}$	0.38	48.86

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Lander (42.82°N, 108.73°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-12.3	-38.52
		$S_{2,0}$	-16.7	45.56
		$S_{3,0}$	-5.52	-23.05
		$S_{1,1}$	$-0.493 \cdot 10^{-2}$	10.96
	c(t)	$S_{1,0}$	0.22	82.88
Lansing (42.77°N, 84.6°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.1	19.72
		$S_{2,0}$	7.69	-40.31
		$S_{3,0}$	4.08	21.01
		$S_{4,0}$	5.29	-1.05
	$S_{5,2}$	$-0.799 \cdot 10^{-5}$	6.31	
c(t)	$S_{1,0}$	0.15	86.76	
Laramie (41.32°N, 105.68°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.4	16.62
		$S_{3,0}$	1.63	-0.14
		$S_{4,0}$	-4.33	-14.96
		$S_{5,0}$	2.55	-1.72
		$S_{4,2}$	$0.356 \cdot 10^{-5}$	-19.24
	$S_{6,1}$	$-0.208 \cdot 10^{-2}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.23	3.16	
Larned (38.18°N, 99.1°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-45.9	21.68
		$S_{2,0}$	7.99	-3.19
		$S_{3,0}$	-3.43	7.44
	$S_{1,2}$	$0.776 \cdot 10^{-5}$	83.4	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.36	8.76	
Lewiston (46.38°N, 117.02°W)	b(t)	$S_{1,0}$	6.17	44.83
		$S_{2,0}$	6.62	-25.52
		$S_{3,0}$	-3.27	-17.43
		$S_{4,0}$	2.1	-14.03
		$S_{5,0}$	-2.47	-3.99
	$S_{1,2}$	$-0.549 \cdot 10^{-5}$	-5.84	
c(t)	$S_{1,0}$	0.40	61.29	

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Lexington (38.03°N, 84.6°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-9.12	-81.51
		$S_{2,0}$	10.0	14.93
		$S_{4,0}$	6.37	4.76
		$S_{1,1}$	$-0.194 \cdot 10^{-1}$	-13.42
		$S_{3,1}$	$0.1 \cdot 10^{-1}$	-22.03
		$S_{6,0}$	-3.97	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.15	-43.34
Lincoln (40.85°N, 96.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-50.3	27.27
		$S_{3,0}$	-5.33	-27.19
		$S_{4,0}$	5.11	-11.69
		$S_{1,1}$	$-0.132 \cdot 10^{-1}$	-90.6
		$S_{5,1}$	$-0.462 \cdot 10^{-2}$	-6.77
		$S_{2,2}$	$0.112 \cdot 10^{-4}$	-39.31
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.39	-4.24
Little Mountain (34.2°N, 81.42°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.8	-21.98
		$S_{2,0}$	-21.8	-36.7
		$S_{4,0}$	6.36	4.93
		$S_{1,2}$	$0.114 \cdot 10^{-4}$	-36.75
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-78.20
Louisville (38.18°N, 85.73°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-18.1	-64.17
		$S_{5,0}$	4.85	17.03
		$S_{3,1}$	$0.985 \cdot 10^{-2}$	-18.66
		$S_{6,0}$	-4.63	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Lowville (43.8°N, 75.48°W)	b(t)	$S_{1,0}$	9.54	-80.34
		$S_{2,0}$	5.39	-0.03
		$S_{3,2}$	$0.782 \cdot 10^{-5}$	2.64
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Lumberton (34.62°N, 78.98°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-32.8	11.31
		$S_{2,0}$	-22.2	-42.97
		$S_{4,0}$	12.7	-7.14
		$S_{4,1}$	$-0.121 \cdot 10^{-1}$	-14.63
		$S_{1,2}$	$0.115 \cdot 10^{-4}$	-28.29
		$S_{6,1}$	$-0.673 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.38	-49.13

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Lynchburg (37.33°N, 79.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-12.4	12.48
		$S_{2,0}$	6.26	41.68
		$S_{4,0}$	5.28	6.58
		$S_{5,0}$	-7.0	-17.26
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.38	-85.12
Macon (32.7°N, 83.65°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.4	-60.08
		$S_{2,0}$	-20.2	-43.38
		$S_{3,0}$	9.92	-25.02
		$S_{4,0}$	5.64	11.87
	$S_{1,2}$	$0.119 \cdot 10^{-4}$	-8.15	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-44.09	
Manti (39.25°N, 111.63°W)	b(t)	$S_{1,0}$	4.99	82.01
		$S_{2,0}$	-5.36	19.19
	c(t)	$S_{1,0}$	0.23	50.88
Marshall (35.8°N, 82.67°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-25.3	5.81
		$S_{2,0}$	12.5	44.09
		$S_{3,0}$	6.6	-17.38
		$S_{5,0}$	-5.3	-16.47
		$S_{1,1}$	$0.182 \cdot 10^{-1}$	48.28
	$S_{6,2}$	$-0.371 \cdot 10^{-5}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.39	-54.36	
Martinsburg (39.4°N, 77.98°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-17.5	11.05
		$S_{5,0}$	7.39	16.59
		$S_{2,1}$	$-0.745 \cdot 10^{-2}$	40.82
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-86.06
Mc Minnville (35.68°N, 85.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.8	-89.64
		$S_{2,0}$	18.7	43.4
		$S_{3,0}$	6.16	-13.73
		$S_{4,0}$	9.4	2.03
		$S_{2,2}$	$0.192 \cdot 10^{-4}$	-34.0
	$S_{6,1}$	$-0.734 \cdot 10^{-2}$	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.21	-46.27	
Mellette (45.15°N, 98.5°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-39.6	11.92
		$S_{2,0}$	6.75	-19.09
		$S_{3,0}$	-4.69	-24.29
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.34	12.81

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Memphis (35.05°N, 90.0°W)	b(t)	$S_{1,0}$	28.3	75.16
		$S_{3,0}$	12.8	-6.95
		$S_{2,2}$	$0.161 \cdot 10^{-4}$	-22.84
		$S_{5,2}$	$0.818 \cdot 10^{-5}$	-15.39
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.31	-77.27
Mena (34.57°N, 94.27°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-21.8	-39.04
		$S_{2,1}$	$0.357 \cdot 10^{-1}$	-39.86
		$S_{5,2}$	$0.122 \cdot 10^{-4}$	-4.48
		$S_{6,1}$	$-0.917 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.28	-73.01
Meridian (32.33°N, 88.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-35.0	-67.86
		$S_{2,0}$	11.3	38.74
		$S_{3,0}$	15.8	-15.68
		$S_{5,0}$	9.25	-6.26
		$S_{1,1}$	$0.216 \cdot 10^{-1}$	0.86
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.27	-87.97
Miles City (46.43°N, 105.88°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.5	7.92
		$S_{2,0}$	9.6	-5.9
		$S_{3,0}$	-6.26	-13.6
		$S_{4,0}$	5.35	1.12
		$S_{2,2}$	$-0.345 \cdot 10^{-5}$	29.52
		$S_{4,2}$	$-0.431 \cdot 10^{-5}$	-4.28
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.16	-38.5
Milton (Blue Hill) (42.22°N, 71.12°W)	b(t)	$S_{4,0}$	4.89	6.4
		$S_{1,1}$	$0.187 \cdot 10^{-1}$	20.09
	c(t)	$S_{1,0}$	0.43	62.18
Minneapolis (44.88°N, 93.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-45.3	22.72
		$S_{2,0}$	6.5	-13.35
		$S_{3,0}$	-4.64	-14.61
		$S_{4,1}$	$0.733 \cdot 10^{-2}$	-10.21
		$S_{5,2}$	$-0.938 \cdot 10^{-5}$	-7.58
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.37	-6.15

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Moberly (39.4°N, 92.43°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-40.3	19.75
		$S_{2,0}$	-11.1	40.41
		$S_{3,0}$	-6.35	-25.99
		$S_{4,0}$	5.25	-0.91
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.27	-25.71
Mobile (30.68°N, 88.25°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.6	-14.77
		$S_{2,0}$	-21.2	-37.56
		$S_{3,0}$	17.4	-11.16
		$S_{4,0}$	8.99	8.11
		$S_{6,2}$	$-0.173 \cdot 10^{-4}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.15	-65.5
Monmouth (40.92°N, 90.63°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-36.2	16.91
		$S_{4,0}$	5.03	13.15
		$S_{2,1}$	$0.783 \cdot 10^{-2}$	-39.96
		$S_{6,0}$	-5.7	0.0
		$S_{6,1}$	$0.517 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.23	-60.95
Montrose (38.48°N, 107.88°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-4.06	56.72
		$S_{2,0}$	-4.49	8.48
		$S_{3,0}$	3.15	10.62
		$S_{5,0}$	1.94	13.66
		$S_{1,1}$	$-0.393 \cdot 10^{-2}$	68.32
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Morrison (41.82°N, 89.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-39.6	19.64
		$S_{3,0}$	4.58	13.24
		$S_{5,0}$	-4.11	-9.39
		$S_{2,1}$	$0.128 \cdot 10^{-1}$	-42.78
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.27	-37.89
Mountain Grove (37.15°N, 92.27°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-34.7	4.64
		$S_{2,0}$	-14.9	45.34
		$S_{1,1}$	$0.18 \cdot 10^{-1}$	12.43
		$S_{6,2}$	$-0.582 \cdot 10^{-5}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.18	-61.76

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Nashville (36.12°N, 86.68°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.8	-90.3
		$S_{2,0}$	10.9	39.72
		$S_{3,0}$	5.62	0.62
		$S_{4,0}$	7.79	-2.73
		$S_{2,2}$	$0.162 \cdot 10^{-4}$	-30.82
		$S_{6,1}$	$-0.675 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.23	-66.25
Nevada City (39.25°N, 121.02°W)	b(t)	$S_{1,0}$	125.0	40.7
		$S_{2,0}$	16.0	41.41
	c(t)	$S_{1,0}$	0.32	49.69
New Orleans (29.98°N, 90.25°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-22.6	1.33
		$S_{2,0}$	15.3	42.68
		$S_{3,0}$	13.9	1.15
		$S_{4,0}$	8.26	-2.69
		$S_{5,0}$	14.6	-2.16
		$S_{5,2}$	$-0.373 \cdot 10^{-4}$	4.18
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.13	37.28
New York Central Park (40.78°N, 73.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.8	18.11
		$S_{3,1}$	$0.103 \cdot 10^{-1}$	-7.51
		$S_{6,1}$	$-0.827 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.38	89.73
New York La Guardia Airp. (40.77°N, 73.9°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-8.24	5.34
		$S_{3,0}$	6.77	-10.08
		$S_{6,1}$	$-0.633 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.39	84.87
Newport (35.6°N, 91.28°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-17.4	-87.6
		$S_{3,0}$	16.9	21.42
		$S_{3,1}$	$-0.223 \cdot 10^{-1}$	30.4
		$S_{2,2}$	$0.167 \cdot 10^{-4}$	-33.65
		$S_{6,1}$	$-0.587 \cdot 10^{-2}$	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-62.03

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Newport Mun. Airp. (44.63°N, 124.05°W)	b(t)	$S_{1,0}$	119.0	28.04
		$S_{2,0}$	10.08	-22.73
		$S_{3,0}$	-14.7	13.87
		$S_{4,0}$	6.91	-19.95
		$S_{5,0}$	-3.6	-7.47
		$S_{2,2}$	$0.479 \cdot 10^{-5}$	-15.22
	c(t)	$S_{1,0}$	0.53	55.12
North Little Rock Airp. (34.83°N, 92.25°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.1	-91.04
		$S_{3,0}$	11.4	4.65
		$S_{2,1}$	$0.227 \cdot 10^{-1}$	-41.29
c(t)	$S_{1,0}$	-0.26	-84.87	
North Platte (41.13°N, 100.68°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-40.0	8.4
		$S_{2,0}$	7.87	-12.39
		$S_{3,0}$	-2.85	-25.5
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.40	-12.23
Oklahoma City (35.4°N, 97.6°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-35.9	8.94
		$S_{2,0}$	21.2	-43.23
		$S_{3,0}$	-12.8	-22.03
		$S_{4,2}$	$0.814 \cdot 10^{-5}$	-3.2
c(t)	$S_{1,0}$	-0.21	-17.83	
Omaha (41.3°N, 95.9°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-41.3	26.3
		$S_{2,0}$	4.67	-27.13
		$S_{3,0}$	-6.65	-22.02
		$S_{1,1}$	$-0.124 \cdot 10^{-1}$	-16.82
		$S_{3,2}$	$0.71 \cdot 10^{-5}$	-15.72
c(t)	$S_{1,0}$	-0.33	-14.57	
Park Rapids (46.9°N, 95.07°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-42.4	24.18
		$S_{2,0}$	7.44	14.64
		$S_{5,0}$	-4.55	-7.87
		$S_{1,2}$	$-0.127 \cdot 10^{-4}$	39.92
		$S_{6,0}$	2.32	0.0
c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-18.76	

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Peoria (40.67°N, 89.68°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-32.8	10.09
		$S_{3,0}$	5.17	4.89
		$S_{2,1}$	$0.141 \cdot 10^{-1}$	-41.24
		$S_{6,0}$	-3.71	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-64.27
Philadelphia (39.88°N, 75.25°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-13.6	15.81
		$S_{2,0}$	7.38	38.81
		$S_{3,0}$	9.87	-7.53
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.33	89.69
Pierre (44.38°N, 100.28°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-33.9	7.33
		$S_{2,0}$	8.22	-13.07
		$S_{3,0}$	-3.41	-16.15
		$S_{5,0}$	-2.19	-14.23
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-12.12
Pittsburgh (40.5°N, 80.22°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-18.9	-8.03
		$S_{4,0}$	12.2	12.98
		$S_{5,0}$	-4.31	-11.63
		$S_{4,1}$	$-0.12 \cdot 10^{-1}$	16.94
		$S_{2,2}$	$0.643 \cdot 10^{-5}$	8.18
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.32	-88.66
Portland (45.6°N, 122.6°W)	b(t)	$S_{1,0}$	77.6	21.32
		$S_{2,0}$	17.9	-5.39
		$S_{4,0}$	4.73	-11.23
		$S_{1,2}$	$-0.749 \cdot 10^{-5}$	-6.41
	c(t)	$S_{1,0}$	0.65	54.00
Portland Jetport (43.65°N, 70.32°W)	b(t)	$S_{1,0}$	20.4	77.36
		$S_{4,0}$	4.95	2.08
		$S_{1,1}$	$0.194 \cdot 10^{-1}$	-60.13
		$S_{2,2}$	$0.186 \cdot 10^{-4}$	-37.73
	c(t)	$S_{1,0}$	0.21	65.60

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Prairie Du Chien (43.03°N, 91.15°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-44.4	25.93
		$S_{3,0}$	4.48	18.87
		$S_{4,0}$	5.16	-16.02
		$S_{5,1}$	$-0.751 \cdot 10^{-2}$	0.77
		$S_{2,2}$	$0.701 \cdot 10^{-5}$	-43.54
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-14.21
Providence (41.73°N, 71.43°W)	b(t)	$S_{3,0}$	10.4	-2.87
		$S_{1,1}$	$0.142 \cdot 10^{-1}$	24.29
		$S_{5,1}$	$-0.817 \cdot 10^{-2}$	-10.3
	c(t)	$S_{1,0}$	0.36	64.62
Pueblo (38.28°N, 104.5°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.0	15.46
		$S_{5,0}$	3.17	-5.97
		$S_{3,1}$	$0.132 \cdot 10^{-1}$	10.39
		$S_{4,1}$	$-0.506 \cdot 10^{-2}$	2.88
		$S_{5,1}$	$-0.55 \cdot 10^{-2}$	-12.76
		$S_{3,2}$	$-0.116 \cdot 10^{-4}$	20.41
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.13	-16.30
Raleigh (35.87°N, 78.78°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-22.4	10.92
		$S_{2,0}$	-15.1	-45.44
		$S_{1,2}$	$0.111 \cdot 10^{-4}$	0.03
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.45	-81.47
Rapid City (44.05°N, 103.07°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-35.3	-0.45
		$S_{2,0}$	11.4	-23.53
		$S_{3,0}$	-7.02	-26.98
		$S_{3,2}$	$-0.336 \cdot 10^{-5}$	22.5
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.13	-16.29
Red Cloud (40.1°N, 98.52°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-48.3	15.16
		$S_{2,0}$	5.92	-5.52
		$S_{4,0}$	3.01	-11.14
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.28	-7.52

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Reidsville (36.38°N, 79.7°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.1	-2.99
		$S_{2,0}$	-6.91	-40.95
		$S_{4,0}$	4.96	10.69
		$S_{5,0}$	-5.18	-17.65
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.44	-87.32
Reno (39.5°N, 119.78°W)	b(t)	$S_{1,0}$	9.61	41.71
		$S_{2,0}$	4.04	23.12
		$S_{5,0}$	1.43	7.96
		$S_{3,1}$	$-0.261 \cdot 10^{-2}$	-23.52
	$S_{4,2}$	$0.309 \cdot 10^{-5}$	-13.68	
c(t)	$S_{1,0}$	—	—	
Rochester (43.13°N, 77.67°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-10.9	24.94
		$S_{1,1}$	$0.33 \cdot 10^{-1}$	48.66
		$S_{1,2}$	$-0.362 \cdot 10^{-4}$	56.04
	$S_{5,2}$	$-0.571 \cdot 10^{-5}$	-5.6	
c(t)	$S_{1,0}$	0.22	74.77	
Rocky Ford (38.03°N, 103.7°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-22.0	15.52
		$S_{3,0}$	4.36	-3.58
		$S_{4,0}$	-4.6	-2.79
	$S_{5,0}$	2.62	7.68	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.16	-0.96	
Rome (34.35°N, 85.17°W)	b(t)	$S_{1,0}$	26.3	90.15
		$S_{2,0}$	24.1	37.73
		$S_{3,0}$	11.6	-17.21
		$S_{5,0}$	14.1	5.68
		$S_{2,1}$	$-0.216 \cdot 10^{-1}$	23.89
		$S_{4,1}$	$0.1 \cdot 10^{-1}$	8.55
	$S_{5,2}$	$-0.171 \cdot 10^{-4}$	2.3	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.30	-85.23	
Saint Leo (28.33°N, 82.27°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-87.4	53.58
		$S_{2,0}$	-42.4	-43.52
		$S_{4,0}$	16.6	-3.02
		$S_{1,1}$	-0.11	-39.71
		$S_{1,2}$	$0.857 \cdot 10^{-4}$	-26.45
		$S_{5,2}$	$-0.869 \cdot 10^{-5}$	3.59
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.49	22.59

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Salt Lake City (40.78°N, 111.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	11.5	73.62
		$S_{2,0}$	-10,9	35.08
		$S_{5,0}$	2.96	15.28
		$S_{4,2}$	$-0.317 \cdot 10^{-5}$	-13.75
	c(t)	$S_{1,0}$	0.57	48.16
San Antonio (29.53°N, 98.47°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-16.8	19.53
		$S_{2,0}$	-14.3	43.55
		$S_{3,1}$	$0.449 \cdot 10^{-1}$	29.09
		$S_{3,2}$	$-0.365 \cdot 10^{-4}$	21.99
	c(t)	$S_{1,0}$	0.12	90.63
Santuck (34.63°N, 81.52°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-7.39	-23.53
		$S_{2,0}$	-20.5	-36.41
		$S_{3,0}$	6.27	-14.52
		$S_{5,0}$	9.56	8.25
		$S_{5,2}$	$-0.137 \cdot 10^{-4}$	-0.38
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.41	-79.81
Sault St. Mary (46.47°N, 84.37°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-20.6	75.37
		$S_{2,0}$	7.63	-41.15
		$S_{5,1}$	$-0.515 \cdot 10^{-2}$	3.1
		$S_{4,2}$	$0.585 \cdot 10^{-5}$	4.53
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	0.22	-39.15
Savannah (32.13°N, 81.2°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-52.9	30.67
		$S_{2,0}$	-32.6	-42.12
		$S_{4,0}$	15.4	-10.55
		$S_{4,1}$	$-0.178 \cdot 10^{-1}$	-19.38
		$S_{6,1}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.23	-30.98
Seattle-Tacoma (47.45°N, 122.3°W)	b(t)	$S_{1,0}$	60.6	17.62
		$S_{2,0}$	14.7	-8.87
		$S_{5,1}$	$-0.571 \cdot 10^{-2}$	-3.93
		$S_{1,2}$	$0.901 \cdot 10^{-5}$	30.18
	c(t)	$S_{1,0}$	0.62	45.93

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Selinsgrove (40.77°N, 76.87°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.7	14.61
		$S_{4,0}$	4.01	11.1
		$S_{2,1}$	$0.699 \cdot 10^{-2}$	-34.71
		$S_{3,1}$	$0.579 \cdot 10^{-2}$	15.17
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.36	-62.29
Sheridan (44.77°N, 106.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-20.4	-19.11
		$S_{2,0}$	12.9	-37.97
		$S_{3,0}$	-7.04	-23.37
		$S_{4,0}$	1.97	15.51
		$S_{1,2}$	$0.444 \cdot 10^{-5}$	-66.11
c(t)	$S_{1,0}$	0.25	74.75	
Shreveport (32.47°N, 93.82°W)	b(t)	$S_{1,0}$	22.4	82.88
		$S_{2,0}$	15.2	-20.86
		$S_{3,0}$	21.9	-7.33
		$S_{3,1}$	$-0.295 \cdot 10^{-1}$	-10.83
	c(t)	$S_{1,0}$	0.36	67.63
Sioux City (42.4°N, 96.38°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-44.6	16.57
		$S_{2,0}$	5.39	-14.92
		$S_{3,0}$	-4.33	-26.92
		$S_{2,2}$	$-0.734 \cdot 10^{-5}$	25.32
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.37	-9.48
Spokane (47.63°N, 117.53°W)	b(t)	$S_{1,0}$	17.2	27.62
		$S_{2,0}$	9.4	-10.43
		$S_{4,0}$	3.27	-17.99
		$S_{5,0}$	-2.07	-5.94
	c(t)	$S_{1,0}$	0.49	49.48
Springfield Capital Airp. (39.85°N, 89.68°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-27.6	7.36
		$S_{4,0}$	4.48	2.61
		$S_{2,1}$	$0.127 \cdot 10^{-1}$	-40.41
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.13	-39.96

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Springfield Reg. Airp. (37.23°N, 93.38°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-39.1	7.15
		$S_{5,0}$	-13.4	-12.14
		$S_{1,1}$	$0.172 \cdot 10^{-1}$	-1.83
		$S_{2,1}$	$-0.238 \cdot 10^{-1}$	45.52
		$S_{4,1}$	$0.134 \cdot 10^{-1}$	-1.89
		$S_{5,1}$	$0.189 \cdot 10^{-1}$	-17.97
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.23	-36.65
St. Louis (38.75°N, 90.37°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-21.4	-0.1
		$S_{2,0}$	-9.31	16.89
		$S_{2,1}$	$0.168 \cdot 10^{-1}$	-12.25
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-	-
Sumter (33.93°N, 80.35°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-25.8	12.98
		$S_{2,0}$	22.8	44.94
		$S_{4,0}$	9.96	2.36
		$S_{5,0}$	11.8	-8.39
		$S_{5,2}$	$-0.236 \cdot 10^{-4}$	-7.97
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.22	-66.07
Syracuse (43.12°N, 76.12°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-15.8	-17.36
		$S_{2,0}$	-5.57	34.67
		$S_{4,0}$	3.96	15.24
		$S_{1,1}$	$0.183 \cdot 10^{-1}$	-60.04
		$S_{3,2}$	$0.643 \cdot 10^{-5}$	-3.51
	c(t)	$S_{1,0}$	0.35	67.22
Tallahassee (30.38°N, 84.37°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-42.1	13.18
		$S_{2,0}$	35.0	44.3
		$S_{3,0}$	16.5	-9.47
		$S_{4,0}$	12.4	2.13
		$S_{3,2}$	$-0.207 \cdot 10^{-4}$	3.3
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.23	2.75

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Tampa (27.97°N, 82.53°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-83.3	38.01
		$S_{2,0}$	-41.6	-40.58
		$S_{4,0}$	14.9	-3.52
		$S_{5,0}$	-5.43	3.8
		$S_{1,2}$	$0.178 \cdot 10^{-4}$	13.07
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.48	34.84
Tillamook (45.45°N, 123.87°W)	b(t)	$S_{1,0}$	109.0	36.83
		$S_{2,0}$	29.5	-44.1
		$S_{3,0}$	-11.8	19.57
		$S_{5,0}$	-7.5	-12.86
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.18	-83.95
Toledo (41.6°N, 83.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-16.3	5.25
		$S_{3,0}$	4.05	9.14
		$S_{4,0}$	4.15	-0.04
		$S_{5,0}$	-3.71	-3.3
		$S_{2,1}$	$0.618 \cdot 10^{-2}$	-23.56
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.24	-38.61
Tooele (40.53°N, 112.3°W)	b(t)	$S_{1,0}$	12.9	70.7
		$S_{2,0}$	-13.7	31.21
		$S_{5,0}$	3.28	13.88
	c(t)	$S_{1,0}$	0.45	45.62
Topeka (39.07°N, 95.62°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-51.4	19.87
		$S_{2,1}$	$0.122 \cdot 10^{-1}$	-35.11
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-15.51
Union Springs (32.02°N, 85.75°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-35.2	-82.43
		$S_{2,0}$	-18.1	-41.68
		$S_{3,1}$	$0.948 \cdot 10^{-1}$	-16.27
		$S_{4,1}$	$0.17 \cdot 10^{-1}$	5.55
		$S_{1,2}$	$0.16 \cdot 10^{-4}$	-85.62
		$S_{3,2}$	$-0.89 \cdot 10^{-4}$	-13.12
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.24	-61.81
Valentine-Miller (42.87°N, 100.55°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-38.3	8.96
		$S_{2,0}$	7.64	-8.32
		$S_{3,0}$	-1.97	-20.56
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.40	-16.20

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Wakeeney (39.02°N, 99.88°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-41.8	13.58
		$S_{2,0}$	5.26	-11.22
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.34	-0.72
Washington D.C. (38.85°N, 77.03°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-19.9	11.48
		$S_{2,0}$	-6.32	-39.38
		$S_{3,0}$	7.14	-2.28
		$S_{5,0}$	6.45	16.19
		$S_{1,1}$	$0.121 \cdot 10^{-1}$	-10.45
	$S_{6,2}$	0.0	0.0	
c(t)	$S_{1,0}$	-0.45	-85.98	
Wells (41.12°N, 114.97°W)	b(t)	$S_{1,0}$	10.4	67.28
		$S_{3,0}$	-2.27	-18.11
		$S_{1,1}$	$-0.514 \cdot 10^{-2}$	64.22
		$S_{2,1}$	$0.605 \cdot 10^{-2}$	-29.42
c(t)	$S_{1,0}$	0.23	59.89	
Wichita (37.65°N, 97.43°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-43.7	15.5
		$S_{2,0}$	9.42	-41.56
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.24	-12.79
Williamsport (41.25°N, 76.92°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-22.6	-4.75
		$S_{1,1}$	$0.14 \cdot 10^{-1}$	-40.32
		$S_{2,1}$	$0.916 \cdot 10^{-2}$	-39.59
c(t)	$S_{1,0}$	-0.30	-72.73	
Williston (48.18°N, 103.63°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-26.2	13.6
		$S_{2,0}$	9.6	3.6
		$S_{3,0}$	-4.21	-4.18
		$S_{4,0}$	3.6	2.44
		$S_{5,0}$	-2.0	3.09
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.15	-35.39
Wilmington (34.27°N, 77.9°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-47.9	37.84
		$S_{2,0}$	-34.5	-44.08
		$S_{3,0}$	8.26	-12.8
		$S_{5,0}$	7.35	-5.27
		$S_{6,2}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.32	-66.78

Tabelle F.1: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der saisonalen Komponente.

Station	Parameter	Funktion	Amplitude bzgl. $b(t)$: [mm/t ^k]	Phase [Tage]
Winnemucca (40.9°N, 117.8°W)	b(t)	$S_{1,0}$	9.43	38.07
		$S_{3,0}$	-2.62	-15.16
		$S_{1,1}$	$-0.646 \cdot 10^{-2}$	2.13
		$S_{2,1}$	$0.131 \cdot 10^{-1}$	-11.39
		$S_{5,1}$	$-0.361 \cdot 10^{-2}$	-7.26
		$S_{2,2}$	$-0.955 \cdot 10^{-5}$	-2.21
	c(t)	$S_{1,0}$	0.29	49.64
Winthrop College (34.93°N, 81.03°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-18.1	-15.62
		$S_{2,0}$	29.2	36.48
		$S_{1,1}$	$0.16 \cdot 10^{-1}$	-12.42
		$S_{2,1}$	$-0.253 \cdot 10^{-1}$	21.18
		$S_{4,1}$	$0.908 \cdot 10^{-2}$	8.59
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.32	-83.87
Wooster (40.78°N, 81.92°W)	b(t)	$S_{1,0}$	-23.9	12.26
		$S_{2,0}$	10.3	39.93
		$S_{3,0}$	4.6	0.96
		$S_{2,1}$	$0.135 \cdot 10^{-1}$	-37.74
		$S_{6,0}$	0.0	0.0
	c(t)	$S_{1,0}$	-0.29	-57.99

F.2 Signifikante Funktionen der Trendkomponente

Im weiteren folgt eine Auflistung der detektierten Trendfunktionen der Ordnung i zur Beschreibung der Trendkomponenten in den betrachteten Parametern. Die Trendamplituden beziehen sich auf den Zeitraum 1901 bis 2000.

Tabelle F.2: Amplitude und Ordnung signifikanter Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Aberdeen	b(t)	1	-28.0 mm
	b(t)	3	19.5 mm
	c(t)	—	—
Abilene	b(t)	—	—
	c(t)	—	—
Academy	b(t)	2	7.04 mm
	c(t)	—	—
Albany	b(t)	2	10.7 mm
	c(t)	—	—
Albuquerque	b(t)	3	4.52 mm
	c(t)	—	—
Alma	b(t)	1	-22.7 mm
	b(t)	3	37.2 mm
	c(t)	3	-0.27
Alpena	b(t)	—	—
	c(t)	3	-0.52
Amarillo	b(t)	—	—
	c(t)	—	—
Amherst	b(t)	—	—
	c(t)	3	-0.42
Anna	b(t)	—	—
	c(t)	—	—
Astoria	b(t)	—	—
	c(t)	—	—
Atlanta	b(t)	—	—
	c(t)	2	0.22
Atlantic City	b(t)	—	—
	c(t)	—	—
Baker	b(t)	—	—
	c(t)	—	—
Baton Rouge	b(t)	—	—
	c(t)	2	-0.32

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Bedford	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.27
Binghamton	b(t)	1	11.5 mm
	c(t)	–	–
Bismarck	b(t)	3	3.59 mm
	c(t)	3	–0.17
Blaine	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Blanco	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Boerne	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Boise	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Boston	b(t)	1	15.2 mm
	c(t)	–	–
Buckhannon	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Buffalo	b(t)	2	28.8 mm
	c(t)	–	–
Burlington	b(t)	1	13.1 mm
	c(t)	–	–
Butte	b(t)	–	–
	c(t)	1	0.3
Cahokia	b(t)	2	–61.5 mm
	b(t)	3	79.6 mm
	c(t)	–	–
Calhoun	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Cambridge City	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Camden	b(t)	–	–
	c(t)	3	0.29
Cedarville	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Charles City	b(t)	2	–8.42 mm
	c(t)	–	–
Charleston	b(t)	1	37.0 mm
	c(t)	–	–

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Charlotte	b(t)	–	–
	c(t)	3	0.33
Chattanooga	b(t)	1	9.61 mm
	c(t)	3	0.31
Cheyenne	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Chicago	b(t)	2	15.6 mm
	c(t)	–	–
Chippewa Lake	b(t)	–	–
	c(t)	2	0.3
Cincinnati	b(t)	1	12.3 mm
	c(t)	3	0.27
Columbia	b(t)	1	25.2 mm
	c(t)	–	–
Columbia Re. Airp.	b(t)	3	12.5 mm
	c(t)	–	–
Columbus	b(t)	2	13.0 mm
	c(t)	3	0.34
Concord	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Concordia	b(t)	1	5.12 mm
	c(t)	–	–
Corpus Christi	b(t)	2	15.7 mm
	c(t)	–	–
Corvallis	b(t)	3	20.1 mm
	c(t)	–	–
Crosbyton	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Denver	b(t)	1	5.66 mm
	c(t)	–	–
Des Moines	b(t)	1	7.69 mm
	c(t)	–	–
Detroit	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Dodge City	b(t)	3	6.43 mm
	c(t)	–	–
Donaldsonville	b(t)	1	18.4 mm
	c(t)	3	–0.38

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Du Quoin	$b(t)$	1	17.6 mm
	$c(t)$	–	–
Duluth	$b(t)$	1	15.9 mm
	$c(t)$	–	–
Eastman	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Elko	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	1	0.25
Elmira	$b(t)$	2	6.32 mm
	$c(t)$	–	–
Erie	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	2	0.4
Eureka	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Evansville	$b(t)$	3	13.1 mm
	$c(t)$	1	0.27
Fargo	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	3	–0.17
Farmington	$b(t)$	2	15.3 mm
	$c(t)$	–	–
Flagstaff	$b(t)$	1	–6.46 mm
	$c(t)$	3	–0.17
Fort Collins	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Fort Smith	$b(t)$	1	37.6 mm
	$c(t)$	–	–
Gainesville	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Galveston	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Goldsboro	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	2	–0.3
Grand Coteau	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Grand Junction	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Grand Rapids	$b(t)$	3	17.6 mm
	$c(t)$	–	–

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Great Falls	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Green Bay	b(t)	1	–0.23 mm
	c(t)	–	–
Greenville	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Havre City	b(t)	3	–6.25 mm
	c(t)	–	–
Heber	b(t)	2	4.92 mm
	c(t)	–	–
Helena	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.18
Hightstown	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.29
Honolulu	b(t)	1	–34.3 mm
	c(t)	1	–0.39
Hood River	b(t)	3	15.4 mm
	c(t)	–	–
Houma	b(t)	–	–
	c(t)	1	–0.31
Huron	b(t)	2	5.7 mm
	c(t)	–	–
Imperial	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Independence	b(t)	1	–23.9 mm
	b(t)	3	35.7 mm
	c(t)	–	–
Indianapolis	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Jacksonville	b(t)	1	17.2 mm
	c(t)	–	–
Kalispell	b(t)	2	9.26 mm
	c(t)	–	–
Kansas City	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Key West	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Kingston	b(t)	3	14.1 mm
	c(t)	2	–0.27

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Lander	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Lansing	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Laramie	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.29
Larned	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Lewiston	b(t)	–	–
	c(t)	3	–0.17
Lexington	b(t)	1	15.3 mm
	c(t)	–	–
Lincoln	b(t)	–	–
	c(t)	1	0.22
Little Mountain	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Louisville	b(t)	–	–
	c(t)	3	0.28
Lowville	b(t)	3	11.3 mm
	c(t)	–	–
Lumberton	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Lynchburg	b(t)	–	–
	c(t)	3	–0.45
Macon	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Manti	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Marshall	b(t)	2	8.05 mm
	c(t)	2	0.59
Martinsburg	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.39
Mc Minnville	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Mallette	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Memphis	b(t)	1	26.8 mm
	c(t)	2	0.48

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Mena	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Meridian	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Miles City	b(t)	1	–6.76 mm
	c(t)	–	–
Milton	b(t)	1	18.5 mm
	c(t)	2	–0.33
Minneapolis	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Moberly	b(t)	3	14.8 mm
	c(t)	–	–
Mobile	b(t)	2	17.4 mm
	c(t)	–	–
Monmouth	b(t)	3	16.6 mm
	c(t)	–	–
Montrose	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Morrison	b(t)	3	13.8 mm
	c(t)	–	–
Mountain Grove	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Nashville	b(t)	1	9.91 mm
	c(t)	3	0.33
Nevada City	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
New Orleans	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.26
New York Central Pk.	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.28
New York La Guardia	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Newport	b(t)	–	–
	c(t)	3	0.32
Newport Mun. Airp.	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
North Little Rock	b(t)	–	–
	c(t)	–	–

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
North Platte	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Oklahoma City	$b(t)$	3	17.8 mm
	$c(t)$	1	0.24
Omaha	$b(t)$	1	12.4 mm
	$c(t)$	–	–
Park Rapids	$b(t)$	1	11.6 mm
	$c(t)$	–	–
Peoria	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Philadelphia	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Pierre	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	1	–0.21
Pittsburgh	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Portland Int. Airp.	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Portland Jetport	$b(t)$	1	18.9 mm
	$c(t)$	–	–
Prairie Du Chien	$b(t)$	3	13.5 mm
	$c(t)$	–	–
Providence	$b(t)$	2	20.0 mm
	$c(t)$	–	–
Pueblo	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Raleigh	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Rapid City	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Red Cloud	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Reidsville	$b(t)$	1	–25.5 mm
	$b(t)$	3	44.7 mm
	$c(t)$	2	–0.34
Reno	$b(t)$	–	–
	$c(t)$	–	–
Rochester	$b(t)$	3	14.2 mm
	$c(t)$	–	–

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Rocky Ford	b(t)	–	–
	c(t)	2	0.19
Rome	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Saint Leo	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Salt Lake City	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
San Antonio	b(t)	1	15.5 mm
	c(t)	–	–
Santuck	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Sault St. Mary	b(t)	1	22.4 mm
	c(t)	–	–
Savannah	b(t)	1	17.6 mm
	c(t)	–	–
Seattle Tacoma	b(t)	1	19.3 mm
	c(t)	–	–
Selinsgrove	b(t)	–	–
	c(t)	2	–0.35
Sheridan	b(t)	–	–
	c(t)	1	0.26
Shreveport	b(t)	3	30.6 mm
	c(t)	–	–
Sioux City	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Spokane	b(t)	2	7.04 mm
	c(t)	3	0.32
Springfield Capital Airp.	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Springfield Reg. Airp.	b(t)	3	19.1 mm
	c(t)	–	–
St. Louis	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Sumter	b(t)	1	38.6 mm
	c(t)	–	–
Syracuse	b(t)	1	31.3 mm
	b(t)	3	–20.6 mm
	c(t)	–	–

Tabelle F.2: Fortsetzung: Signifikante Funktionen der Trendkomponente.

Station	Parameter	Ordnung	Amplitude
Tallahassee	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Tampa	b(t)	3	–22.5 mm
	c(t)	–	–
Tillamook	b(t)	–	–
	c(t)	2	0.19
Toledo	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Tooele	b(t)	1	65.0 mm
	b(t)	2	–57.0 mm
	c(t)	–	–
Topeka	b(t)	2	8.27 mm
	c(t)	–	–
Union Springs	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Valentine Miller	b(t)	1	–7.68 mm
	c(t)	–	–
Wakeeney	b(t)	3	9.83 mm
	c(t)	–	–
Washington D.C.	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Wells	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Wichita	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Williamsport	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Williston	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Wilmington	b(t)	1	37.0 mm
	c(t)	–	–
Winnemucca	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Winthrop College	b(t)	–	–
	c(t)	–	–
Wooster	b(t)	–	–
	c(t)	–	–

F.3 Signifikante niederfrequente Komponenten.

Zur Beschreibung des deterministischen Anteils im Streuparameter der Weibullverteilung werden ebenfalls Polynome der maximalen Ordnung fünf angeboten. Im Falle eines signifikanten Beitrags sind die Koeffizienten des Polynoms der ausgewählten Ordnung m wiedergegeben.

Tabelle F.3: Ordnung des Polynoms und Koeffizienten der niederfrequenten Komponente.

Station	Ordnung m	Koeffizienten $a_0, a_1 \dots, a_m$ [mm]
Albuquerque (Int. Airp.)	2	0.1095E+01 -.1039E-01 0.9999E-05
Amarillo (Int. Airp.)	3	0.5411E+01 -.1523E-01 -.7677E-09 0.8840E-08
Amherst	2	0.2593E+01 -.2202E-01 0.2271E-04
Atlantic City (Int. Airp.)	3	-.4564E+01 0.1586E-01 0.7778E-06 -.1237E-07
Blanco	2	-.8127E+01 0.4387E-01 -.3808E-04
Butte	3	0.3300E+01 -.3185E-02 -.1586E-04 0.1533E-07
Cheyenne	3	0.2270E+01 -.6665E-02 -.8952E-06 0.5227E-08
Elko (Mun. Airport)	3	0.2482E+01 -.1259E-01 0.9941E-05 0.6371E-09

Tabelle F.3: Fortsetzung: Signifikante niederfrequente Komponenten.

Station	Ordnung m	Koeffizienten $a_0, a_1 \dots, a_m$ [mm]
Fargo	3	0.5064E+01 -.1549E-01 -.2346E-05 0.1247E-07
Great Falls (INT. AIRPORT)	3	-.2068E+01 0.9497E-02 -.2199E-05 -.6095E-08
Hightstown	3	0.6703E+01 -.3477E-01 0.3055E-04 -.1039E-08
Imperial	2	0.6278E+01 -.2492E-01 0.1797E-04
Mellette	3	0.2304E+01 -.6045E-02 -.6539E-05 0.1037E-07
Nevada City	2	0.1545E+01 -.1341E-01 0.1522E-04
New York (Central Park)	3	0.9568E+01 -.4924E-01 0.4381E-04 -.1825E-08
Selinsgrove	3	0.4237E+01 -.1971E-01 0.3669E-05 0.1340E-07
Wooster	2	0.6532E+01 -.3153E-01 0.2567E-04

F.4 Extremereignisse des Modells

Bezüglich des angepaßten statistischen Modells werden einige Werte mit der hohen Wahrscheinlichkeit p_{ex} nicht in der Zeitreihe der gegebenen Länge erwartet. Es sind der Wert der Residualreihe nach Eliminierung aller signifikanten Strukturen, sowie der Monat und das Jahr des Auftretens aller Extremereignisse im weiteren aufgeführt.

Tabelle F.4: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Abilene	9.320	1914	8	99.19
Albuquerque	7.541	1933	6	98.08
	7.401	1905	11	98.28
	6.977	1916	1	97.48
Albany	8.710	1953	5	92.64
Alma	13.238	1986	9	99.96
	8.082	1976	3	92.45
Alpena	9.751	1966	11	97.74
	9.166	1998	3	97.09
	8.853	1969	6	97.12
	8.475	1967	6	96.83
Astoria	13.998	1933	12	99.62
	10.365	1953	1	90.03
Amarillo	7.851	1959	12	93.96
Amherst	10.433	1955	8	99.00
	10.367	1979	1	99.35
	9.902	1938	9	99.33
	8.985	1984	5	98.66
	8.024	1915	2	96.75
	7.312	1933	9	93.76
Anna	9.223	1950	1	96.64
	9.166	1928	6	97.51
	7.669	1958	7	90.03
Atlantic City (Int. Airp.)	9.359	1935	9	96.02
	8.431	1903	10	92.36
Baker	9.992	1978	4	99.42
	9.793	1904	3	99.57

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Baton Rouge	13.813	1907	5	99.98
	10.511	1929	11	99.57
	9.180	1989	6	98.66
	8.988	1984	10	98.92
	7.368	1912	12	93.48
Bedford	11.919	1979	1	99.80
	8.786	1958	1	93.32
Blaine	11.006	1935	1	99.59
	9.791	1916	3	99.04
Blanco	8.137	1991	12	93.58
Binghampton	8.744	1910	1	93.02
Bismarck	12.228	1955	12	99.92
	8.996	1993	7	97.92
	7.658	1916	3	92.45
	7.344	1977	9	91.37
	7.076	1914	6	90.45
Boerne	10.224	1991	12	99.30
Boise	9.819	1904	3	99.83
	7.599	1909	1	97.10
	6.892	1986	2	93.88
Boston	11.170	1954	5	99.56
	9.886	1955	8	98.89
	8.387	1982	6	95.64
	8.057	1953	3	95.24
	7.423	1979	1	92.13
Buckhannon	11.071	1985	11	99.45
	9.562	1996	5	98.21
	9.352	1933	5	98.53
	8.213	1989	2	95.98
	7.864	1954	10	95.49
Buffalo	12.715	1928	6	99.91
	9.982	1936	3	98.94
	8.221	1906	10	94.35
	8.221	1954	10	95.76
	7.336	1990	2	90.53

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Burlington (Int. Airport)	13.872	1927	11	99.98
	11.732	1955	8	99.90
	10.396	1922	6	99.73
	8.386	1999	9	97.63
	7.635	1981	2	95.37
Cahokia	12.672	1946	8	99.92
Calhoun	9.668	1931	12	97.81
	9.123	1982	12	97.31
	8.286	1991	4	95.01
Cambridge City	8.846	1937	1	93.75
	8.427	1950	1	90.62
Camden	10.186	1928	9	98.74
	9.217	1990	10	97.60
	8.214	1957	5	94.65
Cedarville	9.376	1986	2	99.86
	9.166	1962	10	99.89
	8.062	1909	1	99.59
	6.694	1904	3	90.90
	6.628	1983	12	91.75
Charles City	8.875	1999	7	94.80
	8.087	1931	11	91.02
	7.788	1928	8	90.27
Charleston	11.882	1967	5	99.81
	10.470	1973	6	99.51
	8.470	1941	12	96.49
Charlotte	10.872	1975	5	99.39
	8.847	1990	10	94.29
Cheyenne	9.748	1980	1	98.20
	9.323	1949	1	98.08
	8.809	1930	8	97.61
Chicago	10.914	1978	3	99.39
	10.574	1954	10	99.50
	9.731	1961	9	99.21
	9.134	1987	8	98.98
	8.660	1997	2	98.80

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Chippewa Lake	11.848	1913	3	99.76
	9.670	1992	7	98.37
	9.073	1954	10	97.81
	8.039	1996	9	94.57
	7.938	1937	1	95.36
	7.814	1950	1	95.94
	7.185	1985	11	92.91
	6.958	1927	11	92.41
	6.796	1969	7	92.48
	6.766	1990	12	93.82
	6.525	1972	9	93.03
6.252	1943	7	91.54	
Cincinnati	10.452	1937	1	99.01
	8.667	1919	10	92.81
Columbus	9.762	1937	1	97.82
	9.246	1964	3	97.42
	8.885	1985	11	97.34
Columbia	9.897	1961	2	98.13
	8.099	1928	6	90.88
Concord	9.683	1936	3	97.54
	9.585	1981	2	98.17
Concordia	8.337	1987	3	93.89
Duluth	8.986	1909	7	94.94
	8.115	1922	2	90.68
Corpus Christi	8.700	1958	1	97.00
Corvallis	8.562	1937	4	98.27
	8.515	1904	2	98.78
	7.587	1904	3	96.85
	7.435	1968	8	97.16
	7.427	1947	7	97.98
	6.321	1973	11	91.43
Crosbyton	7.272	1997	4	94.35
Dodge City	8.858	1973	3	97.94
	7.517	1906	9	92.32
Donaldsonville	9.247	1929	11	96.54
	9.013	1943	9	96.89
	7.781	1907	5	90.89
	8.415	1961	11	91.98

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Eastman	11.069	1944	4	99.56
	8.538	1925	1	95.16
Elko	10.250	1970	8	99.93
	7.218	1978	9	95.61
	7.173	1901	2	96.39
	6.955	1916	1	96.14
	6.780	1903	1	96.08
	6.348	1950	7	93.79
	6.101	1971	5	92.47
	6.004	1983	12	92.75
	5.833	1941	8	92.03
	5.800	1925	4	93.08
Elmira	11.453	1936	3	99.67
	9.848	1972	6	98.83
	8.359	1955	10	95.44
	7.502	1993	4	90.61
	8.924	1980	3	94.07
Erie	0.000	1924	10	94.11
	8.618	1927	11	92.96
Eureka	9.518	1907	8	99.94
	8.996	1904	3	99.93
	7.876	1950	10	99.68
	7.149	1996	12	99.17
	6.938	1902	2	99.16
	5.725	1973	11	93.14
	5.561	1963	4	92.31
Evansville	9.893	1937	1	98.16
	8.658	1950	1	95.12
Farmington	9.903	1942	9	98.69
Flagstaff	7.537	1972	10	94.36
Fort Collins	8.170	1913	12	93.48
Fort Smith	8.495	1949	1	92.30
	8.340	1945	3	90.51
Goldsboro	8.534	1942	10	95.29
	8.276	1937	4	95.38
	7.730	1999	9	93.38

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Grand Coteau	11.641	1953	5	99.80
	10.398	1985	10	99.56
	7.698	1926	3	92.18
	7.404	1905	4	91.30
	7.403	1989	7	93.16
	7.055	1925	10	91.64
	6.755	1929	11	90.13
Grand Junction	19.423	1979	6	100.00
	7.754	1957	1	96.64
Grand Rapids	9.115	1938	2	95.37
Green Bay	8.286	1922	2	90.24
Heber	9.925	1909	1	98.90
	9.304	1980	1	98.59
Helena	9.668	1969	1	98.08
	8.630	1927	5	95.76
Hightstown	0.000	1949	6	97.11
Honolulu	8.951	1973	5	94.98
	8.164	1904	2	91.17
	8.145	1930	9	92.79
	7.690	1965	5	90.49
	7.663	1996	11	92.07
	7.637	1924	4	93.49
Hood River Experiment	7.369	1916	3	94.28
	7.045	1937	6	93.07
Huron	8.576	1962	2	93.77
Indianapolis (Int. Airp.)	11.371	1950	1	99.62
Imperial	9.057	1981	3	97.82
	7.831	1919	6	93.27
Independence	8.388	1943	5	91.62
Jacksonville	8.847	1932	6	94.42
Kansas City	8.323	1911	2	90.35
	8.219	1992	7	91.72

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Key West	14.854	1980	11	100.00
	10.707	1954	11	99.74
	8.502	1941	4	97.42
	8.272	1948	4	97.57
	8.133	1983	1	97.97
	6.961	1947	7	92.34
	6.939	1933	10	93.81
	6.810	1926	8	94.22
	6.653	1985	4	94.33
	6.154	1969	10	90.29
Kingston	8.449	1982	6	91.43
	8.410	1932	9	93.10
Lander	9.167	1930	8	98.35
Lansing	15.274	1938	2	100.00
	9.138	1975	8	97.67
	7.910	1941	10	93.02
	7.754	1940	8	93.62
Laramie	10.300	1908	5	99.27
Larned	8.387	1973	9	97.20
	8.221	1973	3	97.56
	7.336	1911	2	94.17
Lewiston	10.802	1931	3	99.80
Lexington Bluegrass Field	12.142	1950	1	99.83
	9.830	1937	1	98.70
	7.738	1974	8	90.03
Louisville	15.279	1937	1	100.00
	9.648	1979	9	98.82
Lowville	10.205	1905	6	98.68
Lumberton	13.771	1918	4	99.98
	9.177	1901	5	97.92
	8.576	1913	10	97.09
	8.385	1938	4	90.75
Macon	10.010	1928	8	98.35
	8.576	1994	7	94.58
	8.537	1957	5	95.84
	7.639	1924	9	91.18
	8.551	1923	5	92.54
Mc Minnville	8.424	1925	10	90.63

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Mellette	9.711	1998	10	98.94
Memphis	8.735	1937	1	93.59
Mena	11.677	1945	3	99.74
	9.750	1915	8	98.71
	7.934	1949	1	92.69
Meridian	9.790	1937	1	98.01
Miles City	8.107	1971	10	90.44
Milton	17.423	1996	2	100.00
	12.577	1955	8	99.97
	0.000	1915	3	99.65
	8.784	1998	6	93.50
Minneapolis (Int. Airport)	14.644	1987	7	99.99
	8.968	1997	7	94.59
Moberly	10.513	1958	7	99.09
	8.733	1916	1	95.71
Monmouth	9.538	1941	10	97.39
	9.228	1911	9	97.53
Mountain Grove	11.035	1982	12	99.49
	9.300	1916	1	97.80
	9.094	1958	7	98.17
Nevada City	7.578	1962	10	98.83
	6.728	1955	12	96.25
	6.618	1974	7	96.42
	6.198	1911	1	94.03
	6.127	1915	5	94.45
	5.970	1973	11	93.96
	5.693	1986	2	91.65
5.635	1996	12	92.16	
New Orleans	16.255	1937	10	100.00
	8.751	1995	5	97.09
	8.624	1948	3	97.65
	7.230	1985	10	90.16
New York (Central Park)	11.324	1983	4	99.59
	0.000	1949	6	96.53
	8.205	1913	10	92.44
	7.738	1903	10	90.17

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
New York (La Guardia Airp.)	9.775	1983	4	97.77
	8.555	1955	8	94.20
	7.828	1903	10	90.31
	7.691	1913	10	91.11
Newport (Mun. Airp.)	11.754	1933	12	99.36
Newport	8.422	1980	9	90.79
North Little Rock Airp.	9.420	1919	10	97.32
	9.409	1937	1	98.21
	7.973	1977	7	93.30
	7.832	1966	8	94.03
North Platte	8.234	1949	3	92.79
Peoria	10.681	1965	1	99.15
	8.548	1997	2	94.23
	7.836	1941	10	90.52
Pittsburgh-Greater Int. Airp.	11.003	1985	11	99.45
	8.811	1990	12	95.95
	8.713	1937	1	96.79
	8.518	1950	11	91.08
Portland (Int. Airport)	8.114	1916	3	94.47
Portland (Jetport)	12.397	1991	8	99.89
	9.568	1935	1	98.44
	0.000	1987	2	97.81
	0.000	1915	3	96.62
	8.356	1979	1	96.18
	8.231	1915	7	96.76
	8.158	1917	6	97.45
	7.123	1962	10	92.37
Providence	9.598	1983	4	97.55
	8.932	1962	10	96.46
	0.000	1915	3	95.77
	0.000	1949	6	90.98
	7.635	1982	6	90.16
Pueblo	8.573	1957	10	97.41
	8.234	1921	6	97.19
	7.825	1942	4	96.54
Raleigh	8.552	1999	9	91.87

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Rapid City	8.083	1905	7	90.65
	8.013	1922	11	92.07
	7.916	1998	10	93.17
Reno	6.986	1918	9	98.62
	6.015	1916	1	93.83
Rochester	10.098	1947	7	98.47
	9.431	1927	11	97.89
	8.365	1936	3	94.98
	8.287	1922	6	95.95
	7.934	1955	10	95.41
	9.065	1945	7	94.99
Rocky Ford	8.532	1946	11	98.93
	6.971	1965	6	92.88
	6.761	1913	12	92.31
Rome	10.712	1948	11	99.32
Roswell	6.633	1941	5	93.52
	6.320	1919	3	91.50
	6.199	1941	4	91.50
Saint Leo	10.315	1979	5	98.91
	10.071	1953	4	99.15
	8.966	1921	10	97.99
	7.746	1951	11	93.67
	7.729	1928	4	95.18
	7.463	1934	6	94.95
	7.003	1923	5	92.88
	6.911	1988	11	93.81
6.594	1987	3	92.45	
Salt Lake City	8.549	1998	2	95.35
	8.030	1982	9	93.77
	7.687	1918	1	92.91
	7.261	1940	1	90.80
	7.241	1971	6	92.60
	6.966	1983	12	91.75
San Antonio	8.897	1991	12	96.86
	8.400	1903	2	94.39
Savannah	9.594	1994	10	97.54
St. Louis	14.167	1974	4	99.99
	13.656	1946	8	99.99

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Sault St. Marie (City Airp.)	9.683	1916	9	97.55
	9.027	1974	8	96.61
Seattle-Tacoma	8.776	1933	12	95.26
Selinsgrove	15.047	1972	6	100.00
	9.526	1946	5	98.55
Sheridan	9.513	1955	2	97.82
	9.219	1923	9	97.96
Shreveport	12.520	1991	4	99.94
	11.897	1933	7	99.95
	7.776	1913	9	94.15
	7.462	1949	10	93.44
Spokane (Int. Airport)	9.248	1940	2	98.34
	9.184	1927	9	98.84
	7.445	1975	3	92.56
	7.309	1948	5	93.10
	7.245	1947	10	94.20
Springfield (Capitol Airp.)	10.197	1941	10	98.67
	8.889	1926	9	96.27
	9.299	1982	12	96.35
Springfield (Reg. Airp.)	13.732	1958	7	99.98
	9.131	1943	5	97.81
	7.873	1916	1	93.12
Sumter	9.056	1990	10	95.20
	8.702	1961	4	94.87
	8.613	1928	9	95.85
	8.420	1947	11	96.25
	7.568	1903	6	92.22
Syracuse	14.190	1922	6	99.99
	9.254	1972	6	97.80
	9.092	1927	11	98.19
	8.014	1955	3	95.19
	7.894	1958	1	95.84
Tallahassee	8.610	1924	9	92.99
Tampa	12.516	1979	5	99.93
	8.997	1997	4	97.66
	8.661	1997	12	97.65
Toledo	0.000	1910	3	95.42

Tabelle F.4: Fortsetzung: Extremereignisse des statistischen Modells.

Station	Wert der Residualreihe	Jahr	Monat	p_{ex} [%]
Tooele	10.826	1916	1	99.73
	9.357	1982	9	99.05
	7.300	1921	12	91.10
Topeka	8.622	1949	1	93.48
Union Springs	8.733	1953	12	93.86
Valentine-Miller	8.318	1977	3	92.82
Washington	10.129	1934	9	98.43
	9.255	1972	6	97.31
	7.961	1953	5	91.77
Wells	9.869	1907	2	99.94
	6.529	1903	11	92.35
	6.287	1983	9	91.05
	6.153	1971	5	90.96
	6.060	1982	9	91.38
	6.989	1907	12	93.93
	6.498	1965	8	90.27
Wichita	10.284	1949	1	99.49
Williamsport	15.521	1972	6	100.00
	9.075	1981	2	97.79
	8.374	1936	3	96.39
	7.881	1978	1	95.12
Wilmington	8.527	1936	3	92.21
Winnemucca	10.928	1958	3	99.99
	7.181	1983	12	97.43
	7.110	1998	9	97.91
	6.573	1996	12	90.65
	6.450	1935	4	90.88
Winthrop College	8.603	1959	7	93.26
	8.083	1901	5	91.13
	7.841	1948	11	90.99
Wooster	10.026	1913	3	98.36
	8.922	1969	7	96.26
	8.321	1947	6	94.63
	8.055	1950	1	94.52
	7.713	1937	1	93.73
	7.356	1985	11	92.47

Literaturverzeichnis

- [1] **Bosch**, K., *Elementare Einführung in die angewandte Statistik*. Vieweg Studium, Braunschweig/ Wiesbaden, 1997.
- [2] **Easterling**, D. R., J. L. Evans, P. Ya. Groisman, T. R. Karl, K. E. Kunkel and P. Ambenje, *Observed variability and trends in extreme climate events*. Bull. Am. Met. Soc., **81**, 417-425, 2000.
- [3] **Farge**, M., K. Schneider, N. Kevlahan, *Non-Gaussianity and coherent vortex simulation for two-dimensional turbulence using an adaptive orthogonal wavelet basis*. Phys. Fluids **11**, No. 8, 2187-2201, 1999.
- [4] **Grieser**, J., T. Staeger, C. -D. Schönwiese, *Statistische Analyse zur Früherkennung globaler und regionaler Klimaänderungen aufgrund des anthropogenen Treibhauseffektes*. Institutsbericht 103, Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Frankfurt, 2000.
- [5] **Grieser**, J., S. Trömel, C. D. Schönwiese, *Statistical time series decomposition into significant components and application to European temperature*. Theor. Appl. Climatol. **71**, 171-183, 2002.
- [6] **Groisman**, P. Ya., T. R. Karl, D. R. Easterling, R. W. Knight, P. B. Jamason, K.J. Henessy, R. Suppiah, C. M. Page, J. Wibig, K. Fortuniak, V. N. Razuvaev, A. Douglas, E. Førland and P.M. Zhai, *Changes in the probability of heavy precipitation: Important indicators of climatic change*. Clim. Change, **42**, 243-283, 1999.
- [7] **Karl**, T. R. and R. W. Knight, *Secular trends of precipitation amount, frequency, and intensity in the USA*. Bull. Am. Met. Soc., **79**, 231-241, 1998.
- [8] **Hartung**, J., B. Elpelt, K. -H. Klösener, *Statistik*. R. Oldenbourg Verlag, München/Wien, 1998.
- [9] **Huber**, P. J., *Robust Statistics*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, New York, 1981.
- [10] **Katz**, R. W. and B. G. Brown, *Extreme events in a changing climate: Variability is more important than averages*. Clim. Change, **21**, 289-302, 1992.

- [11] **Press**, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran 77*. Cambridge University Press, 1992.
- [12] **Rapp**, J., C.-D. Schönwiese, *Atlas der Niederschlags- und Temperatortrends in Deutschland 1891-1990*. Frankfurter Geowissenschaftliche Arbeiten, Serie B, Band 5, 1996.
- [13] **Rousseeuw**, P. J., A. M. Leroy, *Robust Regression and Outlier Detection*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, New York, 1987.
- [14] **Rinne**, H., *Taschenbuch der Statistik*. Verlag Harri Deutsch, Thun/Frankfurt, 1997.
- [15] **Schlittgen**, R., B. H. J. Streitberg, *Zeitreihenanalyse*. Oldenbourg Verlag, München/Wien, 1999.
- [16] **Schönwiese**, C. -D., J. Rapp, *Climate Trend Atlas of Europe*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- [17] **Schönwiese**, C. -D., *Praktische Statistik*, 3., verbesserte und erweiterte Auflage. Gebrüder Bornträger, Stuttgart, 2000.
- [18] **Schönwiese**, C. -D., *Klimatologie*, 2., neu bearbeitete und aktualisierte Auflage. Eugen Ulmer Verlag, Stuttgart, 2003.
- [19] **Schrader**, K. and T. Hettmansperger, *Robust analysis of variance upon a likelihood ratio criterion*. Biometrika, **67**, 93-101, 1980.
- [20] **Storch**, H. v. and F. W. Zwiers, *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge University Press, 1999.
- [21] **Torrence**, C. and G. P. Compo, *A practical guide to wavelet analysis*. Bull. Am. Met. Soc., **79**, 61-78, 1998.
- [22] **Trenberth**, K. E., *Atmospheric moisture residence times and cycling: Implications for rainfall rates with climatic change*. Clim. Change, **39**, 667-694, 1998.
- [23] **Trömel**, S., *Extremwertstatistik europäischer Temperaturzeitreihen 1871-1990*. Diplomarbeit, Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Frankfurt, 1999.
- [24] **Weischet**, W., *Regionale Klimatologie Teil 1*. Gebrüder Bornträger, Stuttgart, 1996.
- [25] **WZN**: Weltzentrum für Niederschlagsklimatologie, <http://gpcc.dwd.de>, 2003.